

Кодирование вещественных чисел

Составила Соколова Е.В.
Учитель информатики МБОУ СОШ № 1
г.Зубцов Тверская обл.

Для представления вещественных чисел (конечных и бесконечных десятичных дробей) используют формат с плавающей точкой (запятой).

Форма с плавающей точкой использует представление вещественного числа **R** в виде произведения мантиссы **m** на основание системы счисления **p** в некоторой целой степени **n**, которую называют порядком:

$$R = m * p^n$$

m – мантисса,

n – порядок,

p – основание системы

Например, число 35,324 можно записать в таком виде: 0.35324×10^2

Здесь **m**=0.35324 — мантисса,

n=2 — порядок

Порядок указывает, на какое количество позиций и в каком направлении должна «переплыть», т.е. сместиться десятичная точка в мантиссе. Отсюда название «плавающая точка».

Однако справедливы и следующие равенства:

$$35,324 = 3,5324 \times 10^1 = 0,0035324 \times 10^4 = 3532,4 \times 10^2 \text{ и т.п.}$$

Получается, что представление числа в форме с плавающей точкой неоднозначно?

Чтобы не было неоднозначности, в ЭВМ используют

***нормализованное представление
числа в форме с плавающей точкой***

**Мантисса в нормализованном
представлении должна
удовлетворять условию:**

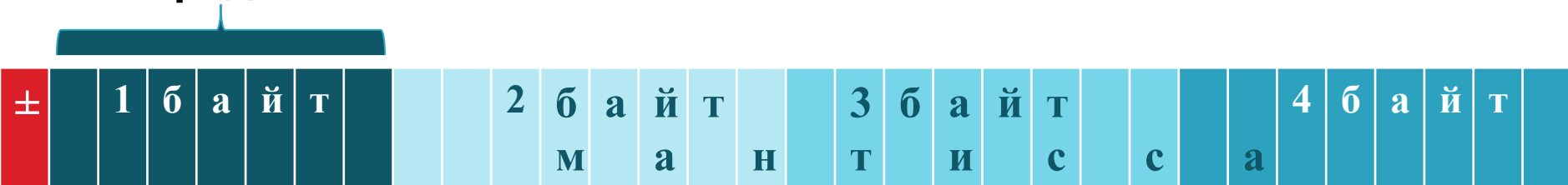
$$0,1_p \leq m < 1_p$$

Иначе говоря, мантисса меньше единицы и первая значащая цифра — не ноль. Значит для рассмотренного числа нормализованным представлением будет:

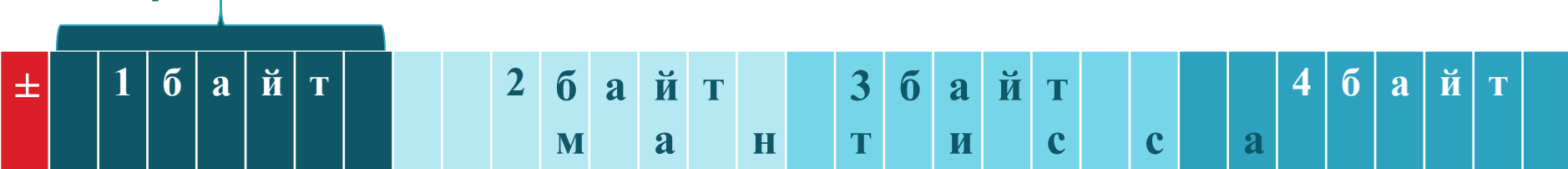
$$35,324 = 0.35324 * 10^2$$

Пусть в памяти компьютера вещественное число представляется в форме с плавающей точкой в двоичной системе счисления ($p=2$) и занимает ячейку размером 4 байта. В ячейке должна содержаться следующая информация о числе: знак числа, порядок и значащие цифры мантииссы. Вот как эта информация располагается в ячейке:

Машинный порядок



Машинный порядок



В старшем бите 1-го байта хранится знак числа. В этом разряде **0** обозначает **плюс**, **1** — **минус**

Оставшиеся 7 бит первого байта содержат машинный порядок

В следующих трех байтах хранятся значащие цифры мантиссы

Что такое машинный порядок?

В семи двоичных разрядах помещаются двоичные числа в диапазоне от 0000000 до 1111111. В десятичной системе это соответствует диапазону от 0 до 127. Всего 128 значений. Знак порядка в ячейке не хранится. Но порядок, очевидно, может быть как положительным так и отрицательным. Разумно эти 128 значений разделить поровну между положительными и отрицательными значениями порядка.

В таком случае между машинным порядком и истинным (назовем его математическим) устанавливается следующее соответствие:

Машинный порядок	0	1	2	3	...	64	65	...	125	126	127
Математический порядок	-64	-63	-62	-61	...	0	1	...	61	62	63

Если обозначить машинный порядок M_p , а математический — p , то связь между ними выразится такой формулой:

$$M_p = p + 64$$

Итак, машинный порядок смещён относительно математического на 64 единицы и имеет только положительные значения. При выполнении вычислений с плавающей точкой процессор это смещение учитывает

В двоичной системе счисления смещение:

$$M_{p2} = p_2 + 100\,0000_2$$

Теперь мы можем записать внутреннее представление числа **35,324** в форме с плавающей точкой

1) Переведем его в двоичную систему счисления с 24 значащими цифрами

$$\mathbf{35,324 = 100011,010100101111000110_2}$$

2) Запишем в форме нормализованного двоичного числа с плавающей точкой:

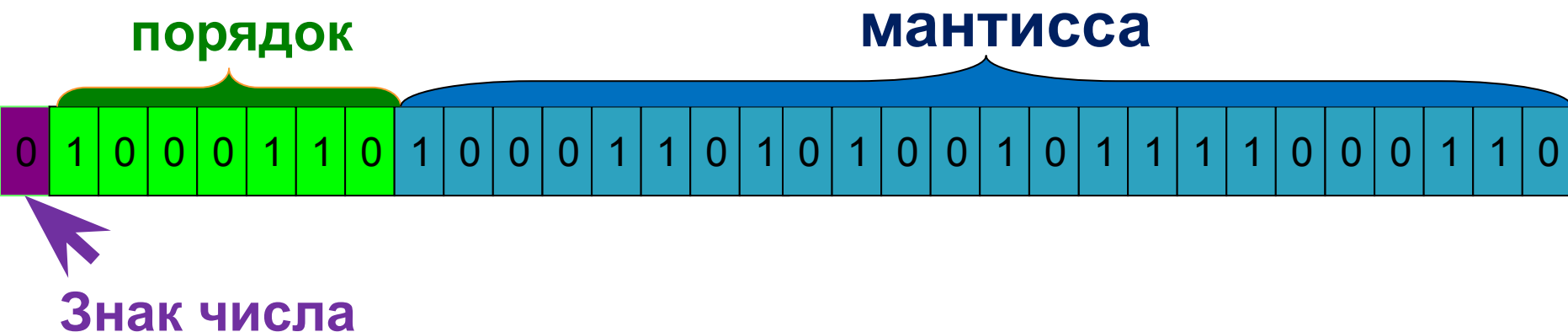
$0,100011010100101111000110 \cdot 10^{110}$

Здесь мантисса, основание системы счисления ($2_{10} = 10_2$) и порядок ($6_{10} = 110_2$) записаны в двоичной системе

3) Вычислим машинный порядок

$$M_p_2 = 110 + 100\ 0000 = 100\ 0110$$

4) Запишем представление числа в ячейке памяти



Число в форме с плавающей точкой занимает в памяти компьютера 4 байта (число обычной точности) или 8 байт (число двойной точности).

Мы рассмотрели пример представления числа 35,324 обычной точности

Для того, чтобы получить внутреннее представление отрицательного числа -35,324, достаточно в полученном выше коде заменить в разряде знака числа 0 на 1



Задание:

Представьте двоичное число $-100,1_2$ в четырёхбайтовом формате. Представьте число сначала в форме с плавающей запятой.

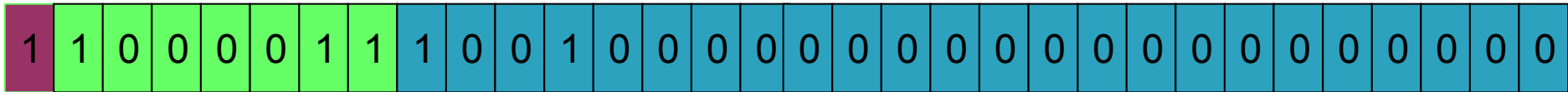
Решение:

$$-100,1_2 = -0,1001 * 2^{11}$$

Мантисса **-0,1001**

Порядок **11**

Машинный порядок **11 + 100 0000 = 1000011**



Задания для самостоятельного выполнения

1. Сравните числа:

а) $318,4785 \cdot 10^9$ и $3,184785 \cdot 10^{11}$

б) $218,4785 \cdot 10^{-3}$ и $1847,85 \cdot 10^{-4}$

2. Запишите числа в естественной форме:

а) $0,1100000 \cdot 2^{100}$

б) $0,1001111 \cdot 2^{111}$