Кодирование вещественных чисел

Составила Соколова Е.В.
Учитель информатики МБОУ СОШ № 1
г.Зубцов Тверская обл.

Для представления вещественных чисел (конечных и бесконечных десятичных дробей) используют формат с плавающей точкой (запятой).

Форма с плавающей точкой использует представление вещественного числа **R** в виде произведения мантиссы **m** на основание системы счисления **p** в некоторой целой степени **n**, которую называют порядком:

$$R = m * p^n$$

m – мантисса,
n – порядок,
p – основание системы

Например, число 35,324 можно записать в таком виде: $0.35324x10^2$

Здесь **m**=0.35324 — мантисса,

n=2 — порядок

Порядок указывает, на какое количество позиций и в каком направлении должна «переплыть», т.е. сместиться десятичная точка в мантиссе. Отсюда название «плавающая точка».

Однако справедливы и следующие равенства:

$35,324 = 3,5324*10^1 = 0,0035324*10^4 = 3532,4*10^2$ и т.п.

Получается, что представление числа в форме с плавающей точкой неоднозначно?

Чтобы не было неоднозначности, в ЭВМ используют

нормализованное представление числа в форме с плавающей точкой

Мантисса в нормализованном представлении должна удовлетворять условию:

$$0,1_p \le m < 1_p$$

Иначе говоря, мантисса меньше единицы и первая значащая цифра — не ноль. Значит для рассмотренного числа нормализованным представлением будет:

$$35,324 = 0.35324 * 10^2$$

Пусть в памяти компьютера вещественное число представляется в форме с плавающей точкой в двоичной системе счисления (p=2) и занимает ячейку размером 4 байта. В ячейке должна содержаться следующая информация о числе: знак числа, порядок и значащие цифры мантиссы. Вот как эта информация располагается в ячейке:

Машинный порядок

В старшем бите 1-го байта хранится знак числа. В этом разряде **0** обозначает **плюс**, **1** — **минус**

Оставшиеся 7 бит первого байта содержат машинный порядок

В следующих трех байтах хранятся значащие цифры мантиссы

Что такое машинный порядок?

В семи двоичных разрядах помещаются двоичные числа в диапазоне от 0000000 до 1111111. В десятичной системе это соответствует диапазону от 0 до 127. Всего 128 значений. Знак порядка в ячейке не хранится. Но порядок, очевидно, может быть как положительным так и отрицательным. Разумно эти 128 значений разделить поровну между положительными и отрицательными значениями порядка.

В таком случае между машинным порядком и истинным (назовем его математическим) устанавливается следующее соответствие:

Машинный порядок	**0**	**1**	**2**	**3**	**…**	**64**	**65**	**…**	**125**	**126**	**127**
Математический порядок	**-64**	**-63**	**-62**	**-61**	**…**	**0**	**1**	**…**	**61**	**62**	**63**

Если обозначить машинный порядок Mp, а математический — p, то связь между ними выразится такой формулой:

$$Mp = p + 64$$

Итак, машинный порядок смещён относительно математического на 64 единицы и имеет только положительные значения. При выполнении вычислений с плавающей точкой процессор это смещение учитывает

В двоичной системе счисления смещение:

$$M_{p2} = p_2 + 100\ 0000_2$$

Теперь мы можем записать внутреннее представление числа **35,324** в форме с плавающей точкой

1) Переведем его в двоичную систему счисления с 24 значащими цифрами

$$35{,}324 = 100011{,}010100101111000110_2$$

2) Запишем в форме нормализованного двоичного числа с плавающей точкой:

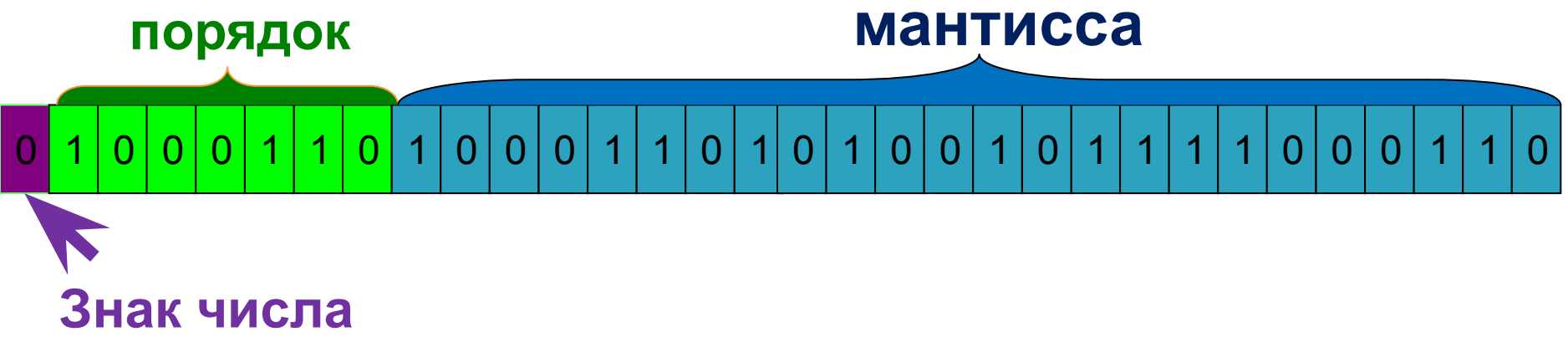
$$0{,}10001101010010111100011 0 * 10^{110}$$

Здесь мантисса, основание системы счисления ($2_{10}=10_2$) и порядок ($6_{10}=110_2$) записаны в двоичной системе

3) Вычислим машинный порядок

$$Мр_2 = 110 + 100\ 0000 = 100\ 0110$$

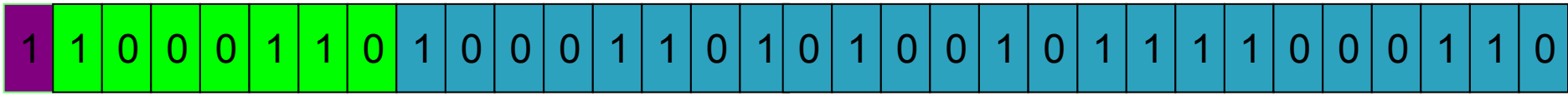
4) Запишем представление числа в ячейке памяти



Число в форме с плавающей точкой занимает в памяти компьютера 4 байта (число обычной точности) или 8 байт (число двойной точности).

Мы рассмотрели пример представления числа 35,324 обычной точности

Для того, чтобы получить внутреннее представление отрицательного числа -35,324, достаточно в полученном выше коде заменить в разряде знака числа 0 на 1



Задание:

Представьте двоичное число $-100{,}1_2$ в четырёхбайтовом формате. Представьте число сначала в форме с плавающей запятой.

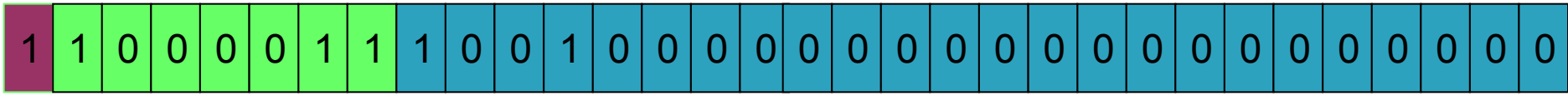
Решение:

$-100{,}1_2 = -0{,}1001 * 2^{11}$

Мантисса -0,1001

Порядок 11

Машинный порядок 11+100 0000=1000011



Задания для самостоятельного выполнения

1. Сравните числа:

а) $318{,}4785 \cdot 10^{9}$ и $3{,}184785 \cdot 10^{11}$

б) $218{,}4785 \cdot 10^{-3}$ и $1847{,}85 \cdot 10^{-4}$

2. Запишите числа в естественной форме:

а) $0{,}1100000 \cdot 2^{100}$

б) $0{,}1001111 \cdot 2^{111}$