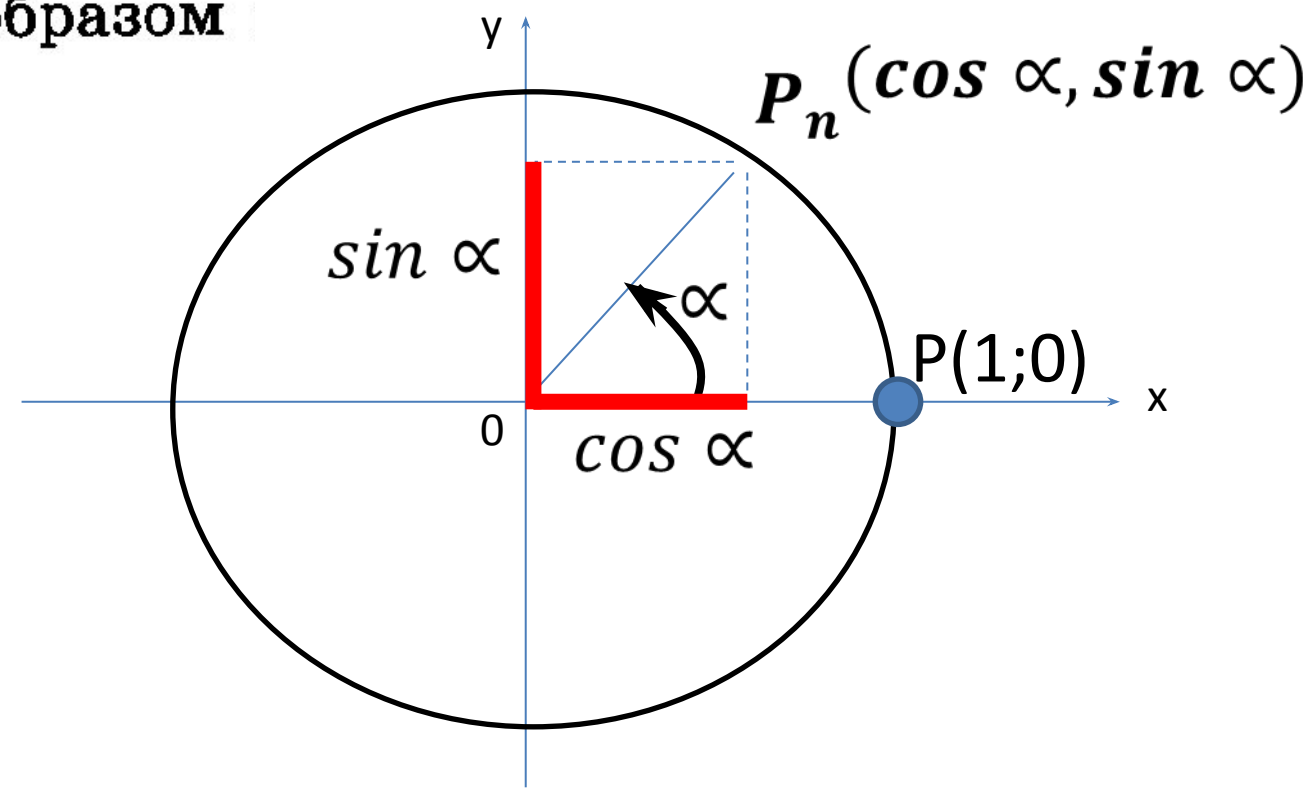
ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА УГЛА

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

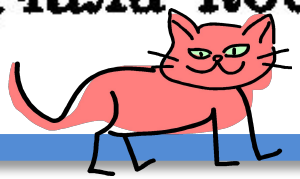
В курсе геометрии были введены синус, косинус и тангенс угла, выраженного в градусах. Этот угол рассматривался в промежутке от 0° до 180°. Синус и косинус произвольного угла определяются следующим образом



VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Определение 1. ***Синусом угла*** **α называется ордината точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол α (обозначается sin α).**



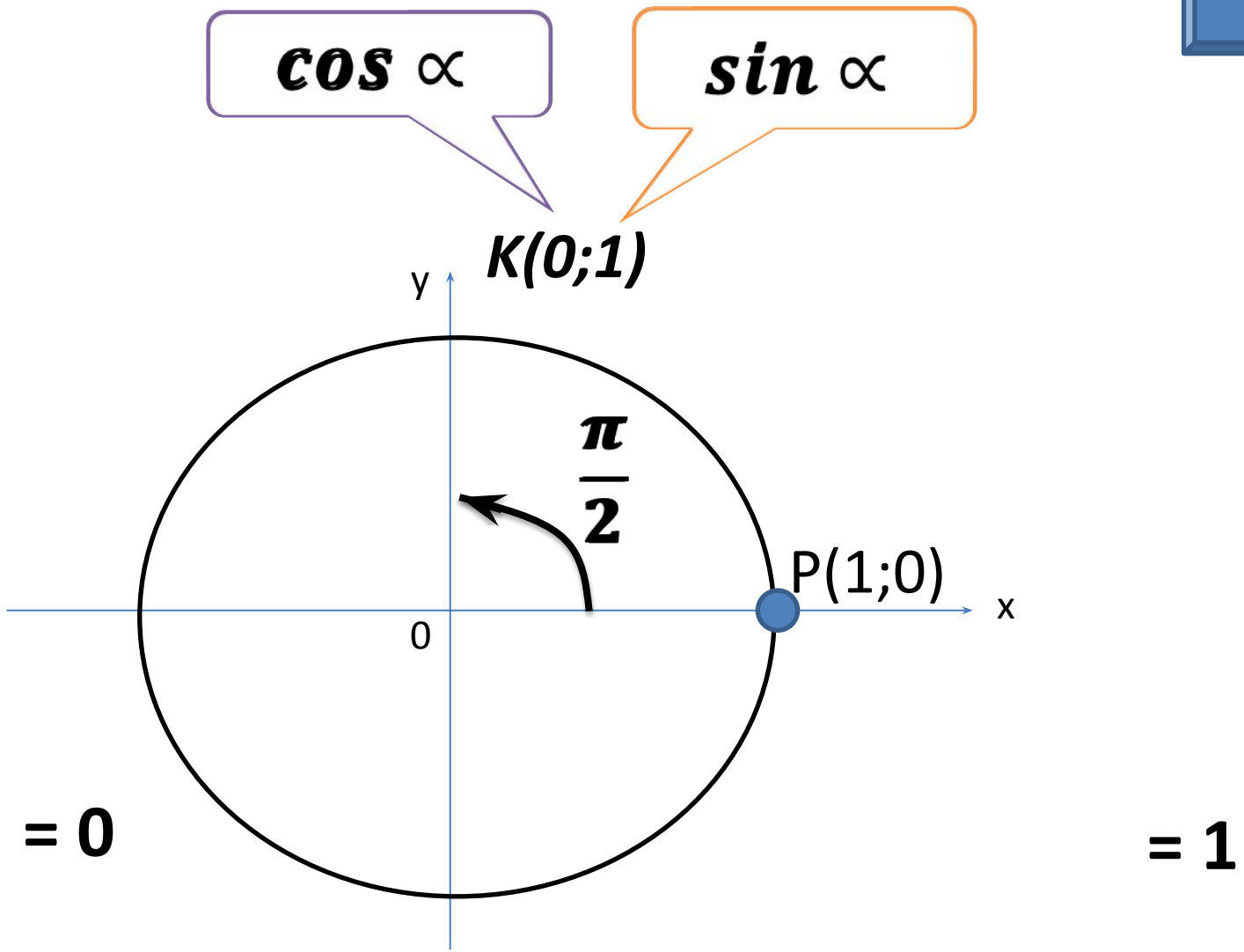
Определение 2. ***Косинусом угла*** **α называется абсцисса точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол α (обозначается cos α).**

В этих определениях угол α может выражаться как в градусах, так и в радианах.

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$\propto = \frac{\pi}{2}$



VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

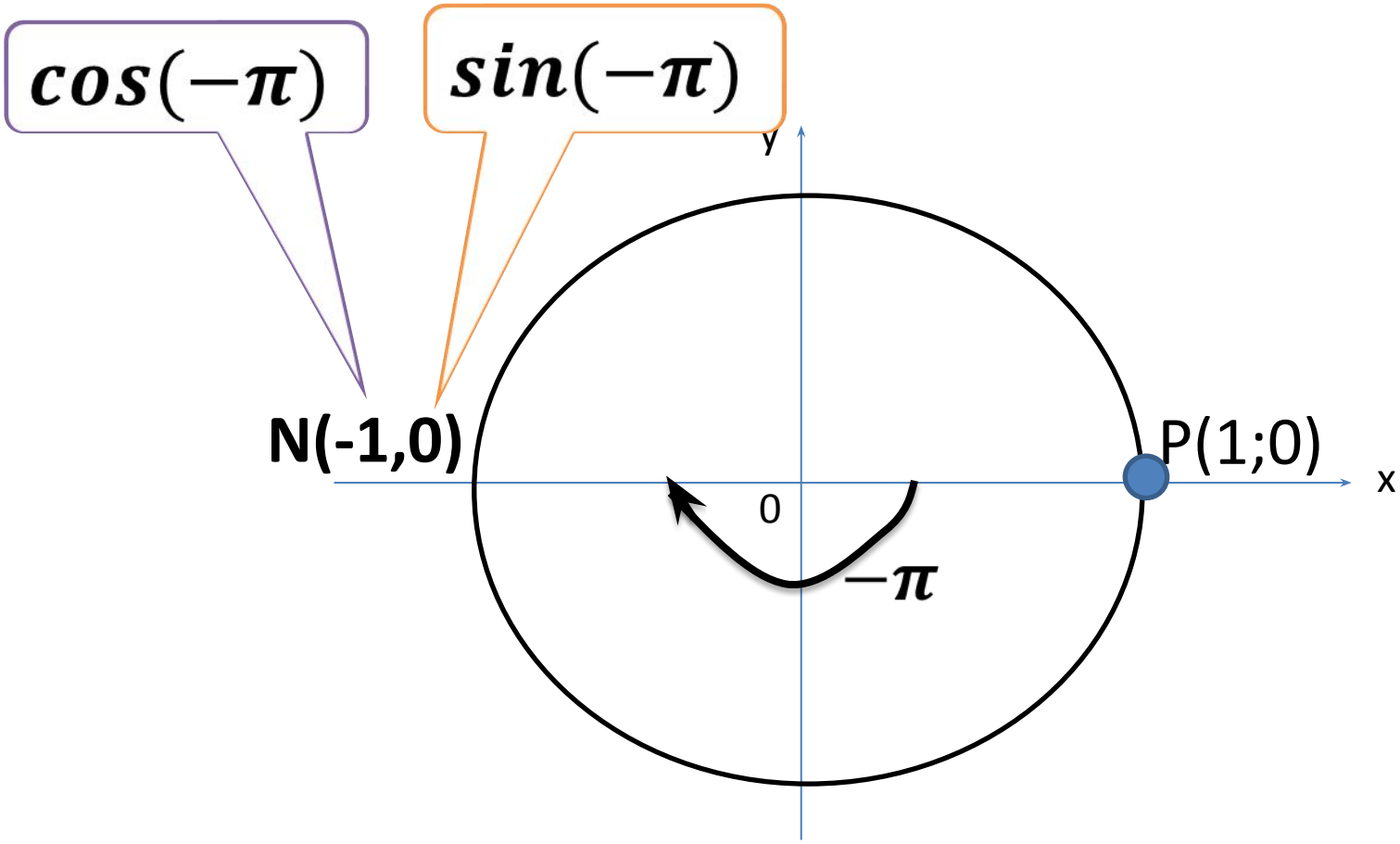
Заметим, что приведенные определения синуса и косинуса в случае, когда угол заключен в промежутке от 0° до 180°, совпадают с определениями синуса и косинуса, известными из курса геометрии. Например,

$$\sin\frac{\pi}{6} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos\pi = \cos 180^\circ = -1.$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Найти $\sin(-\pi)$ и $\cos(-\pi)$.

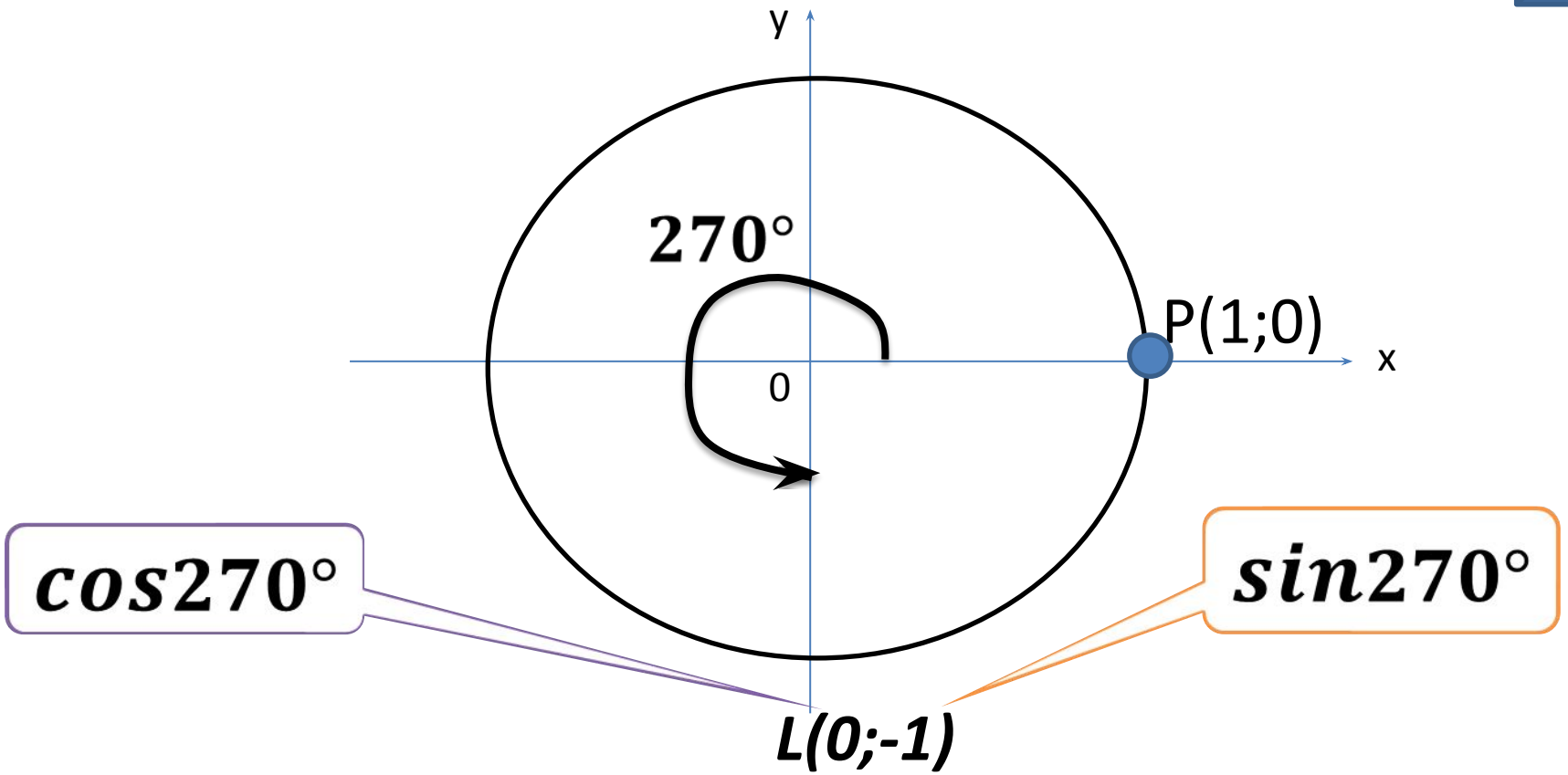


$$cos(-\pi) = -1 \qquad sin(-\pi) = 0$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Найти sin 270° и cos 270°



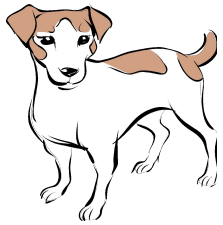
$$cos270° = 0$$

$$sin270° = -1$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

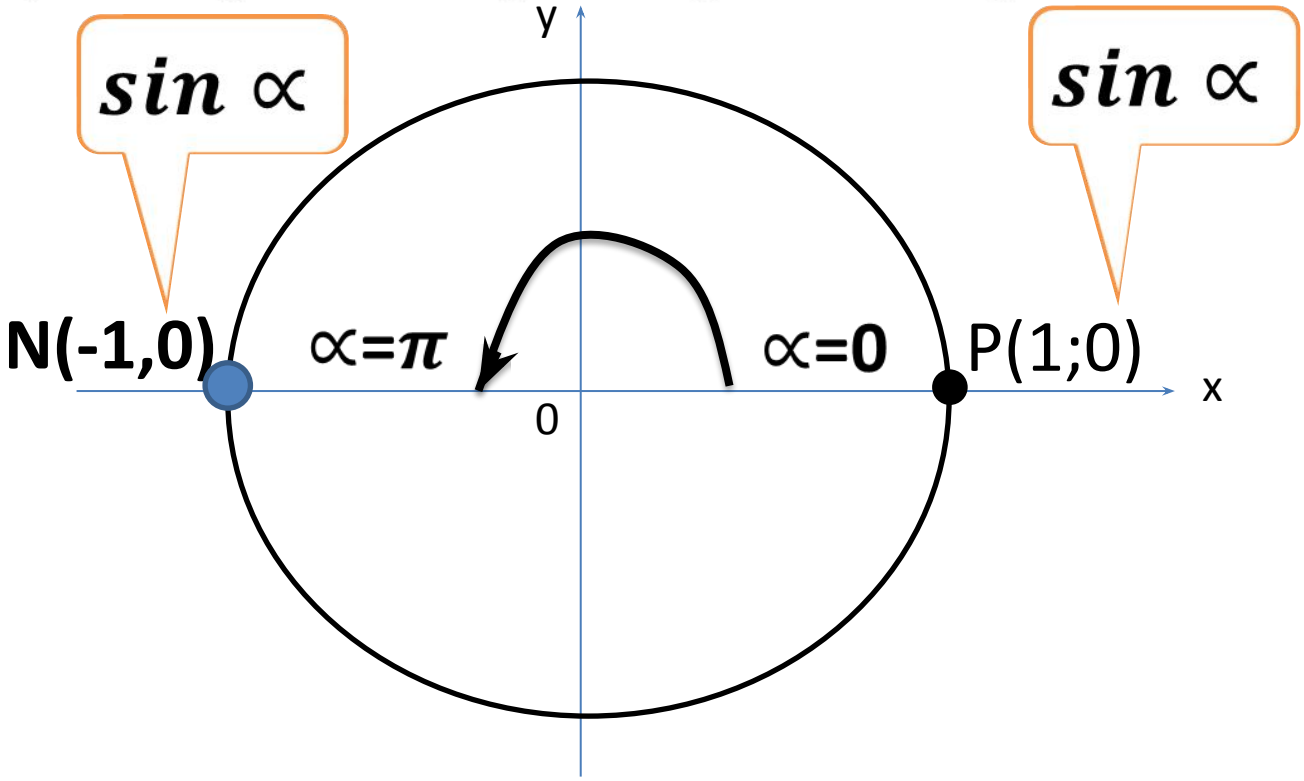
Напомним, что меру угла α (в радианах) можно рассматривать как действительное число. Поэтому $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ можно рассматривать как числовое выражение. Например, в уравнении $\sin x = \alpha$, где α — заданное число, считается, что x — неизвестное число.



VN

Решить уравнение $\sin x = 0$

Решить уравнение $\sin x = 0$ — это значит найти все углы, синус которых равен нулю.

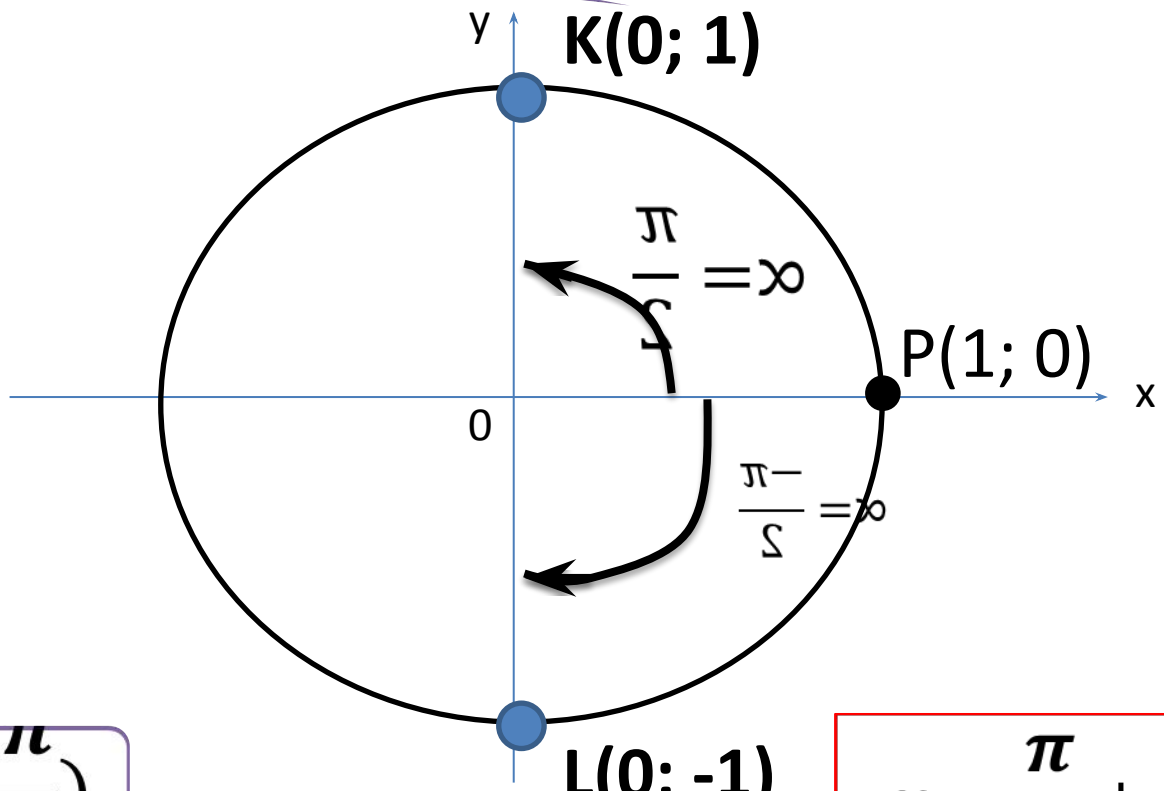


$$x = \pi k, k \in Z$$

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Решить уравнение $\cos x = 0$

$\cos(\frac{\pi}{2})$



$\cos(-\frac{\pi}{2})$

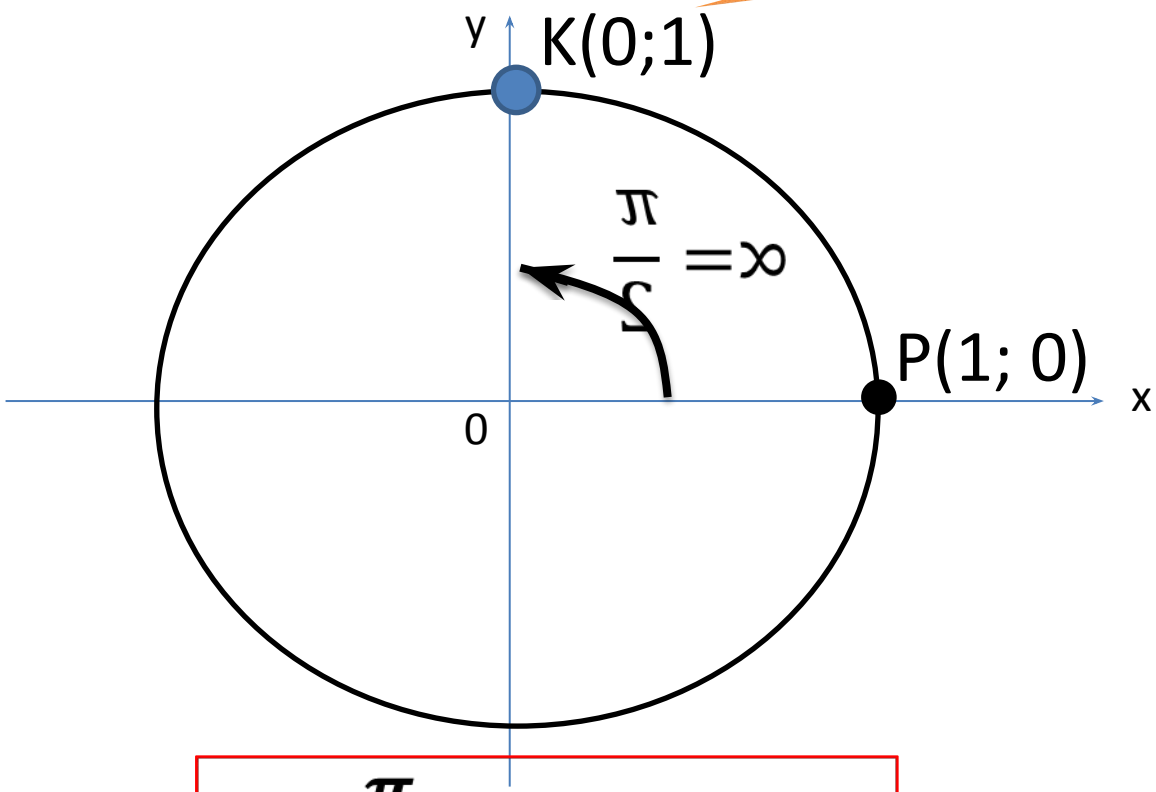
$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Решить уравнение: 1) $\sin x = 1$;

$\sin \propto$

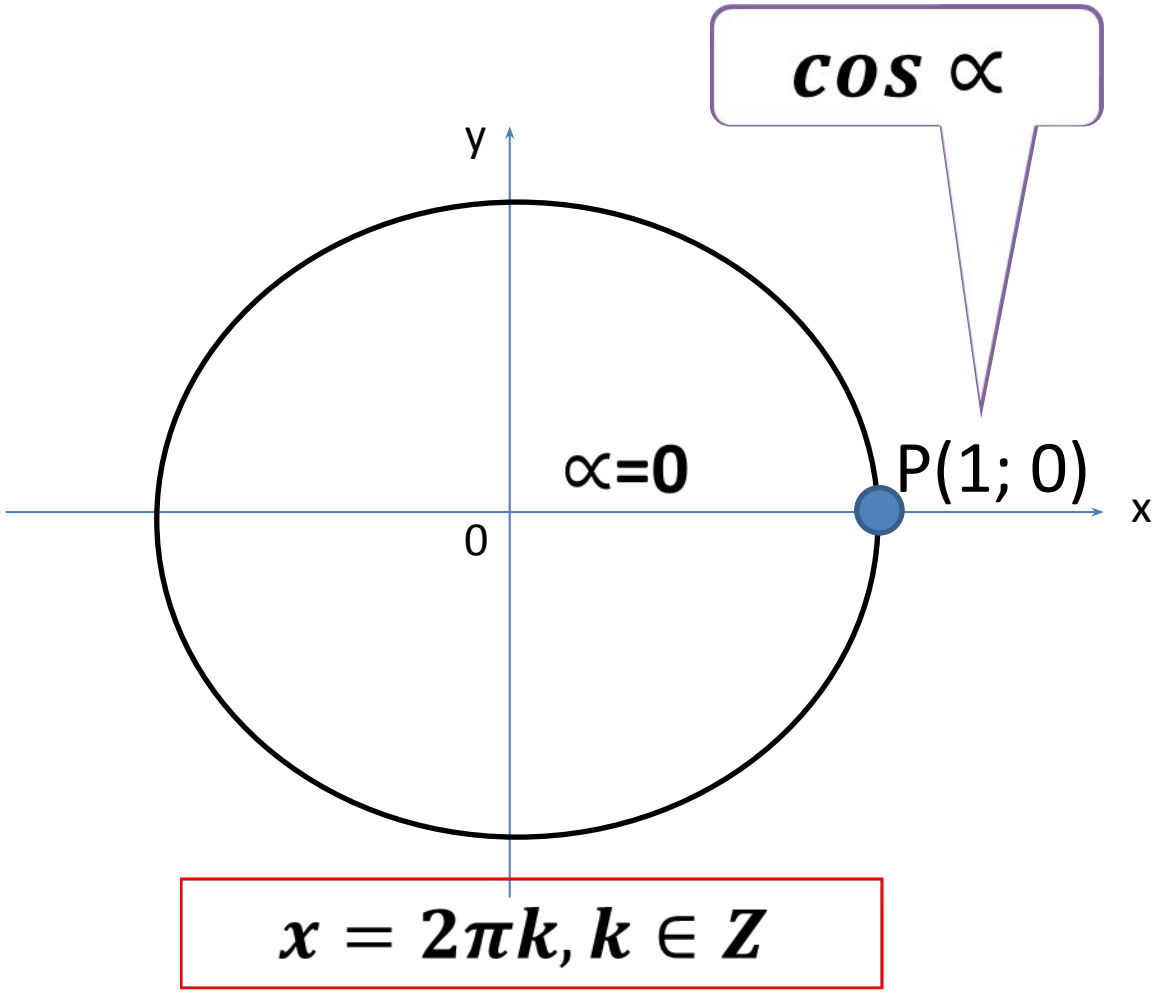


$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Решить уравнение: 2) $\cos x = 1$



VN

Частные уравнения с решениями

$\sin x = 0$, $\cos x = 0$, $\sin x = 1$ $\cos x = 1$

$x = \pi k, k \in Z$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

$x = 2\pi k, k \in Z$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

Определение 3. *Тангенсом угла* α называется отношение синуса угла α к его косинусу (обозначается $\operatorname{tg}\alpha$).

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

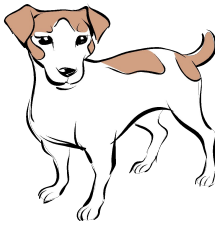
$$\operatorname{tg} 0^\circ = \frac{\sin 0^\circ}{\cos 0^\circ} = \frac{0}{1} = 0, \quad \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 270^\circ = \frac{\cos 270^\circ}{\sin 270^\circ} = \frac{0}{-1} = 0$$



$$ctg \propto = \frac{1}{tg \propto}$$

$$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{1} = 1$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ **Определены для любого угла**

$$-1 \leq \sin \propto \leq 1$$

$$-1 \leq \cos \propto \leq 1$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

Определен лишь для тех углов, для которых $\cos \propto \neq 0$, т.е. для любых углов, кроме

$$\propto = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Определен лишь для тех углов, для которых $\boldsymbol{sin} \propto \neq \mathbf{0}$, т.е. для любых углов, кроме

$$\propto = \boldsymbol{\pi k}, \boldsymbol{k} \in \boldsymbol{Z}$$

Приведем таблицу часто встречающихся значений синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

VN

Определение синуса, косинуса и тангенса угла.

α	0 $(0°)$	$\frac{\pi}{6}$ $(30°)$	$\frac{\pi}{4}$ $(45°)$	$\frac{\pi}{3}$ $(60°)$	$\frac{\pi}{2}$ $(90°)$	π $(180°)$	$\frac{3}{2}\pi$ $(270°)$	2π $(360°)$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Не существует	0	Не существует	0
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	Не существует	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	Не существует	0	Не существует

VN