



8 класс

Геометрия



Четырехугольники

Урок № 4

Трапеция

- *Ввести понятие трапеции и ее элементов.*
- *Познакомить с равнобедренной и прямоугольной трапецией.*
- *Рассмотреть свойства равнобедренной трапеции.*



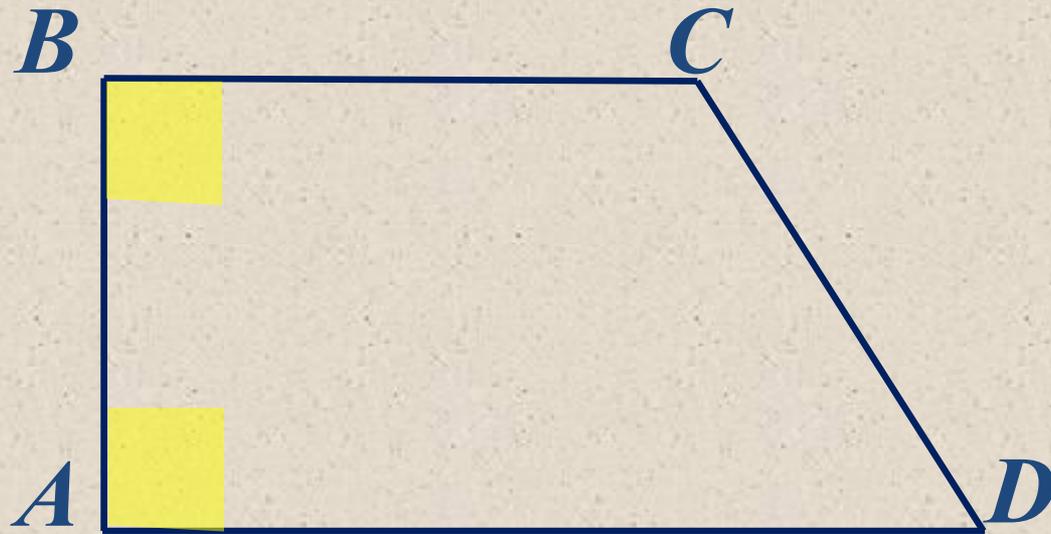
Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.

$ABCD$ – трапеция, если
 $BC \parallel AD$,
 AB и CD – боковые стороны,
 BC и AD – основания.



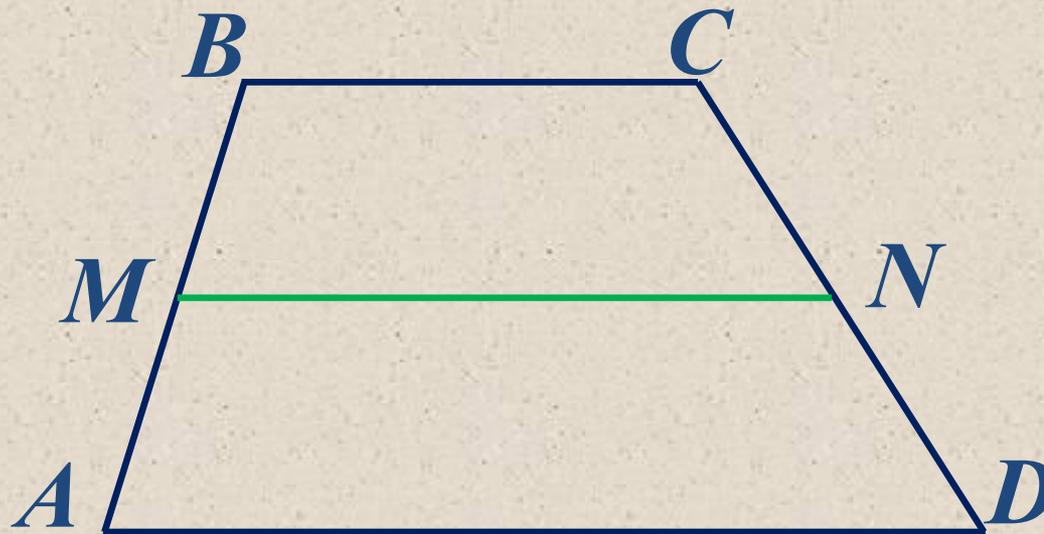
Трапеция называется **равнобедренной**,
если ее боковые стороны равны.

$ABCD$ – **равнобедренная** трапеция, если $BC \parallel AD$,
 $AB = CD$ – боковые стороны.



Трапеция называется **прямоугольной**,
если один из углов прямой.

$ABCD$ – **прямоугольная** трапеция, если
 $BC \parallel AD$,
 $\angle A = 90^\circ$ или $\angle B = 90^\circ$.



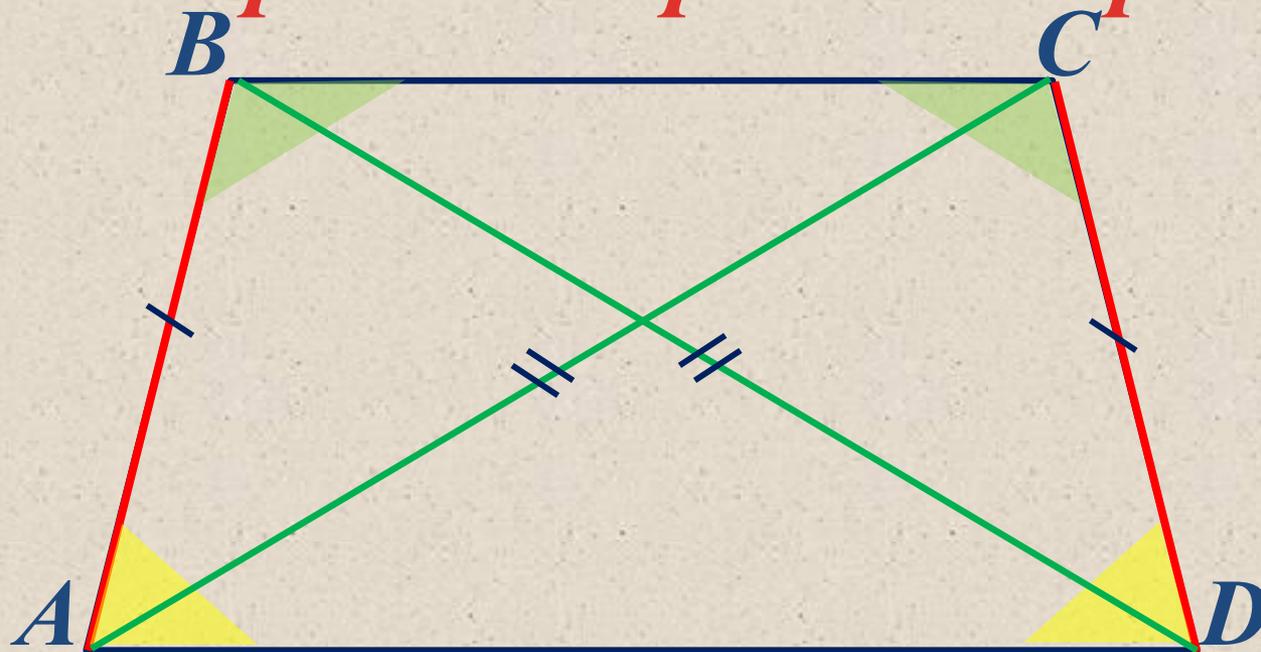
M – середина AB

N – середина CD

MN – средняя линия трапеции

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Свойства равнобедренной трапеции

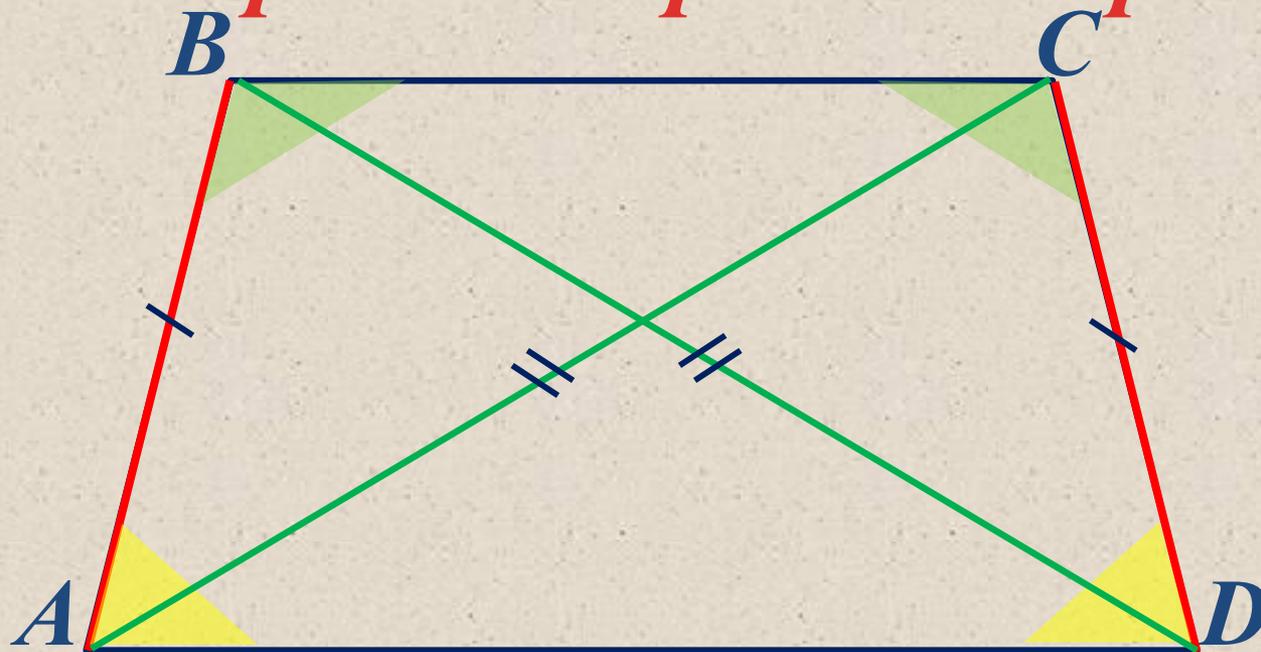


1. В равнобедренной трапеции диагонали равны.
2. В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны.

$BD = AC$ – диагонали трапеции

$\angle A = \angle D, \angle B = \angle C$ – углы при основаниях

Признаки равнобедренной трапеции



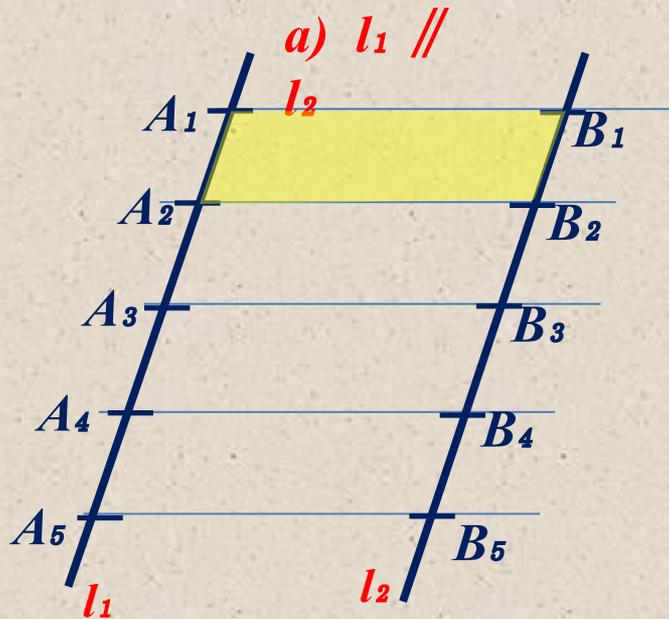
1. Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная.
2. Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная.

$BD = AC$ – диагонали трапеции

$\angle A = \angle D, \angle B = \angle C$ – углы при основаниях

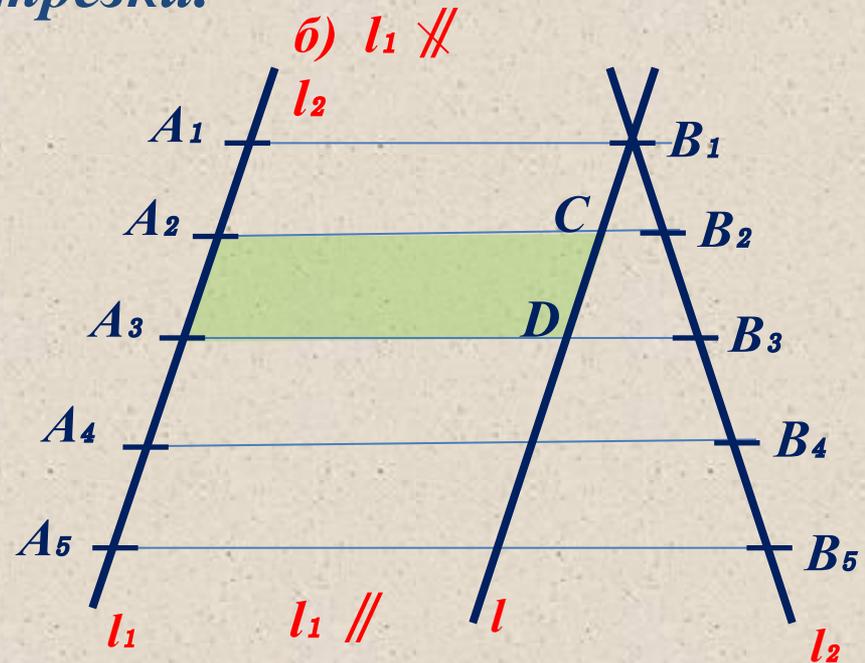
Теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложить последовательно равных несколько отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.



$A_1A_2 B_2 B_1$ - параллелограмм

$$A_1A_2 = B_1B_2$$



$A_2 A_3 DC$ - параллелограмм

$$A_2A_3 = CD$$

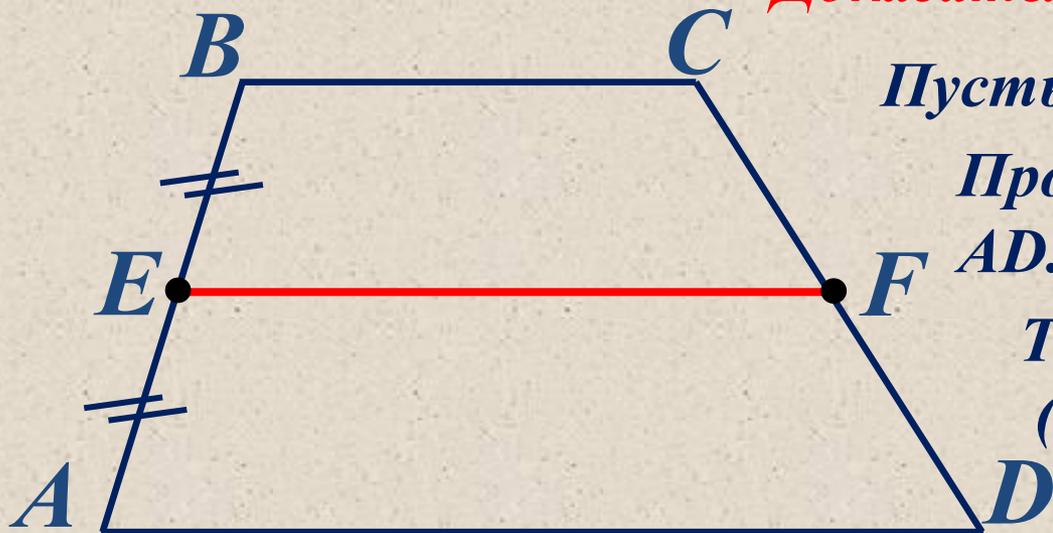
$$A_2A_3 = B_2B_3$$

1

Задача

Докажите, что отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции, параллелен основаниям трапеции.

Доказательство



Пусть E – середина AB .

Проведем $EF \parallel BC \parallel AD$.

*Точка F – середина CD
(по теореме Фалеса).*

Докажем, что EF – единственный

Через точки E и F можно провести только одну прямую (аксиома) т. е. отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции $ABCD$ параллелен основаниям, ч. т. д.

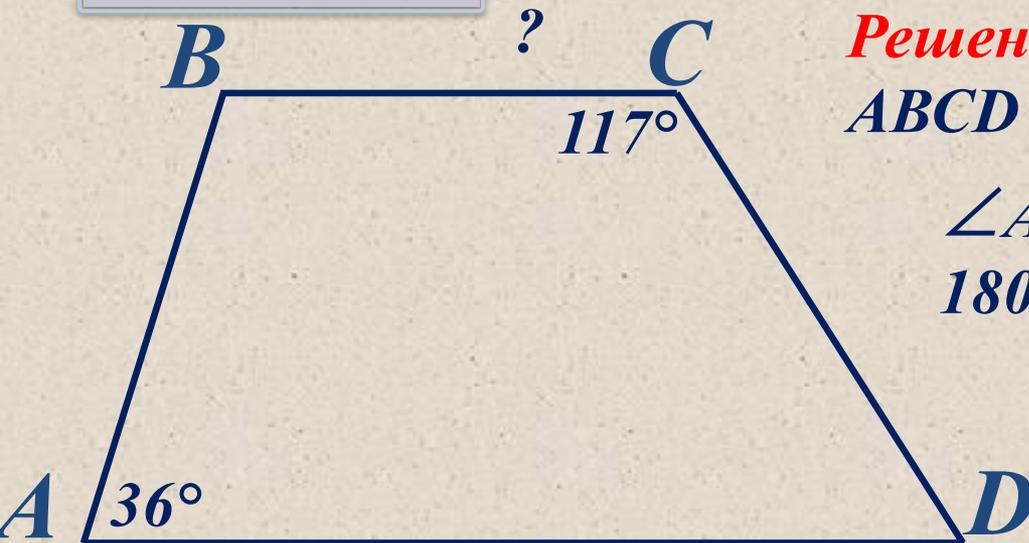
Задача

Дано:

$ABCD$ – трапеция, $\angle A = 36^\circ$, $\angle C = 117^\circ$

Найти:

$\angle B = ?$, $\angle D = ?$



Решение

$ABCD$ – трапеция, то $BC \parallel AD$.

$$\angle A + \angle B =$$

$$180^\circ$$

$$36^\circ + \angle B =$$

$$180^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - 36^\circ$$

$$\angle B =$$

$$144^\circ$$

$$\angle C + \angle D =$$

$$180^\circ$$

$$\angle 117^\circ + \angle D =$$

$$180^\circ$$

$$\angle D =$$

$$180^\circ -$$

$$117^\circ$$

$$63^\circ$$

$$\angle D =$$

$$63^\circ$$

Ответ:

$$\angle B = 144^\circ,$$

$$\angle D = 63^\circ$$

Задача

Дано:

 $ABCD$ – равнобокая трапеция, $\angle A = 68^\circ$,

Найти:

 $\angle B = ?$, $\angle C = ?$, $\angle D = ?$

Решение



Если $ABCD$ – равнобокая трапеция,
то $\angle A = \angle D = 68^\circ$,

$$\angle 68^\circ + \angle B =$$

$$180^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - \angle$$

$$68^\circ$$

$$\angle B =$$

$$112^\circ$$

$$\angle B = \angle C =$$

$$112^\circ,$$

Ответ:

$$\angle D = \quad \angle B = \quad \angle C =$$

$$68^\circ, \quad 112^\circ, \quad 112^\circ.$$

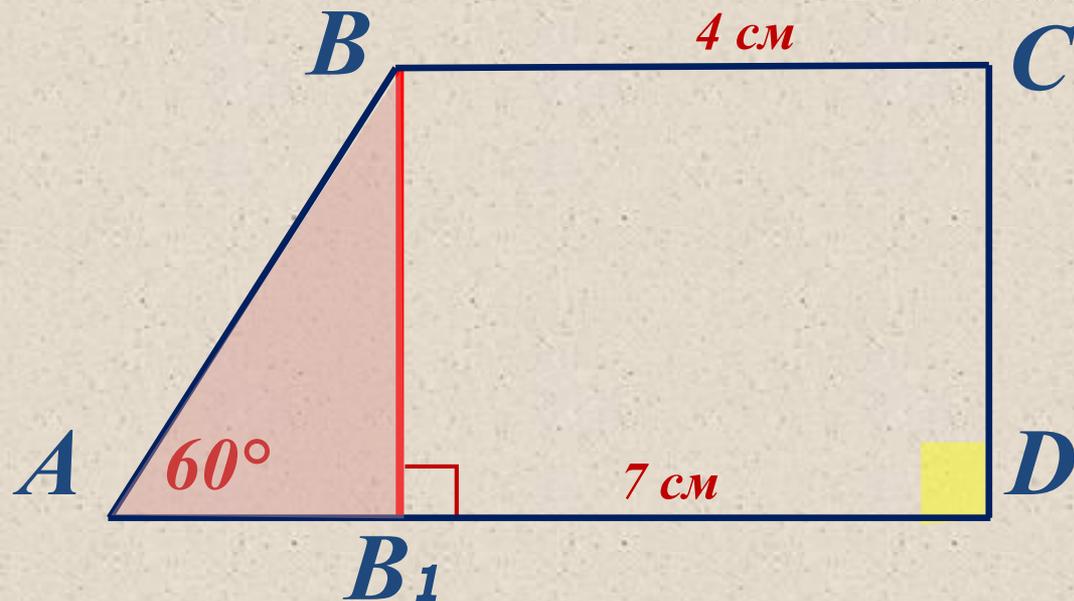
4

Задача**Дано:**

$ABCD$ – прямоугольная трапеция,
 $\angle D = 90^\circ$, $BC = 4$ см, $AD = 7$ см, $\angle A =$

Найти:

60°
 AB - ?

Решение

Проведем $BB_1 \perp AD$

$$AB_1 = AD - B_1D$$

$$AB_1 = 7 - 4 = 3 \text{ (см)}$$

Рассмотрим $\triangle ABB_1$:

$\angle A = 60^\circ$ - по условию,

$\angle B_1 = 90^\circ$ так как $BB_1 \perp AD$, то $\angle B =$

30° , $BB_1 = \frac{1}{2}AB$ – по свойству прямоугольного треугольника,

$$AB = 3 \cdot 2 = 6 \text{ (см)}.$$

Ответ: 6 (см).

Ответить на вопросы:

- Какой четырехугольник называется трапецией?*
- Как называются стороны трапеции?*
- Какая трапеция называется прямоугольной? Равнобедренной?*
- Сформулируйте свойства равнобедренной трапеции.*
- Сформулируйте признаки равнобедренной трапеции.*
- Что такое средняя линия трапеции? Свойство средней линии трапеции.*

Спасибо за внимание!