

# Глава 3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА.

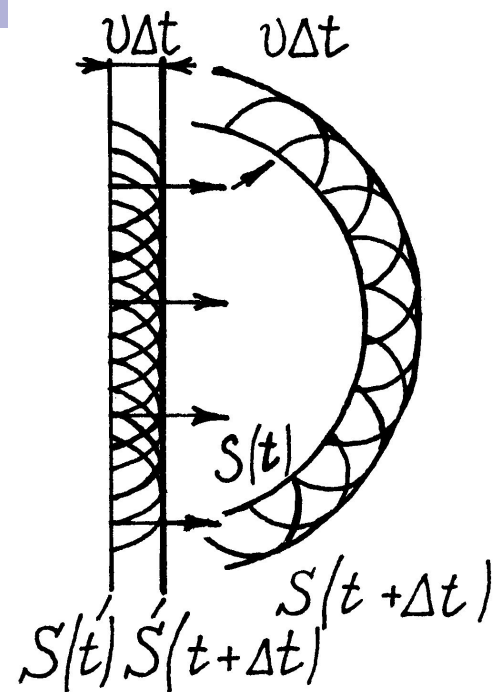
## § 3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля.

*Дифракция света* — явление огибания световыми волнами препятствий. В результате дифракции световые лучи отклоняются от прямолинейного распространения, свет проникает в область геометрической тени.

*Условия дифракции света* — размеры препятствий соизмеримы или меньше длины световой волны .

# Принцип Гюйгенса-Френеля

1. Каждая точка среды, до которой доходит волна, является источником вторичных волн; огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени;



2. При расчете амплитуды световых колебаний, возбуждаемых источником  $S_0$  в произвольной точке  $M$ , источник  $S_0$  можно заменить эквивалентной ему системой вторичных источников - малых участков  $ds$  любой замкнутой вспомогательной поверхности  $S$ , проведенной так, чтобы она охватывала источник  $S_0$  и не охватывала рассматриваемую точку  $M$ ;

3 . Вторичные источники когерентны  $S_0$  и между собой, поэтому возбуждаемые ими вторичные волны интерферируют при наложении;

4. Мощности вторичного излучения равных по площади участков волновой поверхности одинаковы;

5. Каждый вторичный источник излучает преимущественно в направлении внешней нормали к волновой поверхности в этой точке. Амплитуда  $dA$  колебаний, возбуждаемых в т. М вторичным источником задается соотношением:

$$dA = f(\alpha) \frac{a \cdot ds}{r}$$

где  $a$  - величина, пропорциональная амплитуде  
первичной волны в точках элемента  $ds$ ;

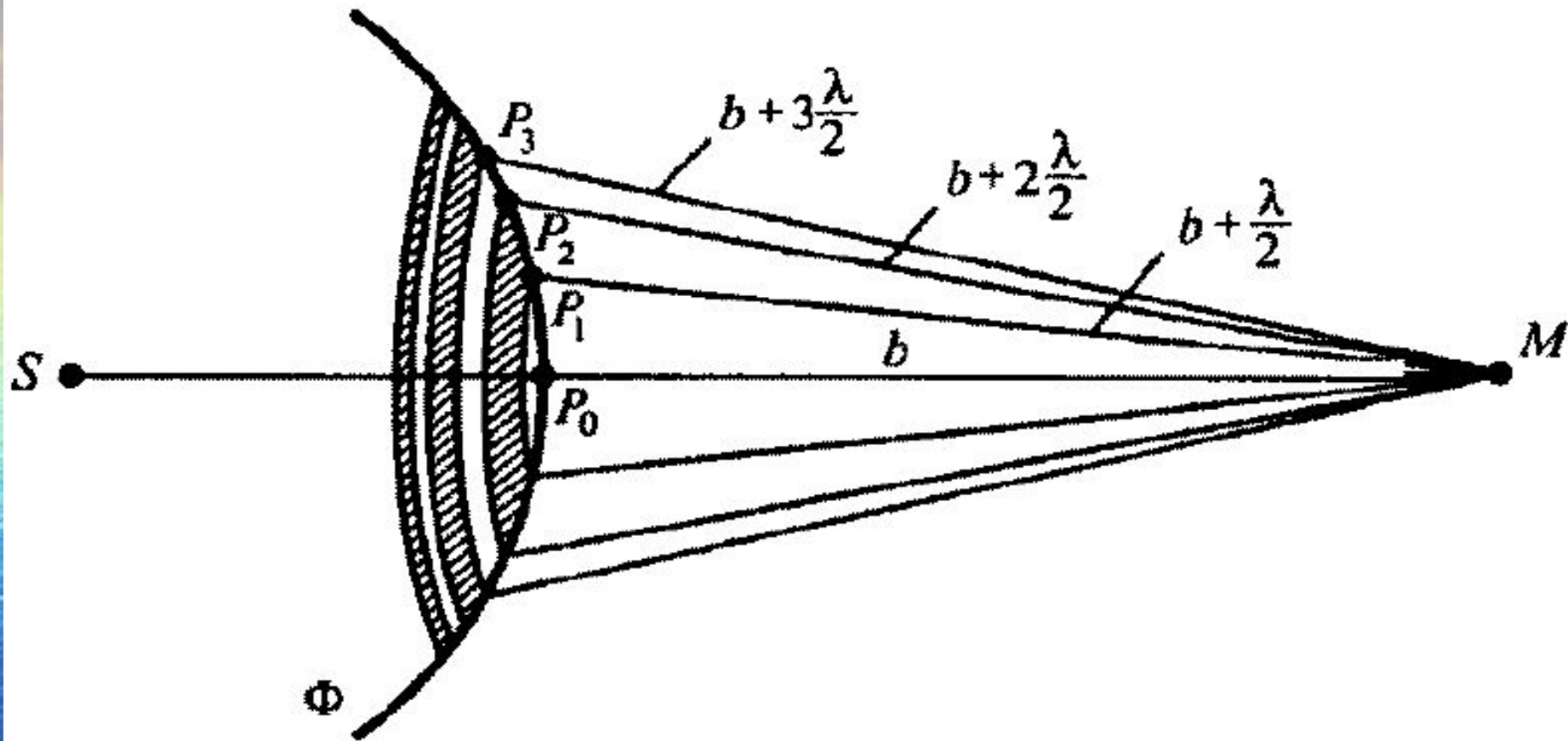
$f(\alpha)$  - функция, зависящая от угла  $\alpha$ , принимающая  
значения от 1 при  $\alpha=0$  до 0 при  $\alpha \geq \pi/2$ ;

$$dA = f(\alpha) \frac{a \cdot ds}{r} = 0$$

$r$  - расстояние от элемента волновой поверхности  $ds$   
до т. М.

Согласно **принципу Гюйгенса-Френеля**, световая волна, возбуждаемая  
каким-либо источником  $S$ , может быть представлена как результат  
суперпозиции (сложения) когерентных вторичных волн, излучаемых  
вторичными (фиктивными) источниками — бесконечно малыми элементами  
любой замкнутой поверхности, охватывающей источник  $S$ .

## § 3.2. Метод зон Френеля.



$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

(при этом  $A_1 > A_2 > A_3 > \dots$ )

Площади всех зон Френеля равны

$$S = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}$$

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots =$$

$$= \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2} = \left( \xrightarrow{m \gg 1} \right) = \frac{A_1}{2}$$

Радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$$

$a = b = 10$  см и  $\lambda = 500$  нм радиус первой зоны  $r_1 = 0,158$  мм.

распространение света от  $S$  к  $M$  происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль  $SM$ , т.е. прямолинейно.

Различают два случая:

**дифракцию Френеля, или  
дифракцию в сходящихся  
лучах,**

**дифракцию Фраунгофера, или  
дифракцию в параллельных  
лучах.**



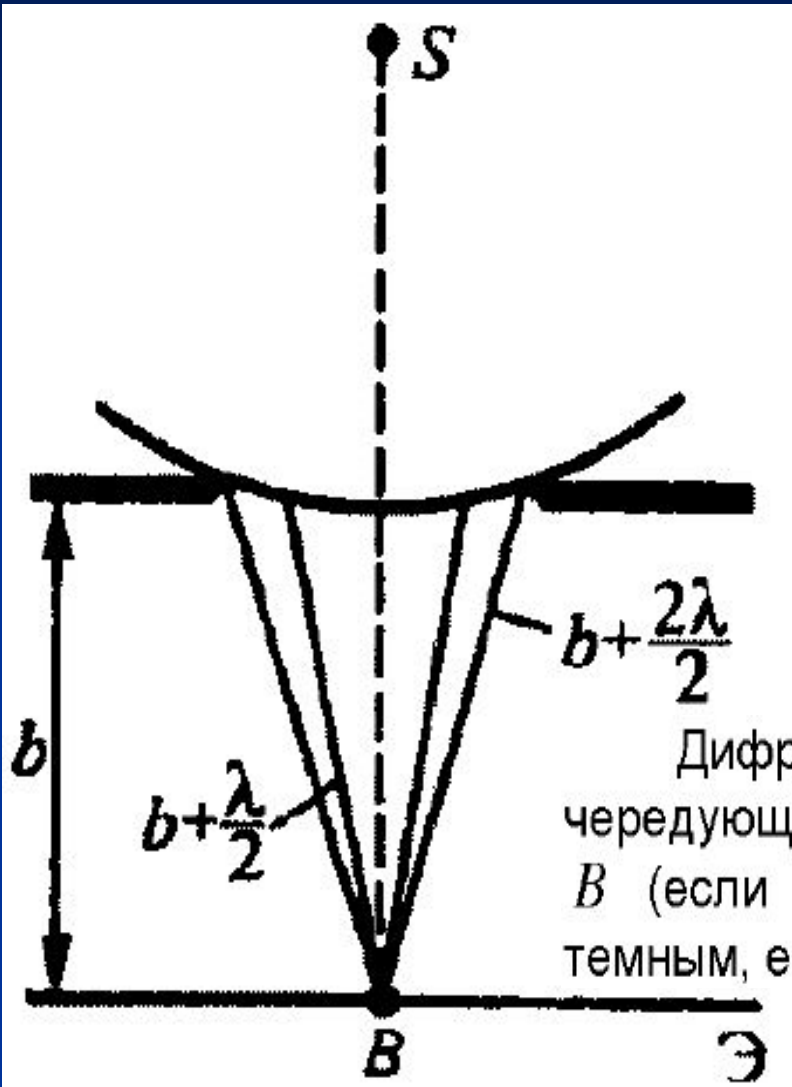
В первом случае на препятствие падает **сферическая или плоская** волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся позади препятствия на конечном расстоянии от него.

Во втором случае на препятствие падает **плоская волна**, а дифракционная картина наблюдается на экране, который находится в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной на пути прошедшего через препятствие света.

При дифракции Френеля на экране получается "дифракционное изображение" препятствия, а при дифракции Фраунгофера - "дифракционное изображение" удаленного источника света.



## § 3.3. Дифракция Френеля от круглого отверстия.



Амплитуда света в точке  $B$

$$A = A_1/2 \pm A_m/2$$

где знак "плюс" для случая, когда отверстие открывает *нечетное* число  $m$  зон Френеля, а знак "минус" — для *четного*  $m$ .

Дифракционная картина будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец с центром в точке  $B$  (если  $m$  — четное, то центральное кольцо будет темным, если  $m$  нечетное, то — светлым).

## § 3.4. Дифракция Френеля на диске.

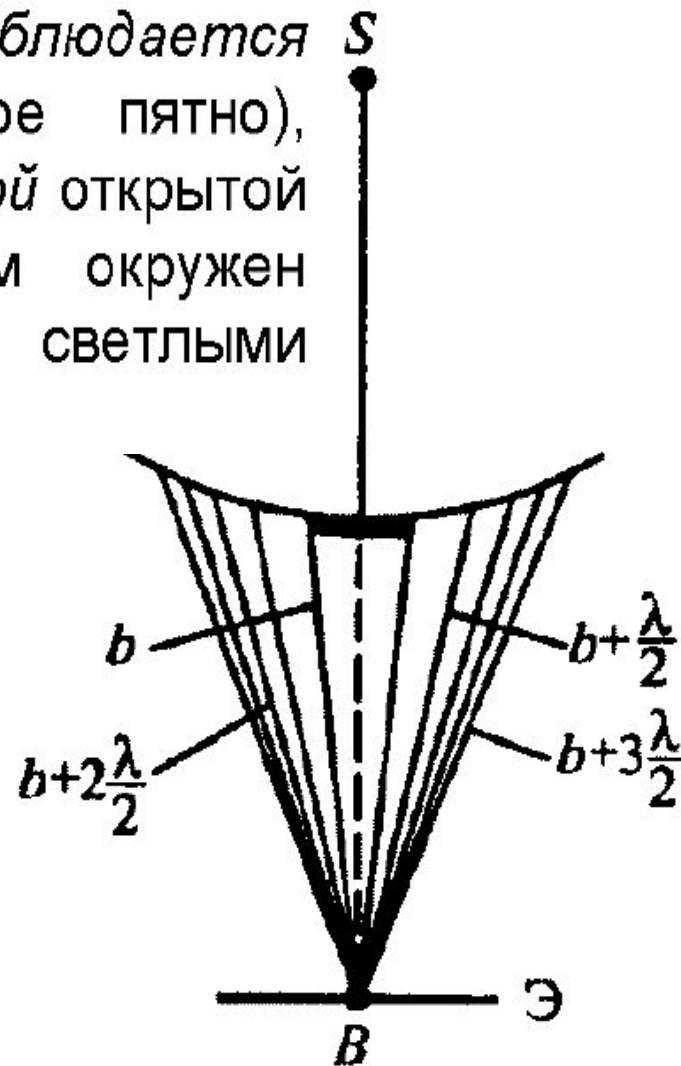
Таким образом, в точке  $B$  всегда наблюдается  $S$  интерференционный максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружен concentрическими с ним темными и светлыми кольцами.

Амплитуда света в точке  $B$

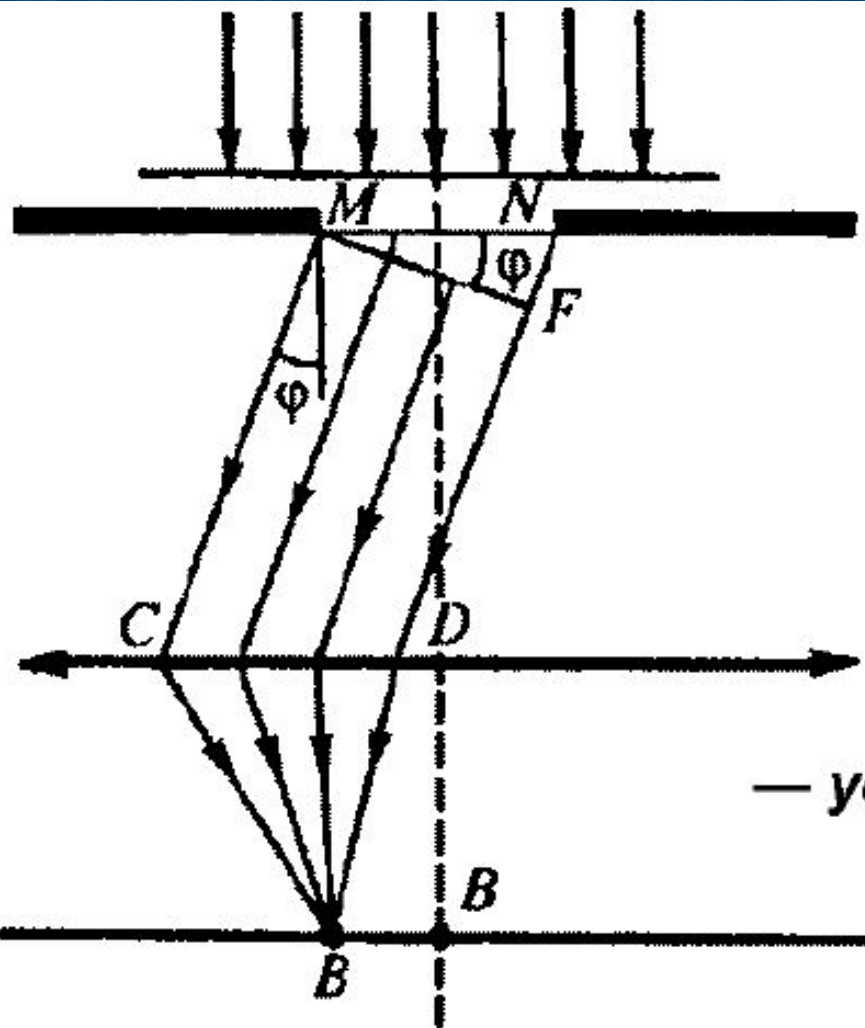
$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots =$$

$$= A_{m+1}/2 + \left( A_{m+1}/2 - A_{m+2} + A_{m+3}/2 \right) + \dots =$$

$$= A_{m+1}/2$$



## § 3.5. Дифракция Фраунгофера на щели.



Оптическая разность хода

$$\Delta = NF = a \sin \varphi$$

1) если число зон Френеля четное, то:

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

— **условие дифракционного минимума**  
(полная темнота)

2) если число зон Френеля нечетное, то

$$a \sin \varphi = \pm(2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

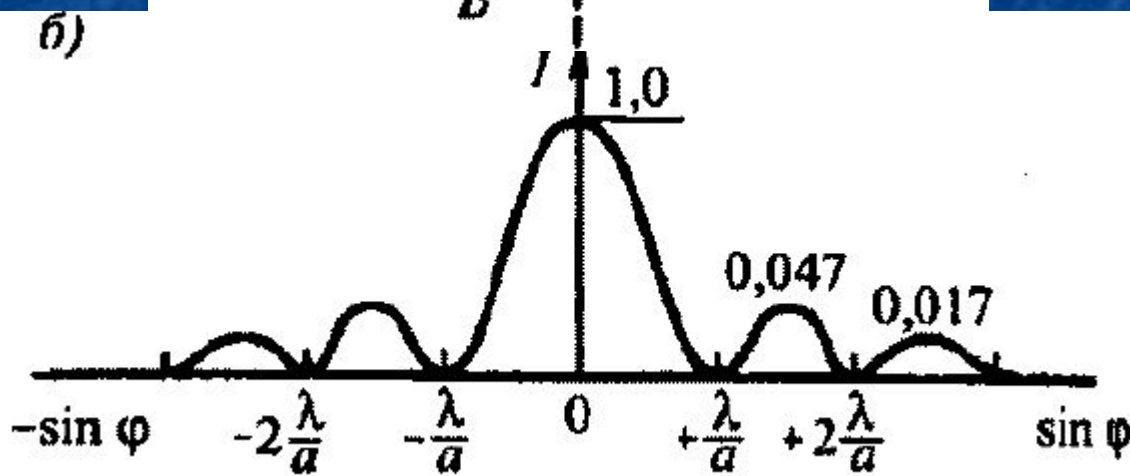
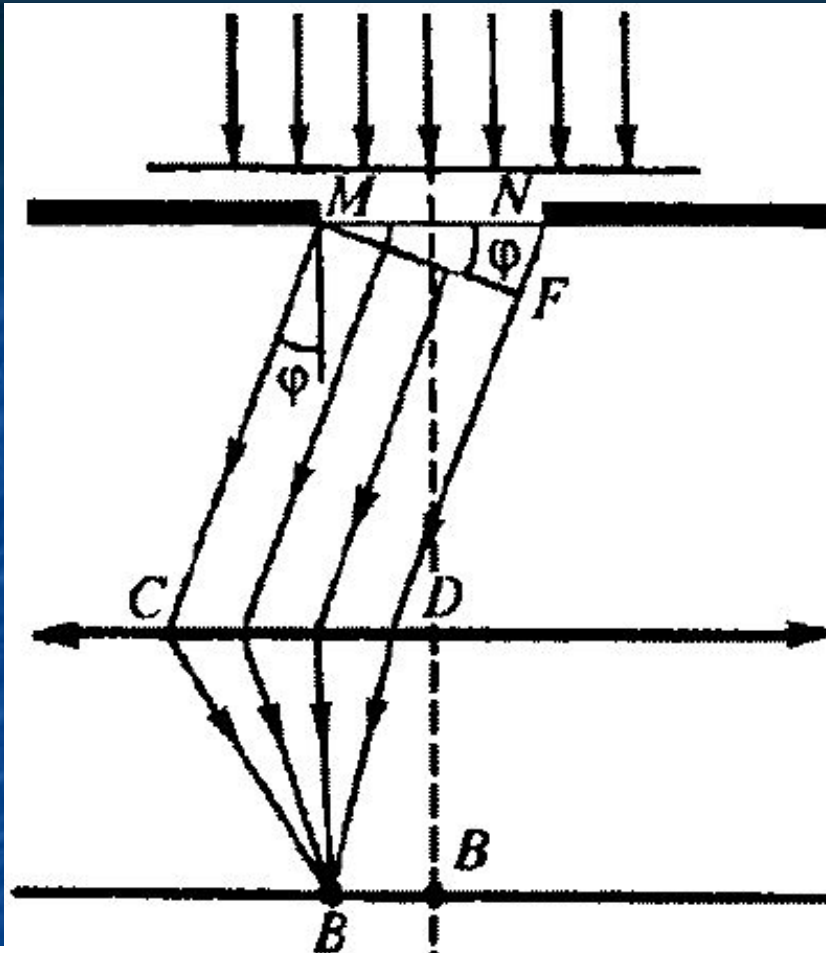
— **условие дифракционного максимума**

Направления, в которых амплитуда максимальна или равна нулю:

$$\sin \varphi_{\max} = \pm \frac{(2m + 1)\lambda}{2a} \quad \sin \varphi_{\min} = \pm \frac{m\lambda}{a}$$

Положение дифракционных максимумов зависит от  $\lambda$ . При освещении щели белым светом, центральный максимум наблюдается в виде белой полосы (при  $\varphi = 0$  разность хода равна нулю для всех  $\lambda$ ) — он общий для всех длин волн. Боковые максимумы радужно окрашены фиолетовым краем к центру дифракционной картины (поскольку  $\lambda_{\text{фиол}} < \lambda_{\text{красн}}$ ).

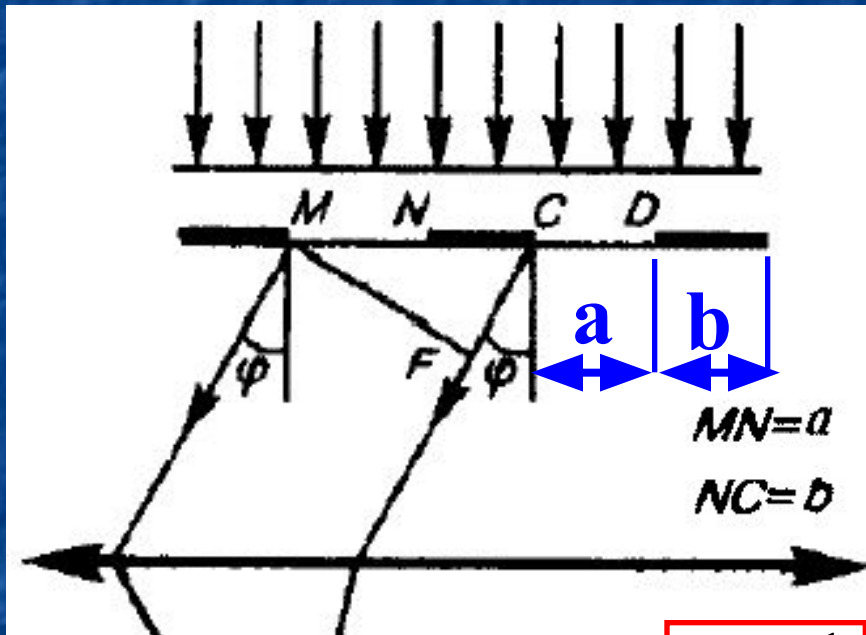
Распределение интенсивности на экране, получаемое вследствие дифракции, называется **дифракционным спектром** (рисунок (б)).



# § 3.6. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.

**Одномерная дифракционная решетка** — система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками.

Суммарная дифракционная картина есть результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей — в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.



Если  $a$  — ширина каждой щели;  $b$  — ширина непрозрачных )  
величина  $d = a$  )  
(периодом) дифракционной решетки.

**Число щелей, приходящихся на единицу длины:**

$$n = \frac{1}{d}$$



Разности хода  $\Delta$  лучей, идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления  $\varphi$  одинаковы в пределах всей дифракционной решетки:

$$\Delta = d \sin \varphi$$

**Условие главных максимумов:**

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**Условие главных минимумов:**

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda \quad m = 1, 2, \dots$$

Если решетка состоит из **N** щелей, то между двумя главными максимумами располагается **N-1** дополнительных минимумов и **N-2** дополнительных максимумов, создающих слабый фон.

**Условие дополнительных минимумов:**

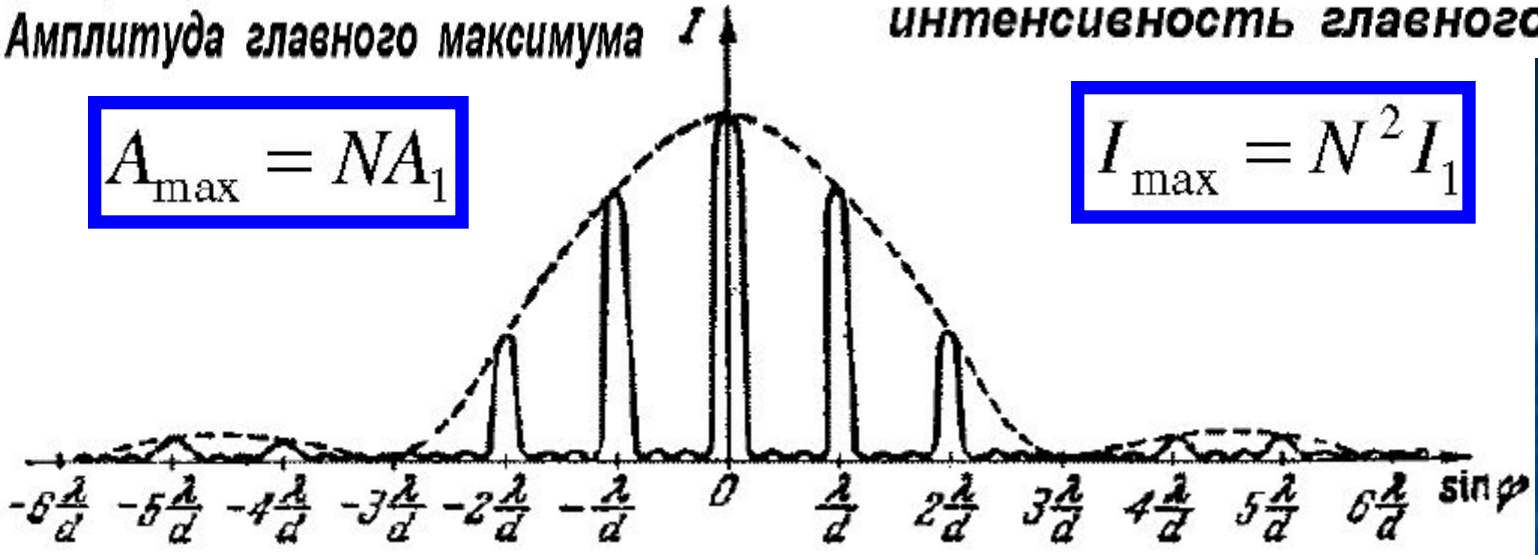
$$d \sin \varphi = \pm \frac{m' \lambda}{N} \quad m' \in Z, \text{ кроме } 0, N, 2N, \dots$$

Амплитуда главного максимума  $I$

интенсивность главного максимума

$$A_{\max} = NA_1$$

$$I_{\max} = N^2 I_1$$



$m =$	$-2$	$-1$	$0$	$+1$	$+2$
цвет	к	фк	б	ф	к



Число главных максимумов:

$$m_{\max} \leq \frac{d}{\lambda}$$

Общее число максимумов:

$$M = 2m_{\max} + 1$$

Предельный угол дифракции:

$$\varphi_{\text{пред}} = \arcsin \frac{m_{\max} \cdot \lambda}{d} \leq 90^\circ$$



## § 3.7. Графическое представление дифракционной картины.

Разность фаз колебаний:  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$

1.  $\Delta = 0, \delta = 0, A_p = \sum A_i$

2.  $\Delta = \frac{\lambda}{2}, \delta = \pi, A_p = \frac{2A_0}{\pi}$

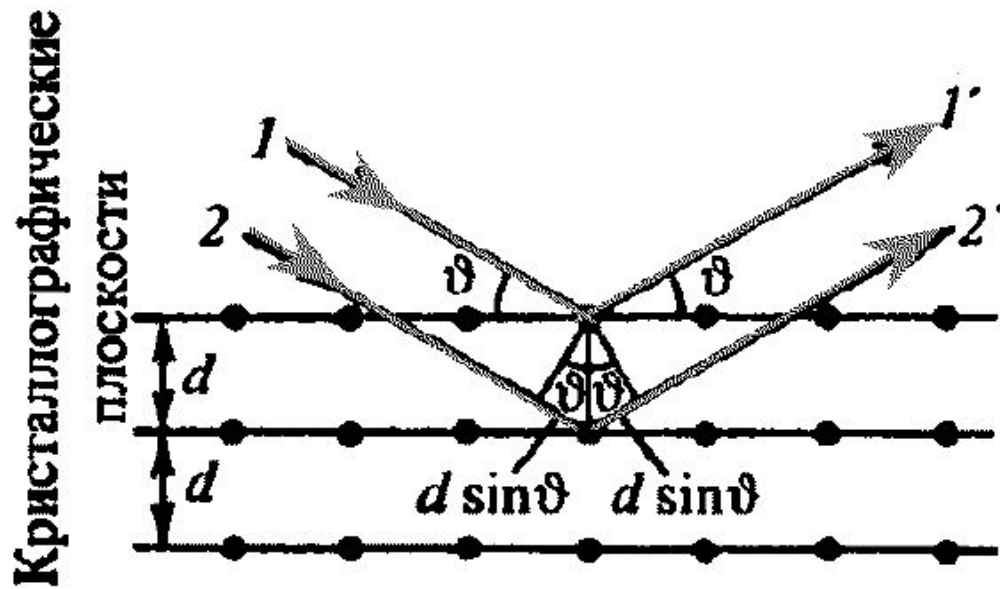
3.  $\Delta = \lambda, \delta = 2\pi, A_p = 0$

4.  $\Delta = \frac{3\lambda}{2}, \delta = 3\pi, A_p = A_1 = \frac{2A_0}{3\pi}$

# § 3.8. Пространственная решетка. Формула Вульфа-Брэггов.

Дифракция света наблюдается **на**

**пространственных (трехмерных) решетках** — пространственных образованиях, в которых элементы структуры подобны по форме, имеют геометрически правильное и периодически повторяющееся расположение, а также постоянные (периоды) решеток, соизмеримые с длиной волны электромагнитного излучения.



$\vartheta$  - угол скольжения

$d$  – межплоскостное расстояние

## Максимумы интенсивности:

$$2d \sin \vartheta = \pm m \lambda \quad m = 1, 2, 3 \dots$$

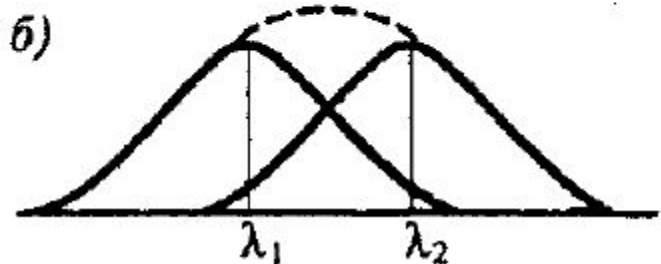
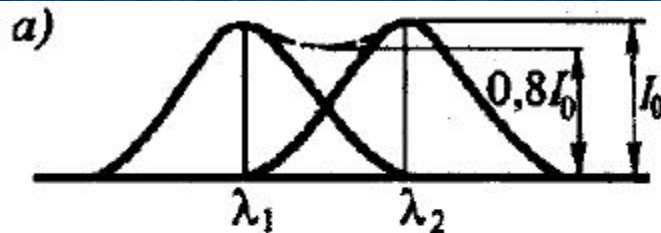
Формула Вульфа-Брэггов.

## ПРИМЕНЕНИЕ:

- 1) **рентгеноструктурном анализе** — если известна  $\lambda$  рентгеновского излучения, то, наблюдая дифракцию на кристаллической структуре неизвестного строения и измеряя  $\vartheta$  и  $m$ , можно найти  $d$ , т.е. определить структуру вещества;
- 2) **рентгеновской спектроскопии** — если известна  $d$ , то измеряя  $\vartheta$  и  $m$ , можно найти длину волны  $\lambda$  падающего рентгеновского излучения.

## § 3.9. Разрешающая способность спектрального прибора.

**Критерий Рэля** — изображения двух близлежащих одинаковых точечных источников или двух близлежащих спектральных линий с равными



интенсивностями и одинаковыми симметричными контурами разрешимы (разделены для восприятия), если **центральный максимум**

дифракционной картины от одного источника (линии) **совпадает с первым минимумом** дифракционной картины от другого (рис. (а)). При

этом интенсивность "провала" между максимумами составляет 80% интенсивности в максимуме. Этого достаточно для разрешения

линий  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Если критерий Рэля нарушен, то наблюдается одна линия (рис. (б)).

**Разрешающая сила объектива :**

$$R = \frac{1}{\delta\psi} = \frac{D}{1,22\lambda}$$

## Разрешающей способностью спектрального прибора

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

$\delta\lambda$  — абсолютное значение минимальной

разности длин волн двух соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются раздельно.

## Разрешающая способность дифракционной решетки.

$$d \sin \varphi_{\max} = m\lambda_2$$

$$d \sin \varphi_{\min} = m\lambda_1 + \lambda_1/N$$

по критерию Рэлея :

$$\varphi_{\max} = \varphi_{\min}$$

$$m\lambda_2 = m\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{N}$$

$$\delta\lambda \equiv \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_1}{mN}$$

$$R_{\text{диф. реш.}} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$$

Таким образом, **разрешающая способность дифракционной решетки пропорциональна порядку спектра  $m$  и числу  $N$  щелей.**

**Угловая дисперсия** – угловое расстояние между двумя спектральными линиями, различающимися по длине волны на единицу (например 0,1 нм).

$$D_y = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} \quad d \sin \varphi = m\lambda \quad D_y = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}$$

при малых углах:  $D_y = \frac{m}{d}$

**Линейная дисперсия** – расстояние между двумя спектральными линиями, различающимися по длине волны на единицу (например 0,1 нм).

$$D_L = \frac{\delta l}{\delta\lambda} \quad D_L = F \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = F \cdot D_y \quad D_L = F \cdot \frac{m}{d}$$