



8 класс

Геометрия



Четырехугольники

Урок № 3

Параллелограмм. Решение задач

□ Закрепить знания о свойствах и признаках параллелограмма в процессе решения задач

Задача



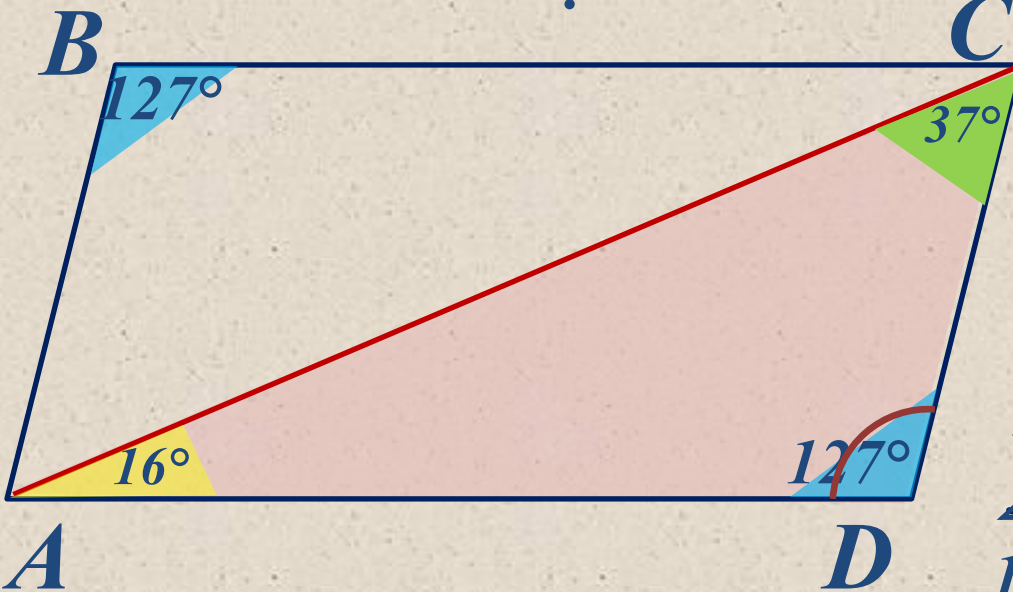
Дано:

$ABCD$ – параллелограмм,
 $\angle CAD = 16^\circ$, $\angle DCA = 37^\circ$

Найти:

$\angle A - ?$, $\angle B - ?$, $\angle C - ?$, $\angle D$
- ?

Решение



Рассмотрим треугольник $\triangle ACD$:

$$\begin{aligned} \angle CAD + \angle DCA + \angle CDA &= \\ 16^\circ + \angle 37^\circ + \angle CDA &= \\ \angle CDA &= 180^\circ - (\angle 16^\circ + \angle \\ 37^\circ) &= \angle D = 180^\circ - 53^\circ = \\ &127^\circ \end{aligned}$$

По свойству параллелограмма: $\angle A + \angle B = 180^\circ$

$$\angle A + \angle 127^\circ = 180^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - \angle 127^\circ = 53^\circ$$

$$\angle A = 53^\circ$$

$$\angle C = 53^\circ$$

Ответ:

$$\angle A = 53^\circ, \angle B = 127^\circ, \angle C = 53^\circ, \angle D = 127^\circ.$$

Задача



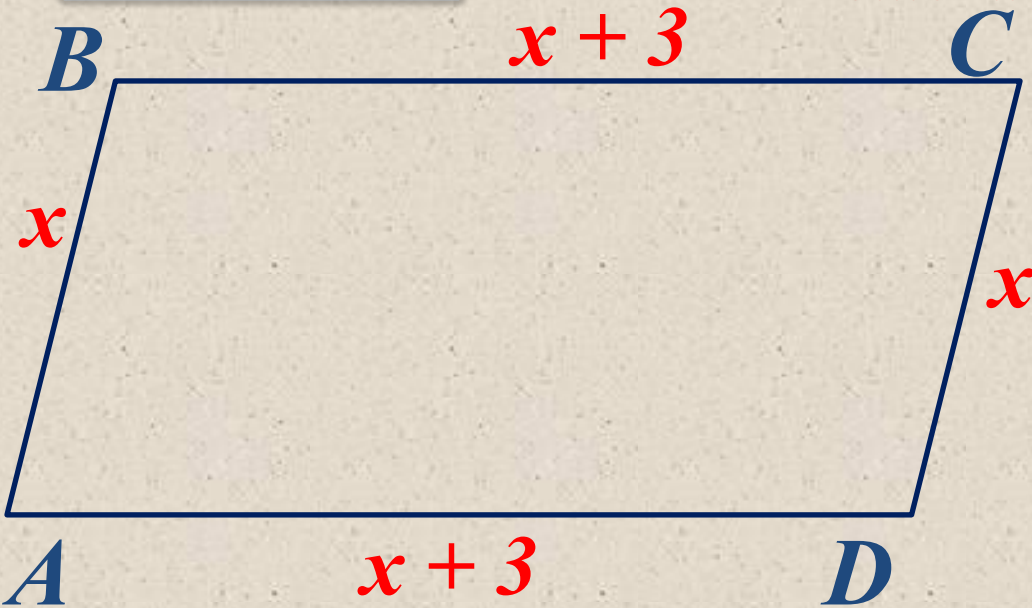
Дано:

$$P_{ABCD} = 48 \text{ см}, AD = AB + 3 \text{ (см)};$$

Найти:

$$AB - ?, BC - ?, CD - ? AD - ?$$

Решение



Если $AB = x$ (см), то
 $AD = x + 3$ (см).

$$P_{ABCD} = 2(AD + AB)$$

$$P_{ABCD} = 2(x + (x + 3))$$

$$48 = 2x + 2x + 6$$

$$4x = 48 - 6$$

$$4x = 42$$

$$x = 42 : 4$$

$$x = 10,5$$

Если $AB = 10,5$ см, то $AD = x + 3 = 10,5 + 3 = 13,5$ (см).

$AB = CD = 10,5$ см, $AD = BC = 13,5$ (см).

Ответ: $AB = CD = 10,5$ см, $AD = BC = 13,5$ (см).

Задача



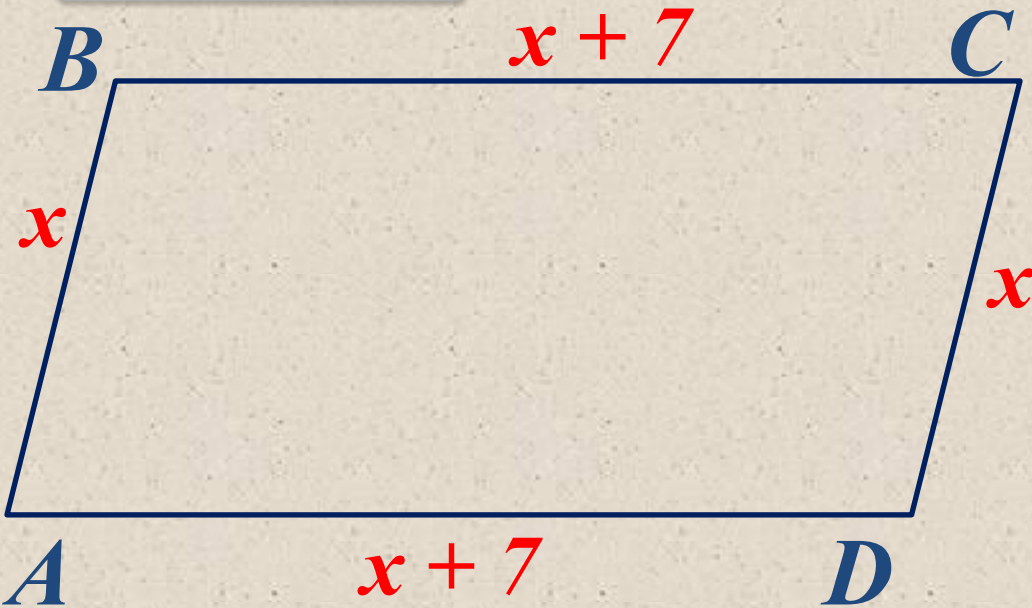
Дано:

$$P_{ABCD} = 48 \text{ см}, AD - AB = 7 \text{ (см)};$$

Найти:

$$AB - ?, BC - ?, CD - ? AD - ?$$

Решение



Если $AB = x$ (см), то
 $AD = x + 7$ (см).

$$P_{ABCD} = 2(AD + AB)$$

$$P_{ABCD} = 2(x + (x + 7))$$

$$48 = 2x + 2x + 14$$

$$4x = 48 - 14$$

$$4x = 34$$

$$x = 34 : 4$$

$$x = 8,5$$

Если $AB = 8,5$ см, то $AD = x + 7 = 8,5 + 7 = 15,5$ (см).

$AB = CD = 8,5$ см, $AD = BC = 15,5$ (см).

Ответ: $AB = CD = 8,5$ см, $AD = BC = 15,5$ (см).

Задача



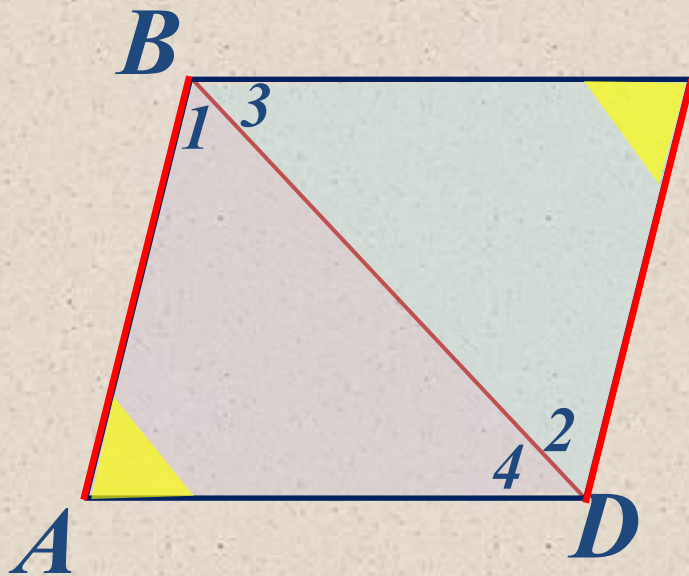
Дано:

$ABCD$ – четырехугольник,
 $BA \parallel CD$, $\angle A = \angle C$

Доказать:

$ABCD$ – параллелограмм.

Доказательство



$BA \parallel CD$ – по условию, следовательно
 $\angle 1 = \angle 2$ (накрест лежащие)

Так как сумма углов треугольника 180° ,
то $\angle 3 = \angle 4$

Рассмотрим треугольники
 $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$:

$\triangle ABD = \triangle BCD$ – по стороне и двум прилежащим углам
(BD – общая, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$). Поэтому $BA = CD$
Если $BA \parallel CD$ и $BA = CD$, то по 1 признаку параллелограмма
четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм, ч. т. д.

Задача

Дано:

$ABCD$ – параллелограмм, $P_{ABCD} = 50$ см,
 $\angle C = 30^\circ$, $BH \perp AD$, $BH = 6,5$ см

Найти:

AB - ?, BC - ?

Решение



По свойству параллелограмма
 $\angle C = \angle A = 30^\circ$.

$\triangle ABH$ – прямоугольный,

$\angle H = 90^\circ$

$\angle A = 30^\circ$,

следовательно: $BH = \frac{1}{2} AB$

т. е. $AB = 2 \cdot BH = 2 \cdot 6,5 = 13$ (см)

$P_{ABCD} = 2(AD + AB)$

$50 = 2(13 + AD)$

$25 = 13 + AD$

$AD = 25 - 13$

$AD = 12$

$AD = BC = 12$ см

Ответ: $AB = 13$ см, $BC = 12$ см.

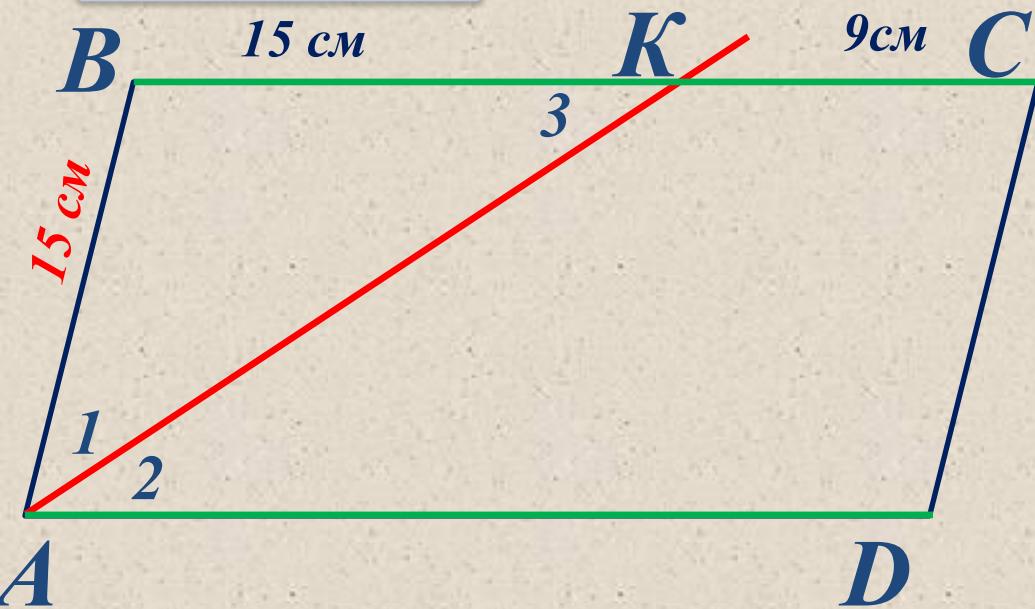
Задача

Дано:

$ABCD$ – параллелограмм, AK – биссектриса $\angle A$
 $BK = 15$ см, $KC = 9$ см.

Найти:

$P_{ABCD} = ?$



Решение

$ABCD$ – параллелограмм,
то $BC \parallel AD$ и $\angle 2 = \angle 3$,
(как накрест лежащие)
 $\angle 1 = \angle 2$ – по свойству
биссектрисы, то и $\angle 1 = \angle 3$.

$\triangle ABK$ – равнобедренный, следовательно $AB = BK = 15$ см

$AB = CD$, то и $CD = 15$ см, $BC = BK + 9 = 15 + 9 = 24$ (см).

$BC = AD = 24$ (см). $P_{ABCD} = 2(AD + AB) = 2(24 + 15) = 78$ (см).

Ответ: 78 (см).

Ответить на вопросы:

*□Какая фигура называется **параллелограммом**?*

□Докажите, что в параллелограмме противоположные стороны и углы равны.

□Докажите, что в параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам.

□Сформулируйте и докажите признаки параллелограмма.

Спасибо за внимание!