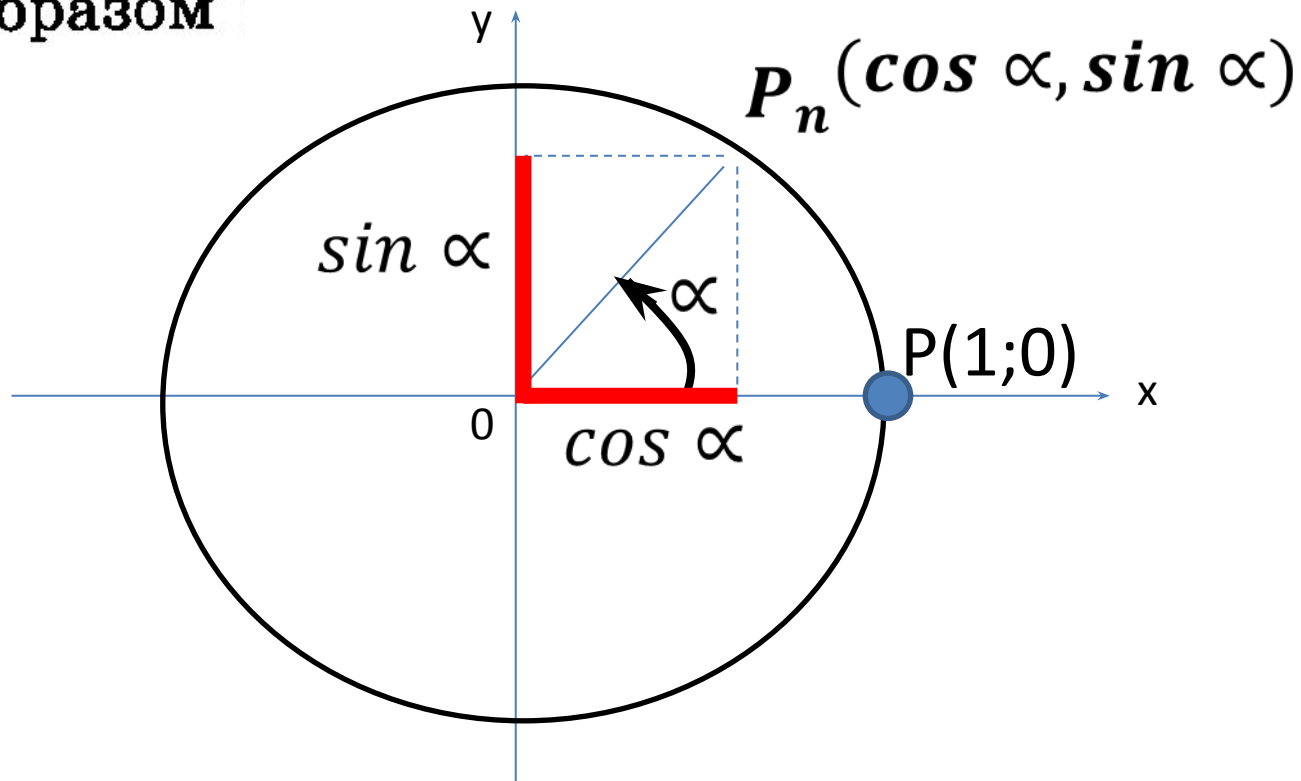


ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА УГЛА



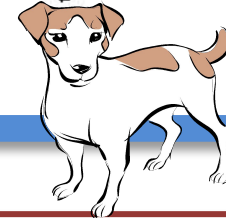
Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

В курсе геометрии были введены синус, косинус и тангенс угла, выраженного в градусах. Этот угол рассматривался в промежутке от 0° до 180° . Синус и косинус произвольного угла определяются следующим образом



Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Определение 1. Синусом угла α называется ордината точки, полученной поворотом точки $(1; 0)$ вокруг начала координат на угол α (обозначается $\sin \alpha$).



Определение 2. Косинусом угла α называется абсцисса точки, полученной поворотом точки $(1; 0)$ вокруг начала координат на угол α (обозначается $\cos \alpha$).

В этих определениях угол α может выражаться как в градусах, так и в радианах.

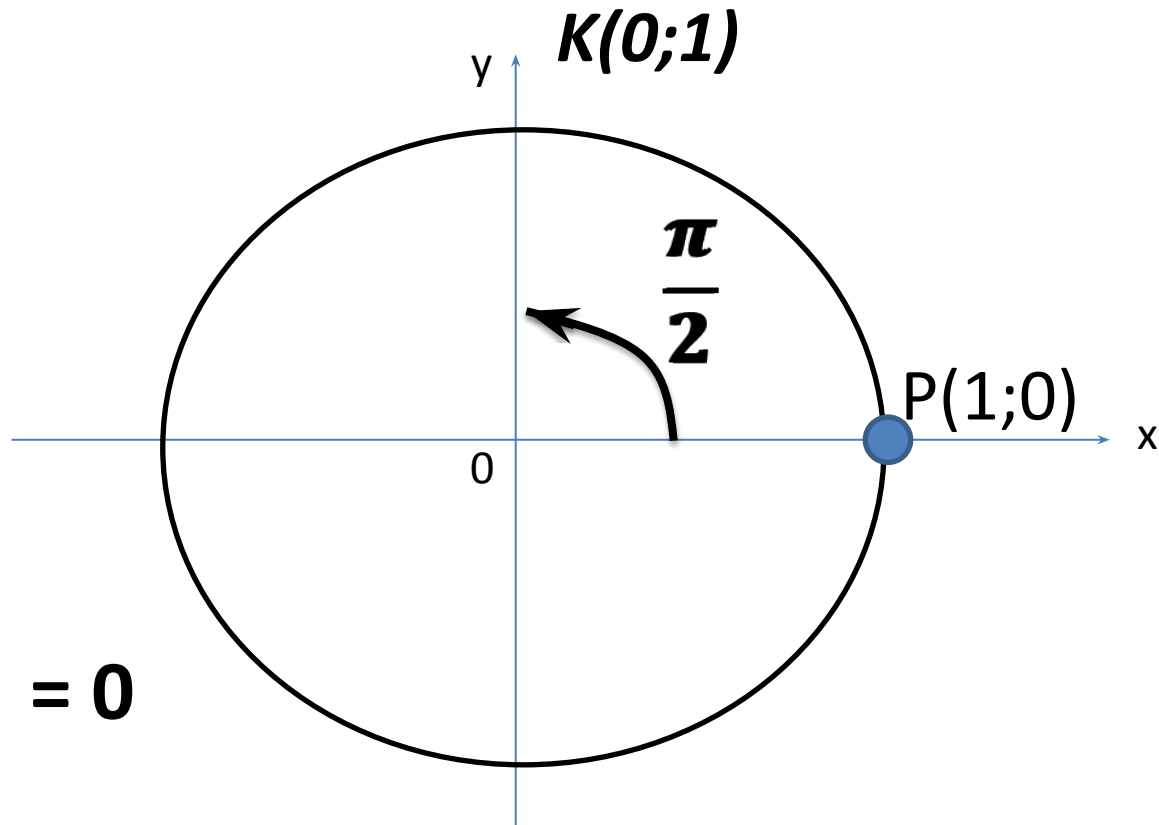


Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

cos α

sin α



Определение синуса, косинуса и тангенса угла.



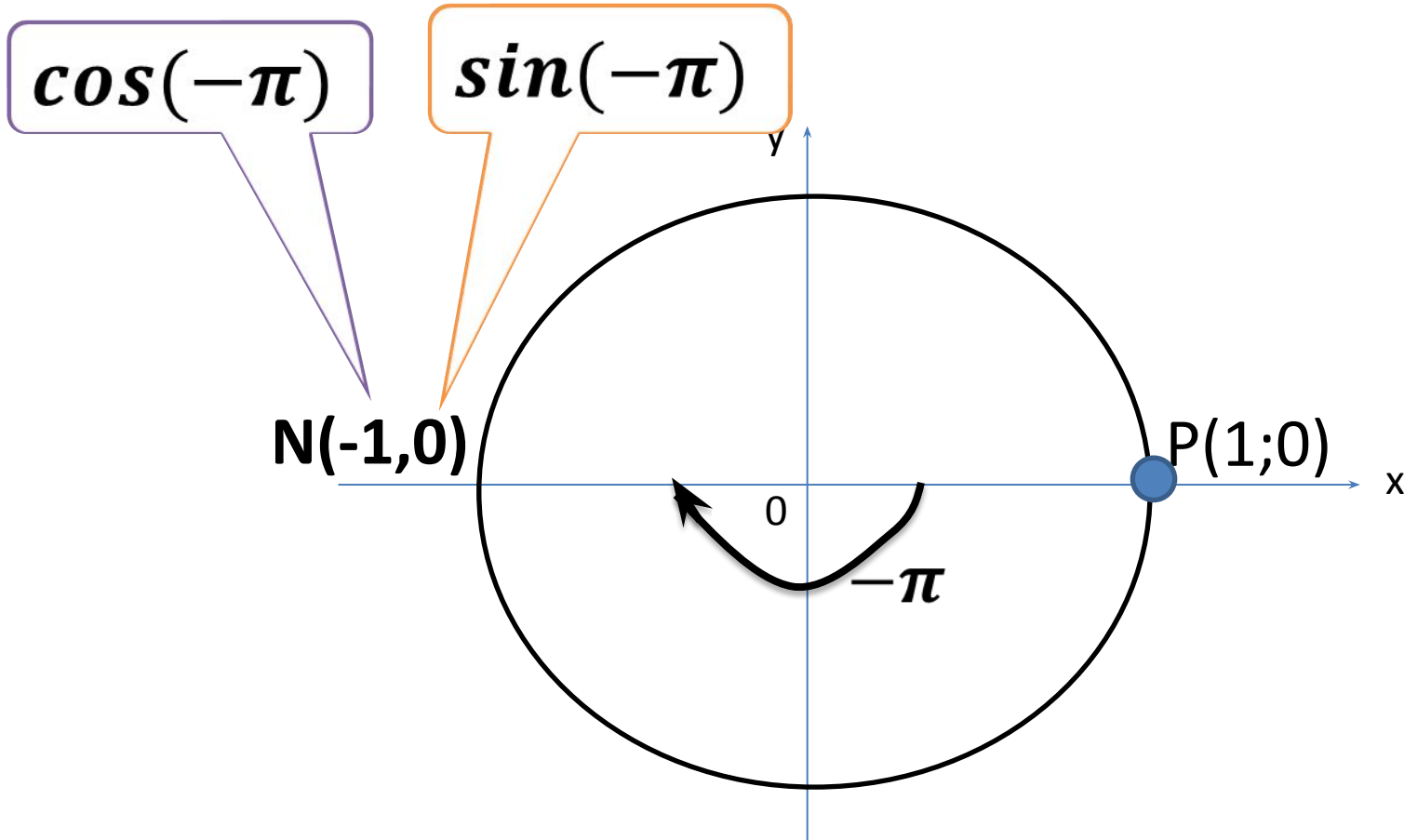
Заметим, что приведенные определения синуса и косинуса в случае, когда угол заключен в промежутке от 0° до 180° , совпадают с определениями синуса и косинуса, известными из курса геометрии. Например,

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos \pi = \cos 180^\circ = -1.$$



Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Найти $\sin(-\pi)$ и $\cos(-\pi)$.

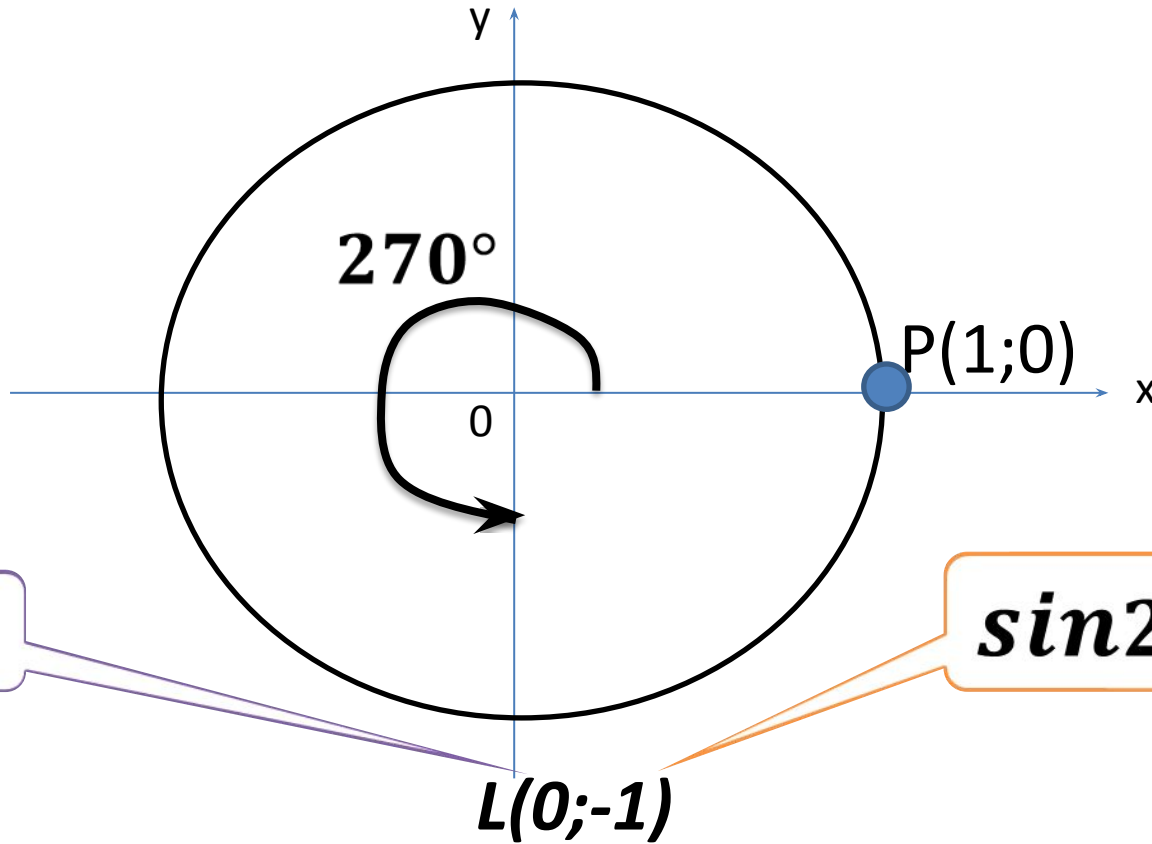


$$\cos(-\pi) = -1 \quad \sin(-\pi) = 0$$



Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Найти $\sin 270^\circ$ и $\cos 270^\circ$



$\cos 270^\circ$

$\sin 270^\circ$

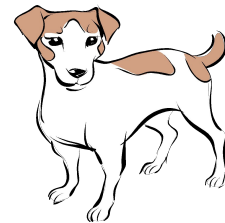
$$\cos 270^\circ = 0$$

$$\sin 270^\circ = -1$$

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.



Напомним, что меру угла α (в радианах) можно рассматривать как действительное число. Поэтому $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ можно рассматривать как числовое выражение. Например, в уравнении $\sin x = \alpha$, где α — заданное число, считается, что x — неизвестное число.

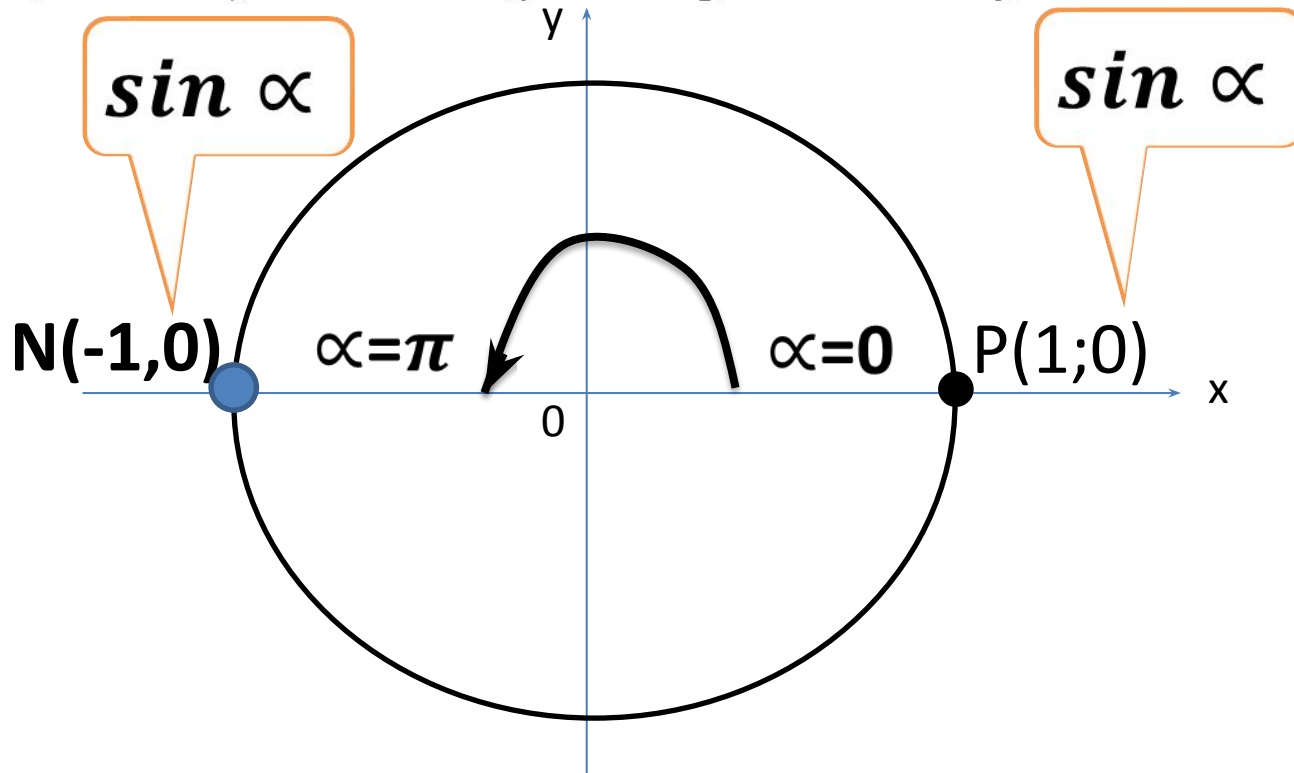


Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Решить уравнение $\sin x = 0$



Решить уравнение $\sin x = 0$ — это значит найти все углы, синус которых равен нулю.



$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

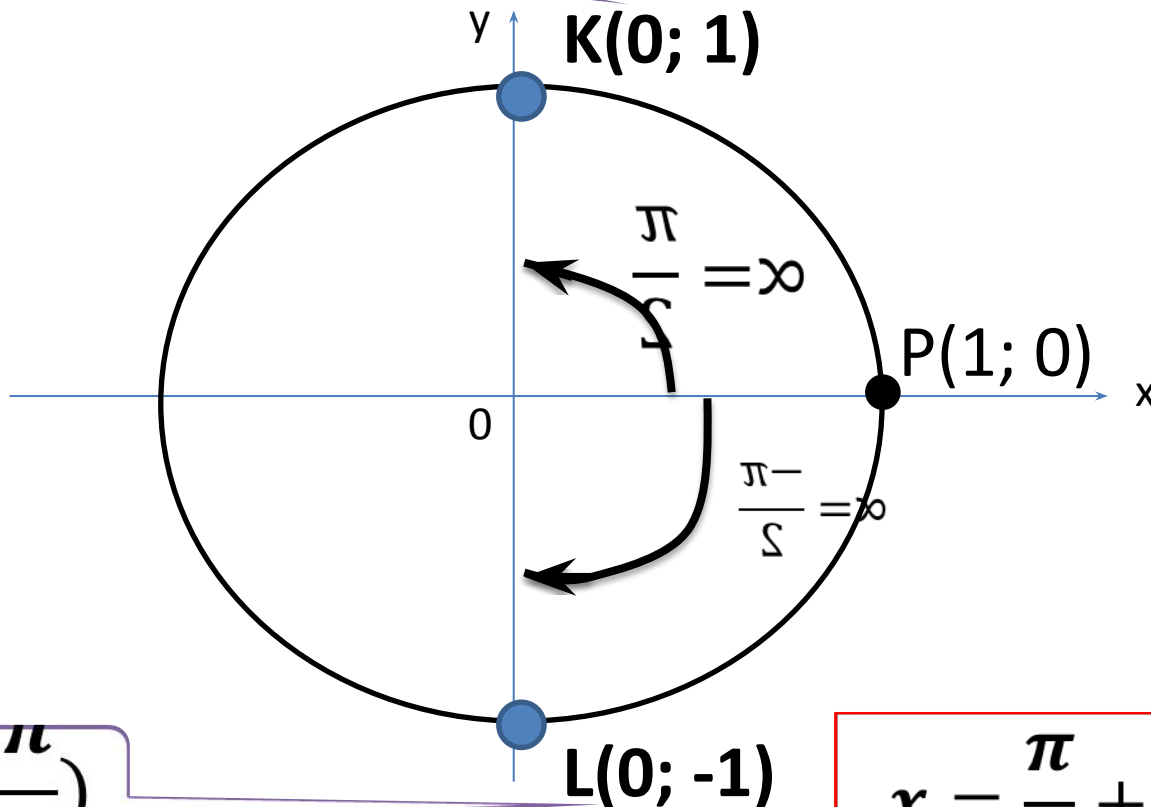


Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Решить уравнение $\cos x = 0$



$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$



$$\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

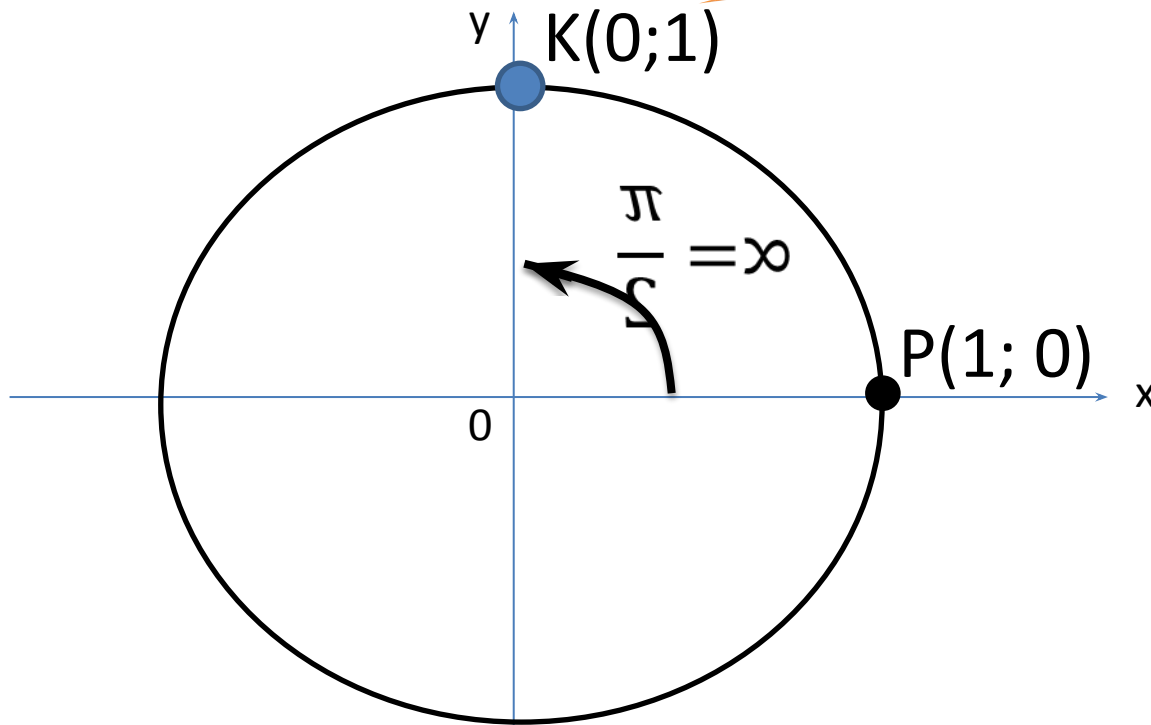


Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Решить уравнение: 1) $\sin x = 1$;



$\sin \alpha$

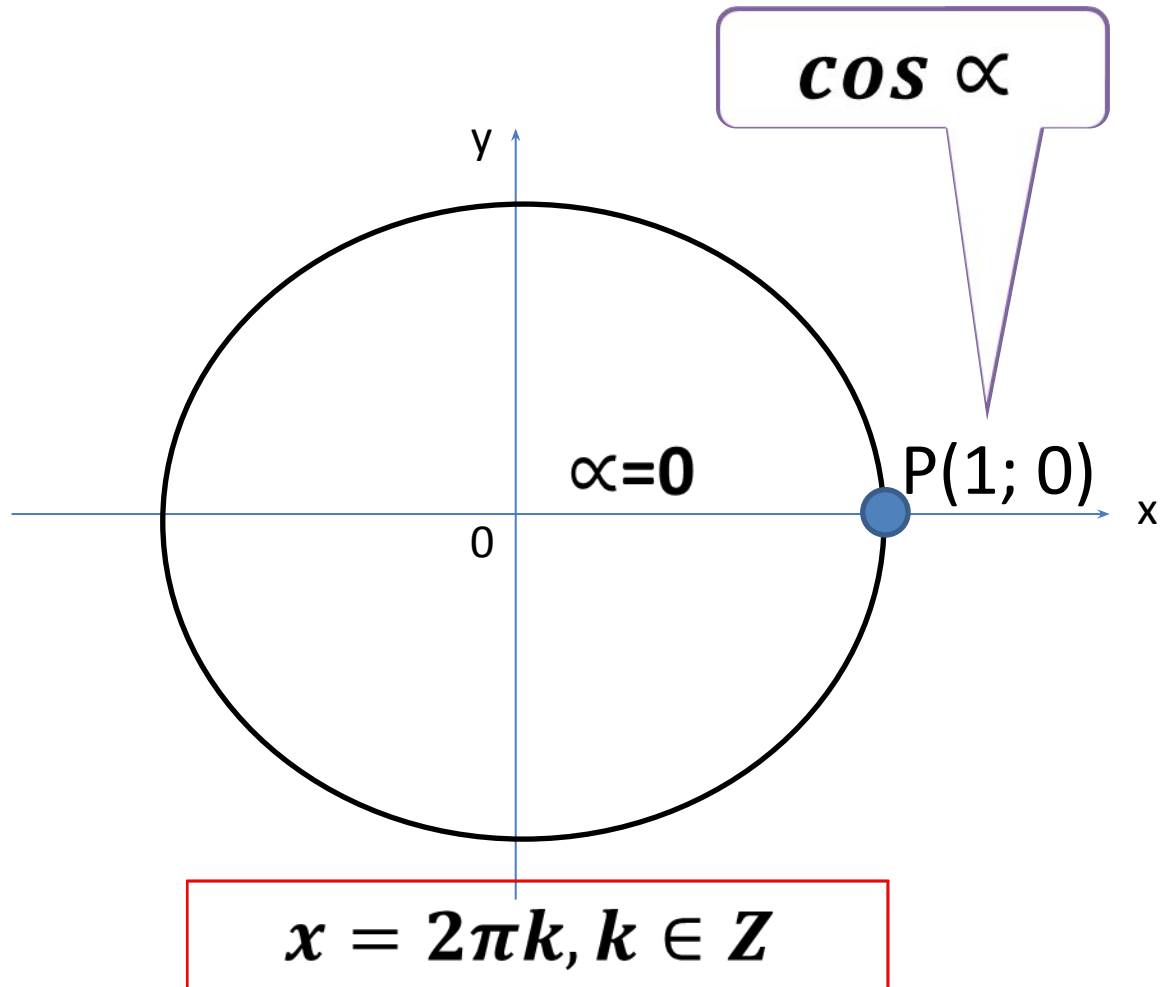


$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Решить уравнение: 2) $\cos x = 1$



Частные уравнения с решениями

$$\sin x = 0, \quad \cos x = 0, \quad \sin x = 1, \quad \cos x = 1$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Определение 3. Тангенсом угла α называется отношение синуса угла α к его косинусу (обозначается $\operatorname{tg} \alpha$).

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$



$$\operatorname{tg} 0^\circ = \frac{\sin 0^\circ}{\cos 0^\circ} = \frac{0}{1} = 0,$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

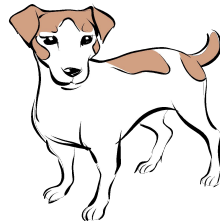


Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$$\text{ctg } \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$



$$\text{ctg } 270^\circ = \frac{\cos 270^\circ}{\sin 270^\circ} = \frac{0}{-1} = 0$$



$$\text{ctg } \alpha = \frac{1}{\text{tg } \alpha}$$

$$\text{ctg } \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\text{tg } \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{1} = 1$$



Определение синуса, косинуса и тангенса угла.



$\sin \alpha$ и $\cos \alpha$

Определены для любого угла

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Определен лишь для тех углов, для которых $\cos \alpha \neq 0$, т.е. для любых углов, кроме

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

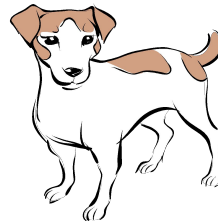


Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Определен лишь для тех углов, для которых $\sin \alpha \neq 0$, т.е. для любых углов, кроме

$$\alpha = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Приведем таблицу часто встречающихся значений синуса, косинуса, тангенса и котангенса.



Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

α	0 (0°)	$\frac{\pi}{6}$ (30°)	$\frac{\pi}{4}$ (45°)	$\frac{\pi}{3}$ (60°)	$\frac{\pi}{2}$ (90°)	π (180°)	$\frac{3}{2}\pi$ (270°)	2π (360°)
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Не существует	0	Не существует	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	Не существует	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	Не существует	0	Не существует