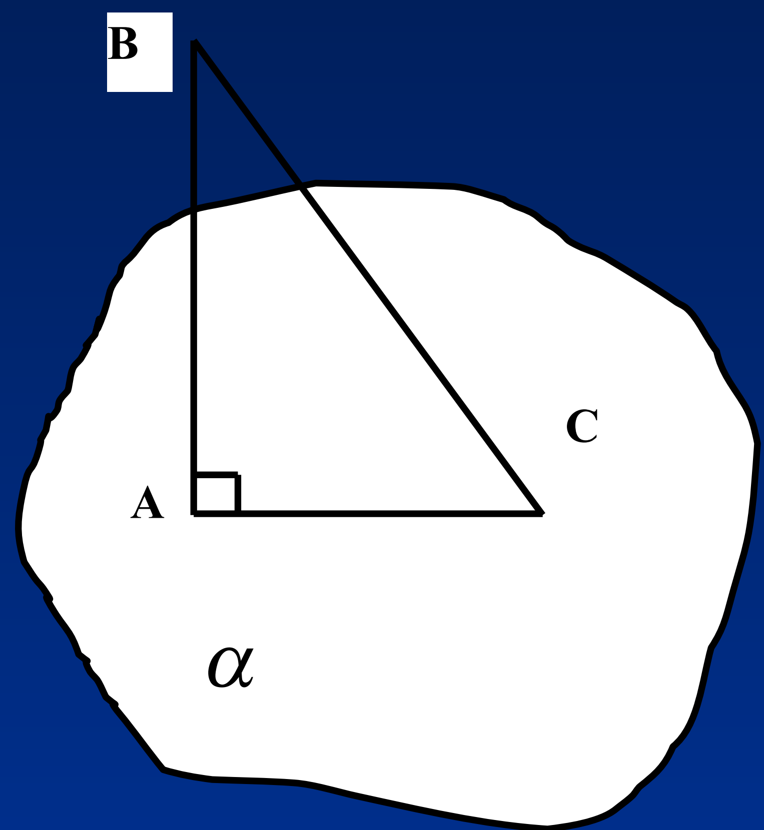
Теорема о трех перпендикулярах

Цель урока:

- Изучить теорему «О трех перпендикулярах».
- Научиться применять её при решении задач.

Математический диктант

- <u>Задание:</u> Перечислите и запишите в тетради названия элементов (отрезков) чертежа, если $AB \perp \alpha$



Ответ:

- *AB* – перпендикуляр
- *BC* – наклонная
- *AC* – проекция

Дополнительные вопросы:

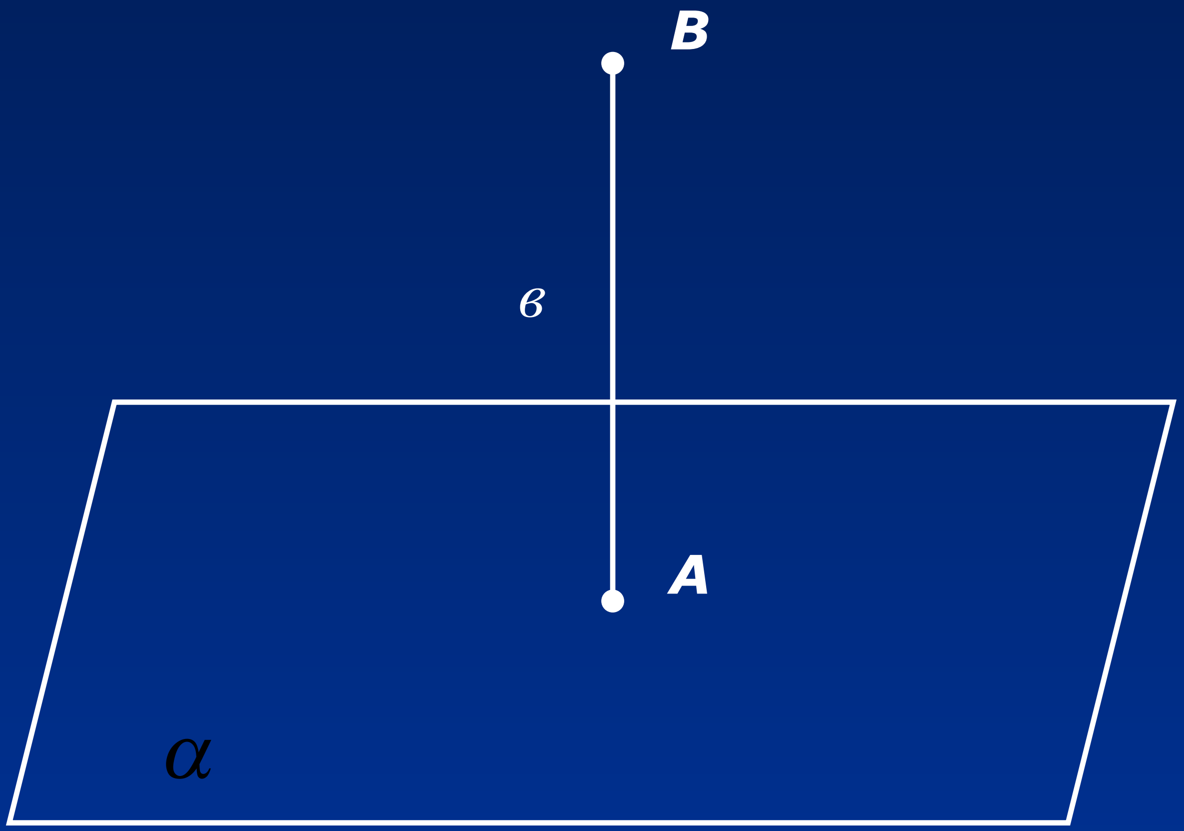
- Какой формулой связанны между собой перечисленные отрезки**?**

- Чему равно BC, если AB = 3 см, AC = 4 см.?

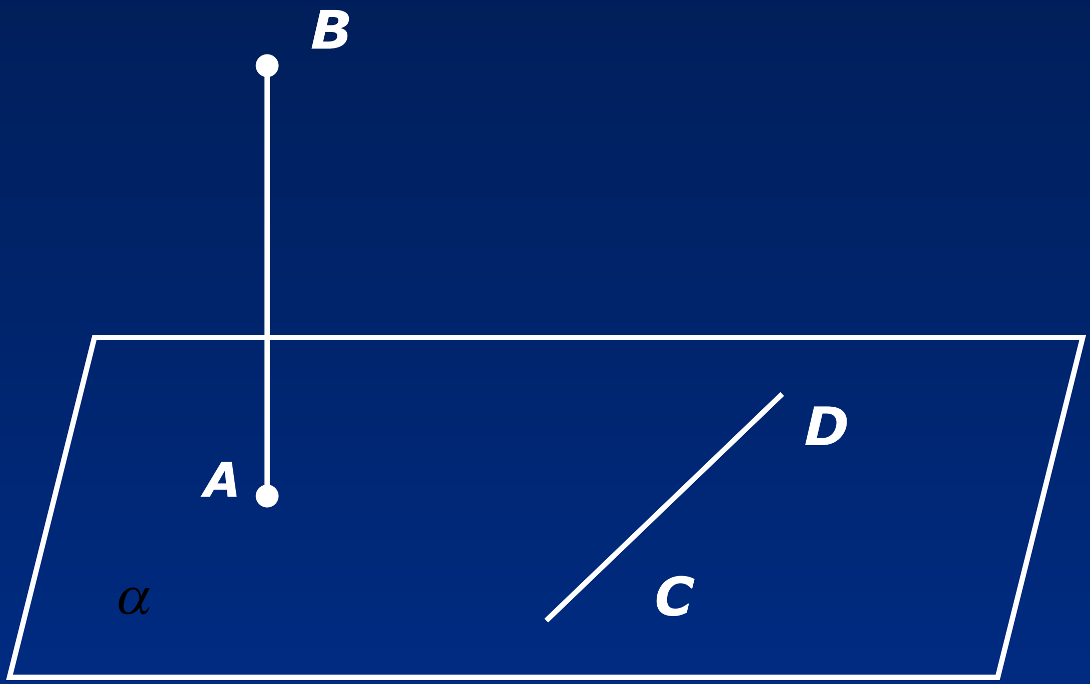
Постановка проблемы

Через конец A отрезка AB длины b, проведена плоскость, перпендикулярная отрезку. И в этой же плоскости проведена прямая c. Найти расстояние от точки B до прямой, если расстояние от точки A до прямой c равно a.

Дан отрезок $AB = в$, он перпендикулярен плоскости:

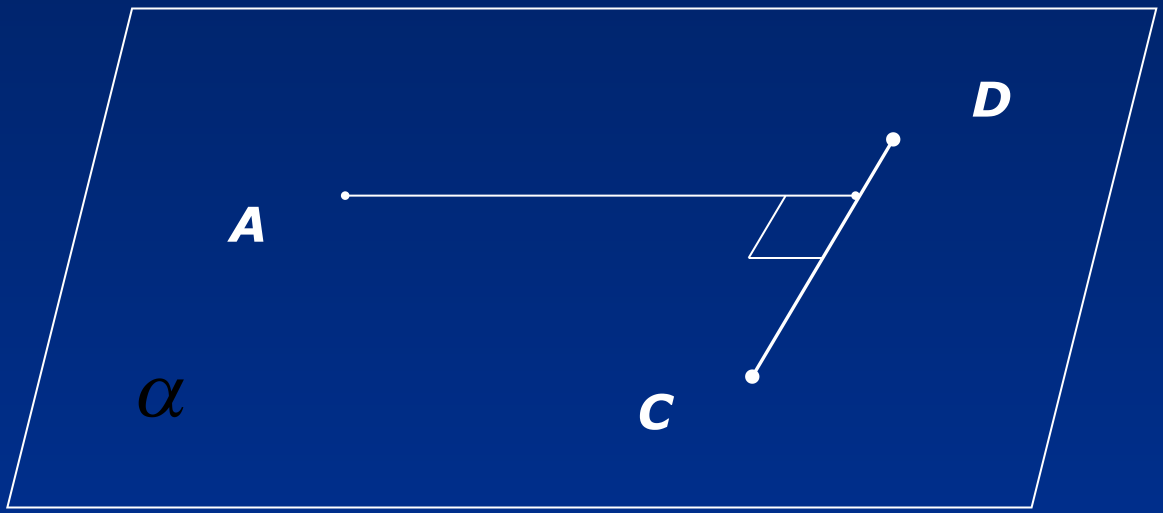


В плоскости проводиться прямая, назовем ее *CD*:

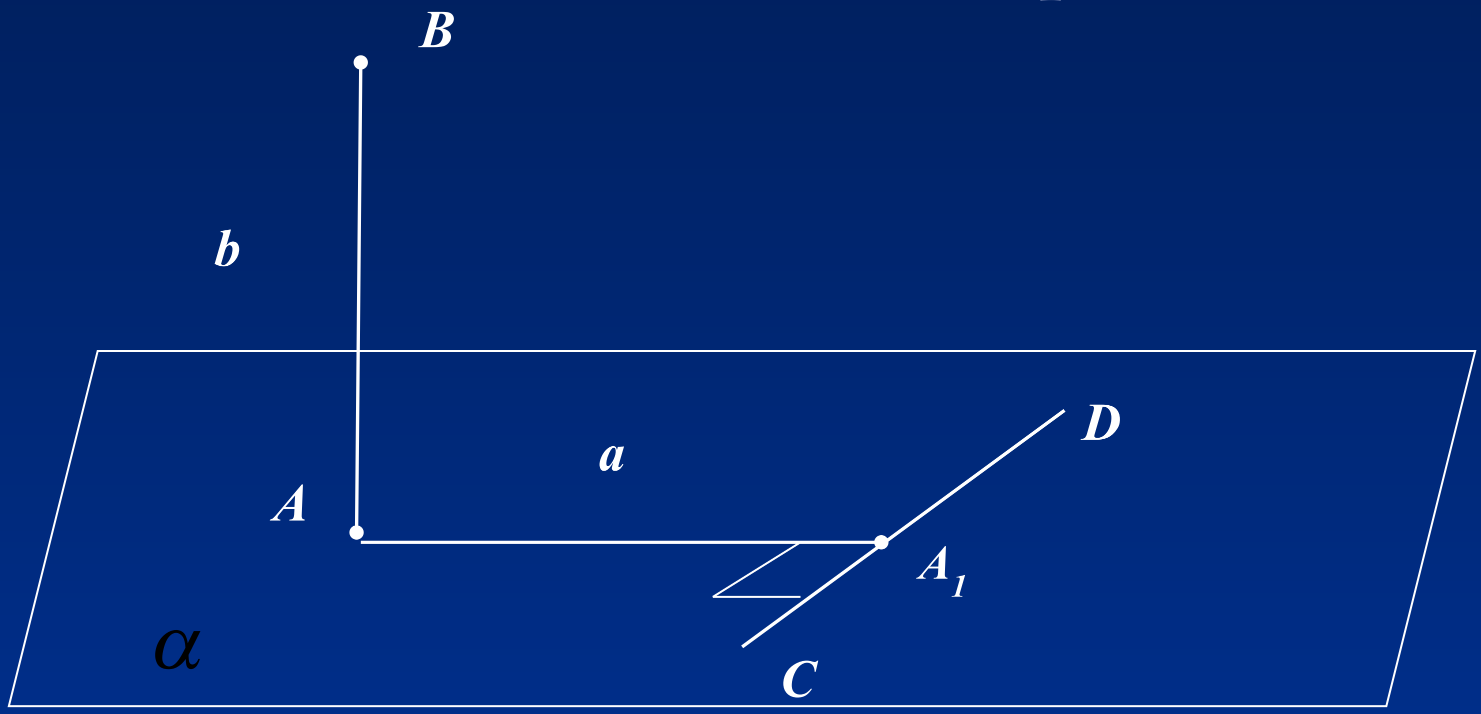


По условию задачи известно расстояние от точки *A* до прямой *CD*, оно равно *a*.

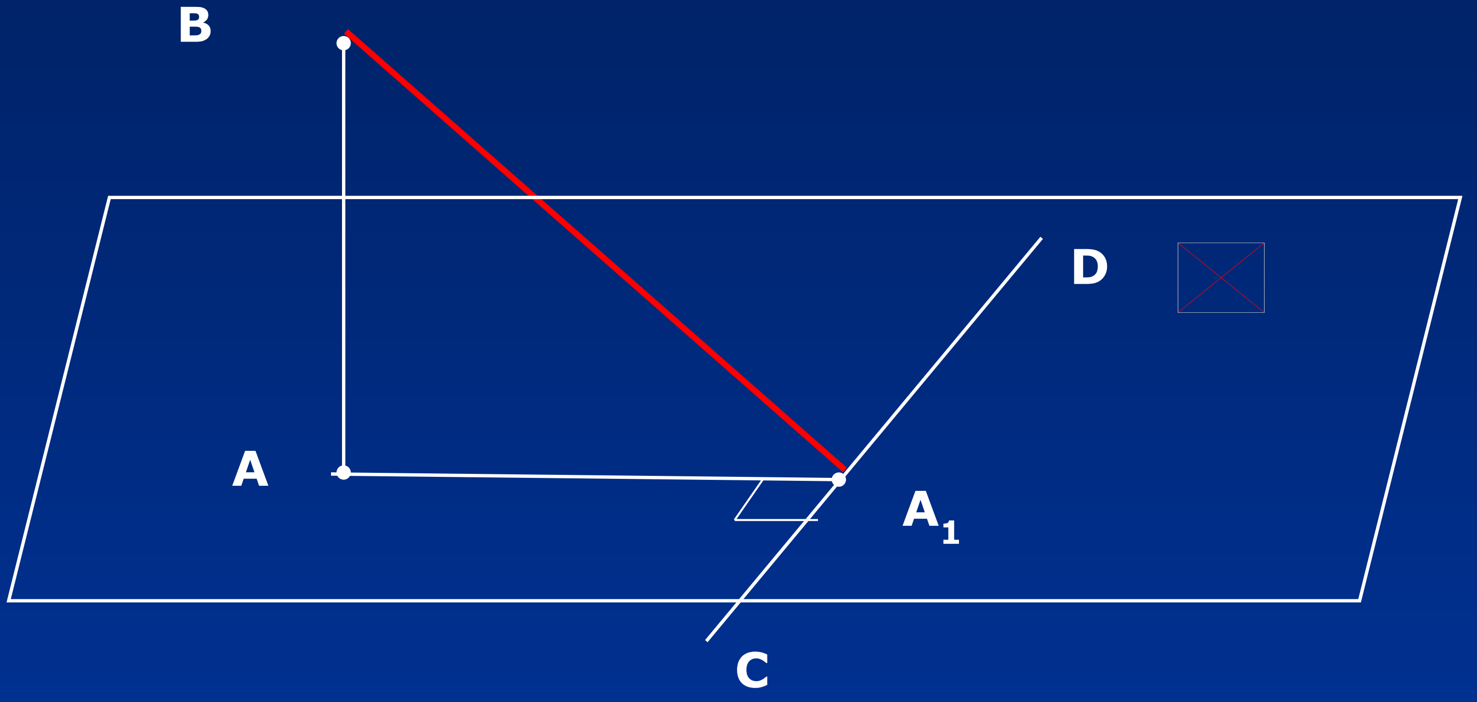
Расстояние от точки до прямой, есть перпендикуляр, проведенный из этой точки на прямую!



Теперь нужно выяснить, сколько перпендикуляров на чертеже и чему ровно AA_1?

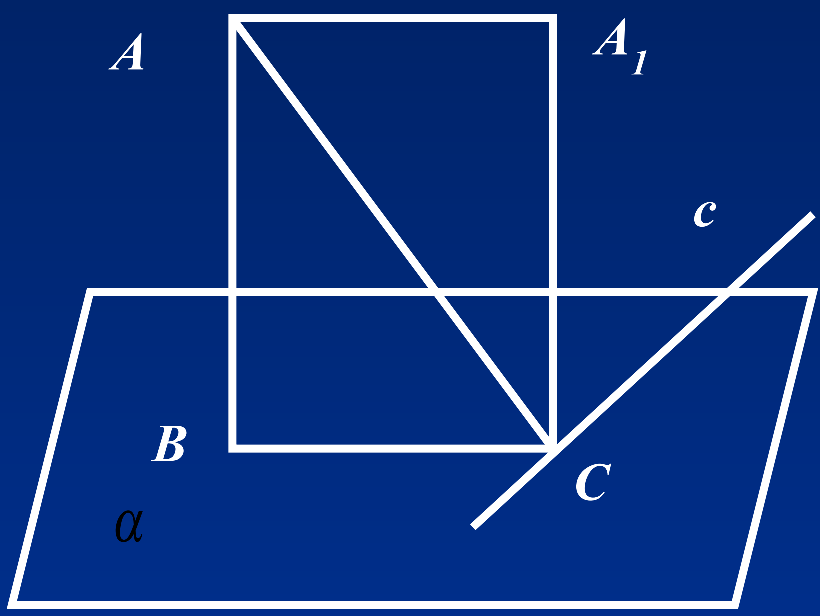


Куда пойдет перпендикуляр из точки *B*?
Где будет находиться его основание на прямой *CD*?



Первый выступающий

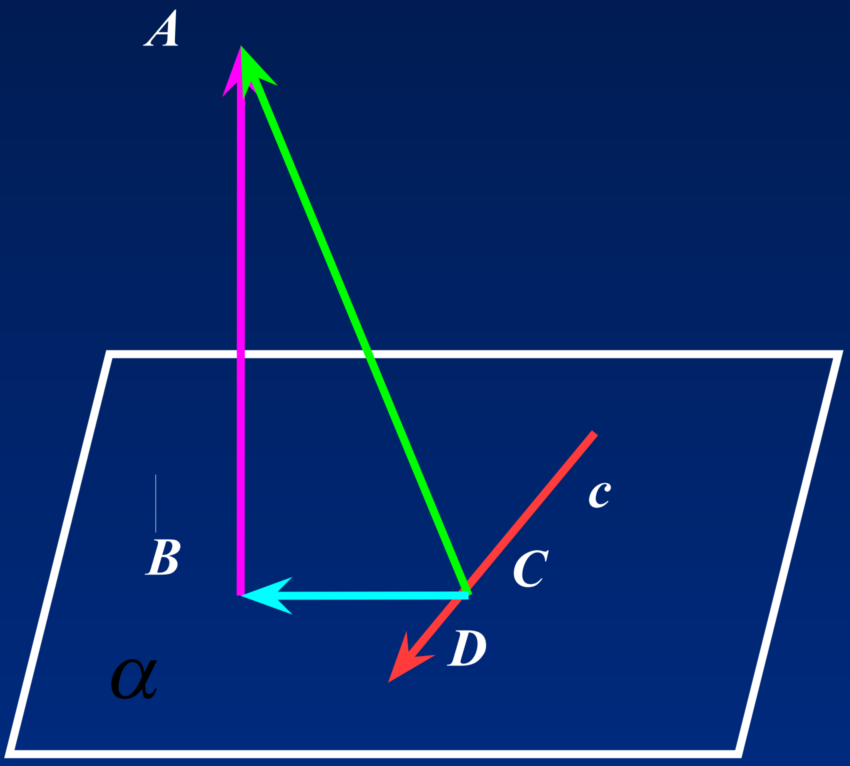
Прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной перпендикулярно ее проекции, перпендикулярна и самой наклонной.



Дано: ; $c \in \alpha$ **,** AC – наклонная, BC – проекция. BC $\perp c$, AB $\perp \alpha$.

Доказать: AC $\perp c$

Второй выступающий



Дано: $c \in \alpha$ **;**

AC **– наклонная,** ***BC*** **–**

проекция. ***BC*** $\perp c$ **,** ***AB*** $\perp \alpha$ **.**

Доказать: ***AC*** $\perp c$ **.**

Третий выступающий

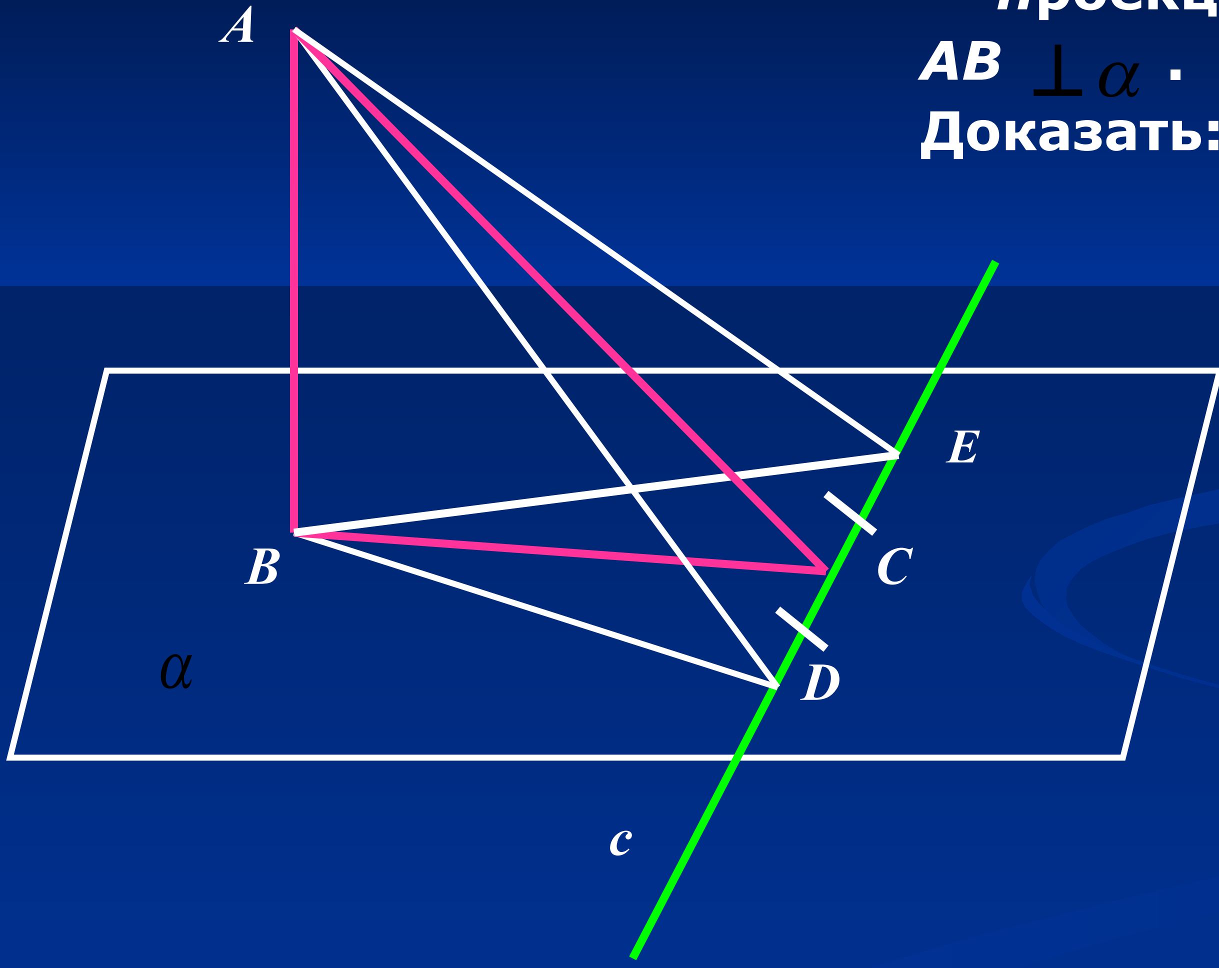
$DE, \Rightarrow c \perp AC$

Дано: $c \in \alpha$;

AC-наклонная, *BC* - проекция. *BC* $\perp c$,

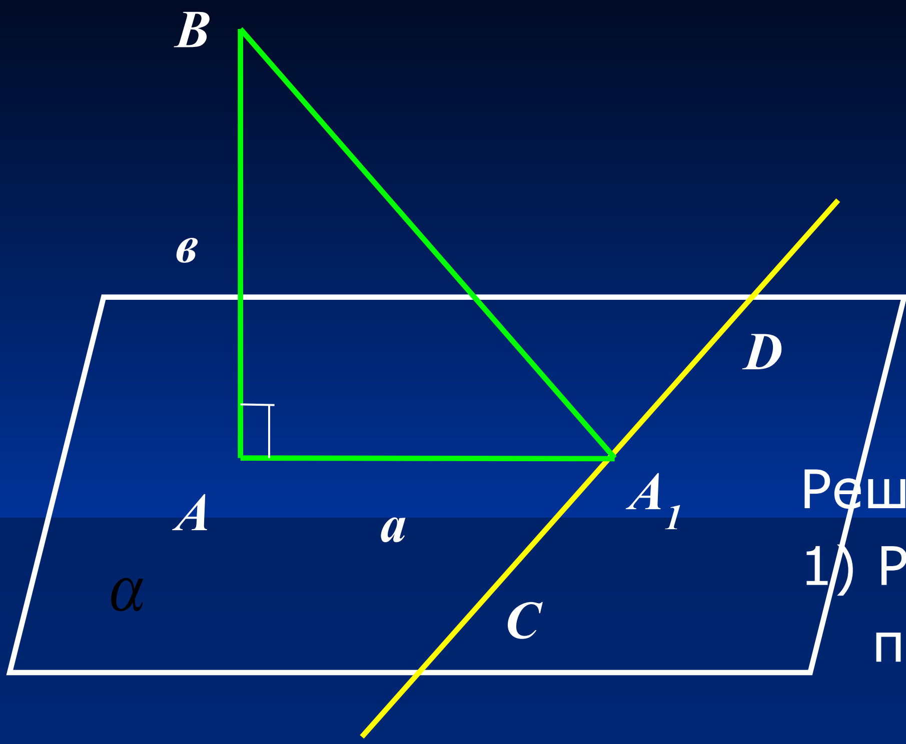
AB $\perp \alpha$.

Доказать: *AC* $\perp c$.



Продолжим решение предложенной в начале урока задачи

$AB \perp \alpha,\ A \in \alpha,\ AB = в$



Дано: $AB \perp \alpha,\ AB = в$,

$AA_1 \perp CD,\ AA_1 = a$

Найти: Расстояние от точки *B* до прямой *CD*

Решение.

1) Расстояние от точки до прямой является перпендикуляр

По теореме «О трех перпендикулярах».

$BA_1 \perp CD,\ т.к.\ AA_1$ - проекция наклонной *BA*$_1$.

Из $\Delta ABA_1\ (\angle A = 90^0)$,По теореме Пифагора:

$$A_1B^2 = AB^2 + AA_1{}^2,$$

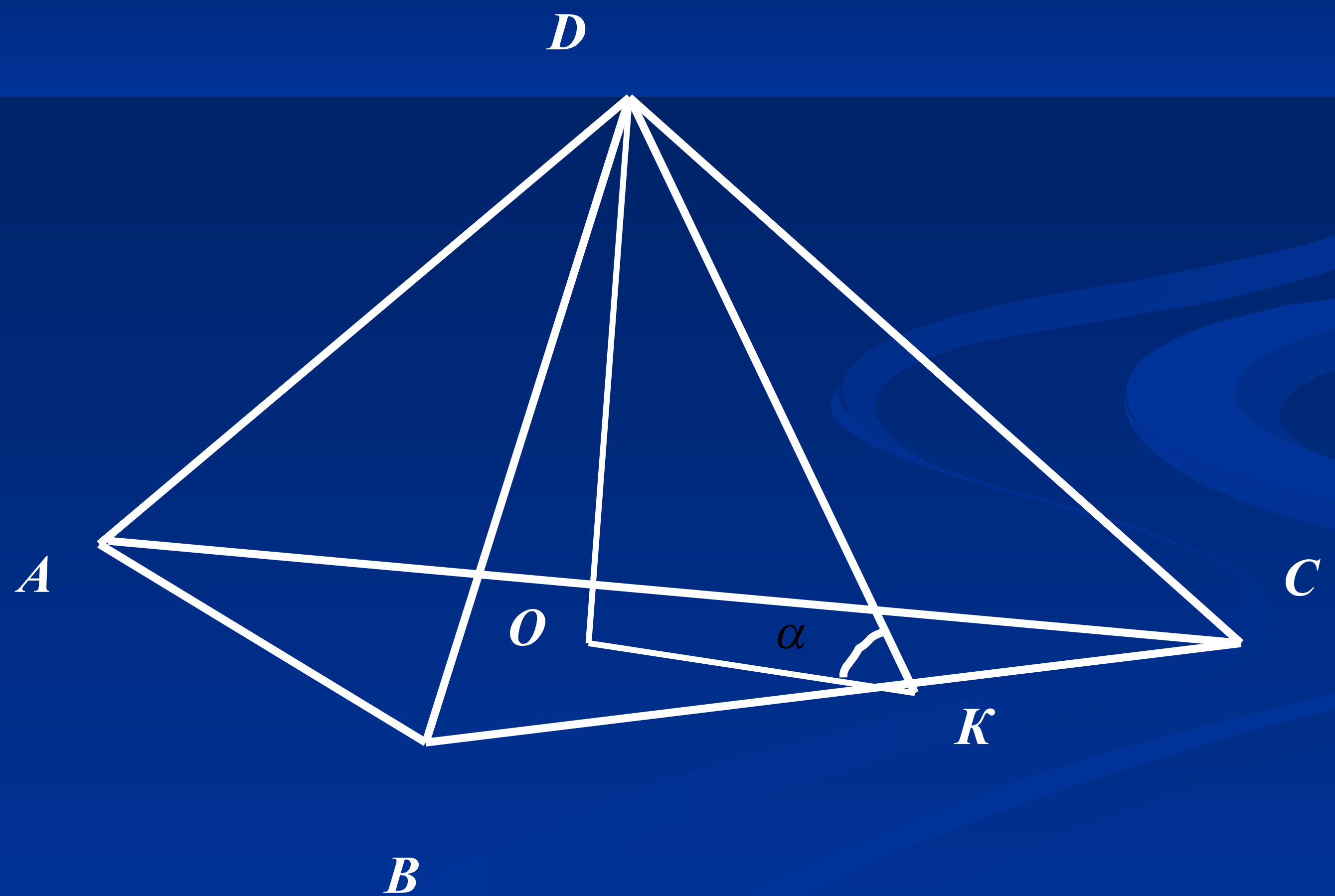
$$A_1B = \sqrt{AB^2 + AA_1{}^2}$$

Ответ: Расстояние от точки *B* до прямой *CD* равно $\sqrt{a^2 + в^2}$

Практическое применение теоремы о трех перпендикулярах

Задача:

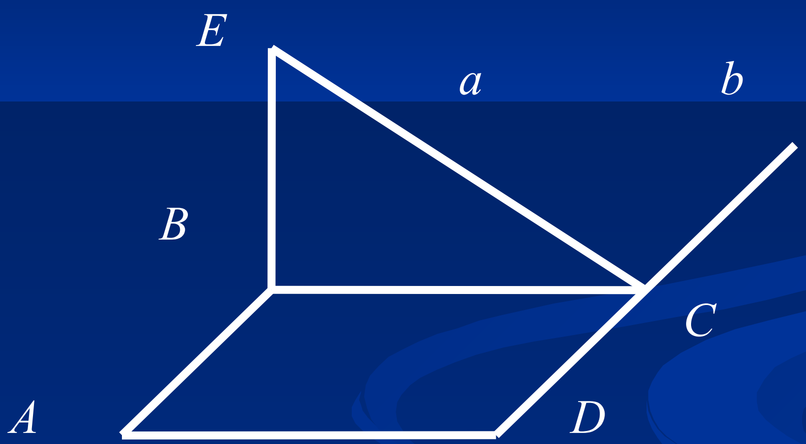
- В правильной треугольной пирамиде боковые грани наклонены под углом .



Установить взаимное положение прямых *а* и *в* по готовым чертежам

1. ABCD – квадрат

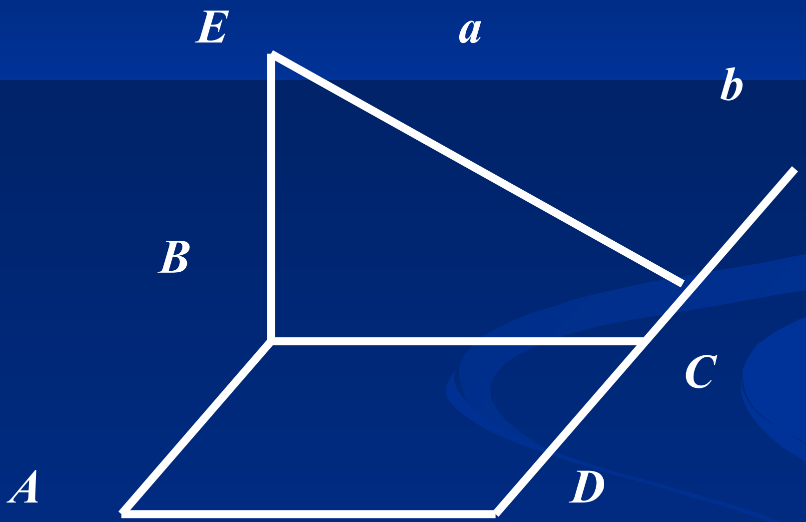
BE ⊥ ABCD



Установить взаимное положение прямых *а* и *в* по готовым чертежам

2. *ABCD* – квадрат

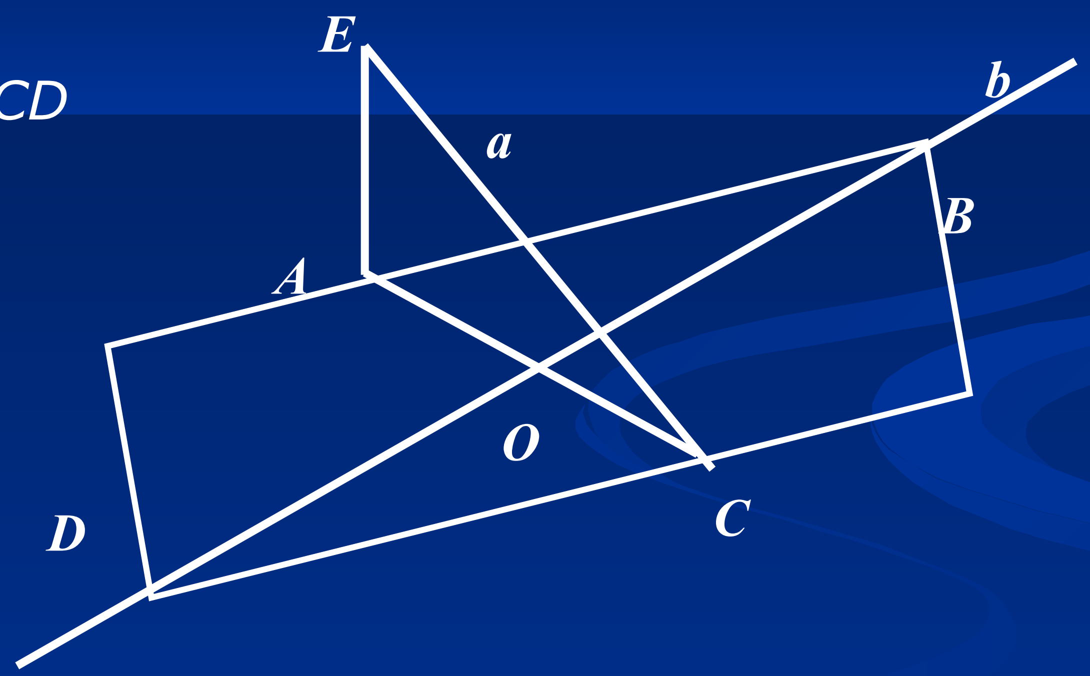
BE ⊥ *ABCD*



Установить взаимное положение прямых *а* и *в* по готовым чертежам

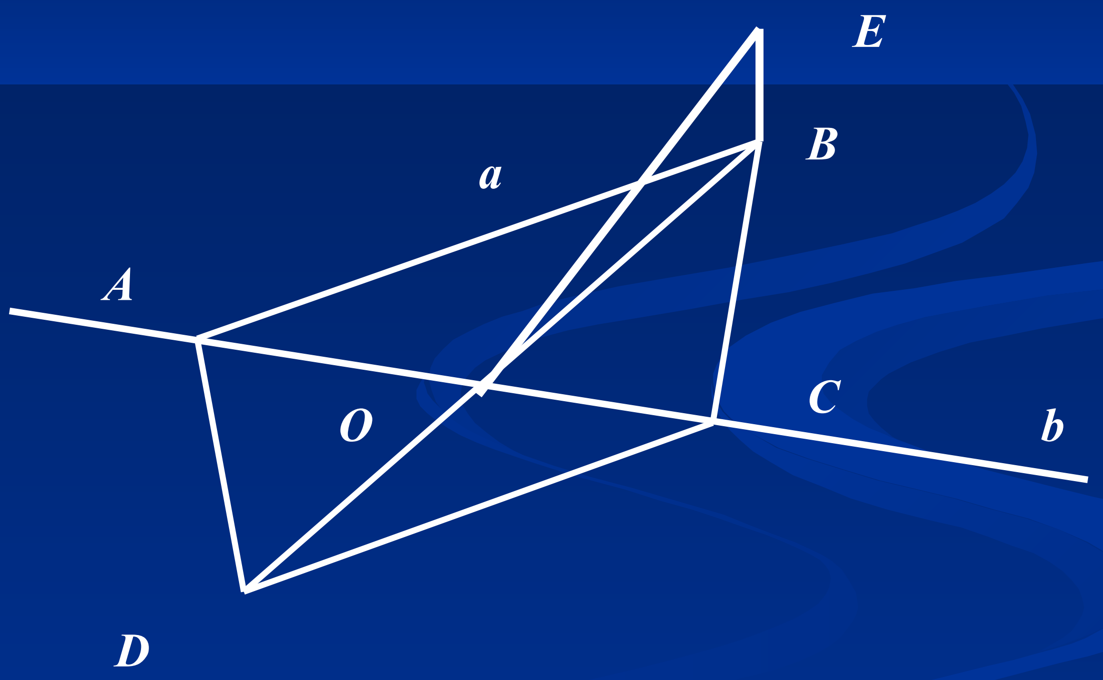
3. *ABCD* – ромб

AE $\perp$ *ABCD*



Установить взаимное положение прямых *а* и *в* по готовым чертежам

4. ABCD –
ромб
BE $\perp$ *ABCD*



Самостоятельная работа

- На оценку **3**: Решить 3 задачи из уровня А
- На оценку **4**: Решить по одной задачи из уровня А и В (на выбор любые).
- На оценку **5**: Решить по одной задачи из уровня А, В и С (на выбор любые).

Подведение итогов урока.