

*Лекция 6*

# **ФОТОНЫ**

# §§ Введение

Проблему равновесного излучения с классических позиций решить не удастся.

1900, гипотеза Планка

Излучение и поглощение света веществом происходит не непрерывно, а конечными порциями или **квантами**

Для согласия с классической термодинамикой и электродинамикой:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar \omega$$

# 1905, гипотеза Эйнштейна

при распространении свет ведет себя подобно совокупности частиц (световых квантов – **ФОТОНОВ**)

**Пример.**  $\lambda = 623$  нм (He-Ne лазер)

Энергия фотона:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 3,19 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2 \text{ эВ}$$

Масса фотона в движении:

$$\begin{cases} E = h\nu \\ E = mc^2 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda} = 3,55 \cdot 10^{-36} \text{ кг}$$

# Импульс фотона

$$p = m\nu = mc = 1,06 \cdot 10^{-27}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$$

КГ·М/С

При взаимодействии с веществом фотоны могут рассеиваться, испускаться и поглощаться.

Число фотонов не сохраняется, зато должны выполняться законы сохранения импульса и энергии.

# §§ Внешний фотоэффект

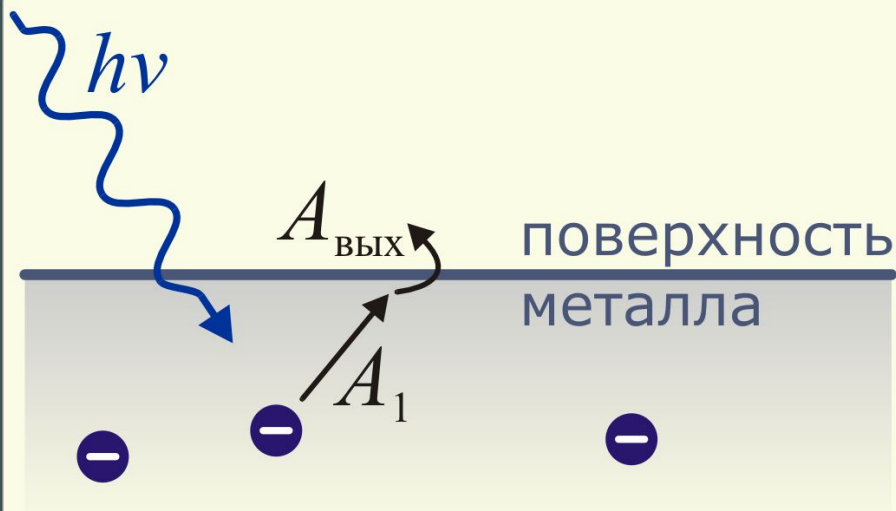
**Фотоэффект** – испускание электронов веществом под действием света.

1905, А.Эйнштейн

Пусть поверхность металла освещается монохроматическим светом с частотой  $\nu$

Один фотон несет энергию  $\varepsilon = h\nu$  и полностью передает ее электрону.

Электрон не может «поглотить» фотон из-за закона сохранения МИ (спина).



$A_1$  – потеря энергии  
в объеме

$A_{\text{ВЫХ}}$  – работа выхода  
электрона  
(1,4–5 эВ)

Закон сохранения энергии

$$h\nu = (A_{\text{ВЫХ}} + A_1) + E_k$$

$A_1 \rightarrow 0$  – электрон вблизи поверхности

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + E_{k \text{ max}}$$

уравнение  
Эйнштейна  
для фотоэффекта

# Существование красной границы:

$$E_{k \max} = 0 \Rightarrow h\nu_{\text{вых}} = A$$

Металл	$\lambda_{\max}'$ , нм
Cs	686
K	560
Na	540
Li	521
Hg	273,5
Fe	262
Ag	261
Au	265



уФ

п/п	$\lambda_{\max}'$ , нм
Ge	260
Si	258

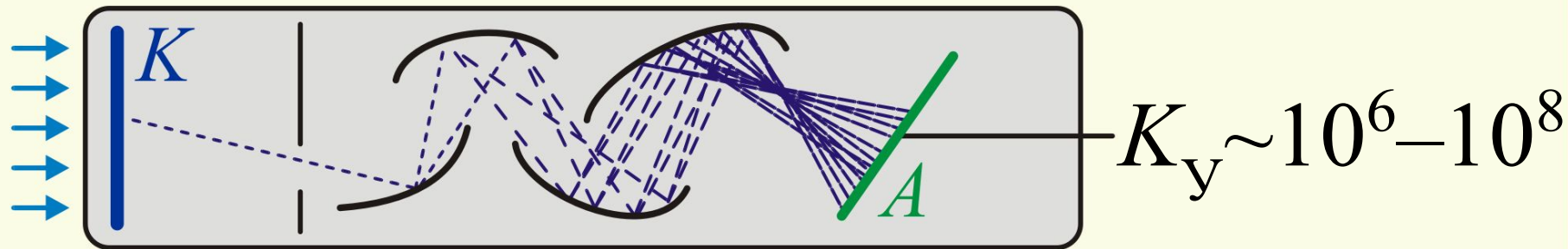
Работа выхода, эВ

Cs	1,81
K, Na, Li	2,22–2,38
Hg...Au	4,55–4,75

Для прекращения эмиссии электронов необходимо приложить задерживающую разность потенциалов

$$eU_з = E_{k \max} = h\nu - A_{\text{ВЫХ}}$$

Приложение **ускоряющей** разности потенциалов используется в **фотоэлектронном умножителе**



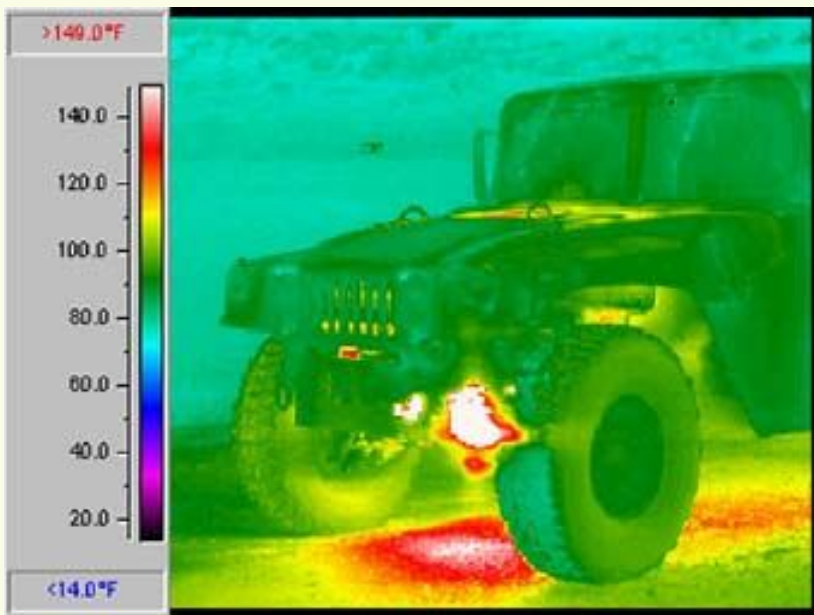
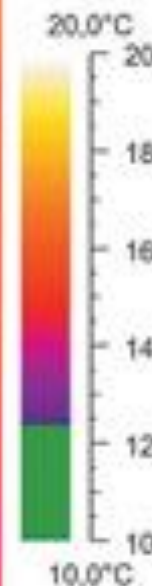
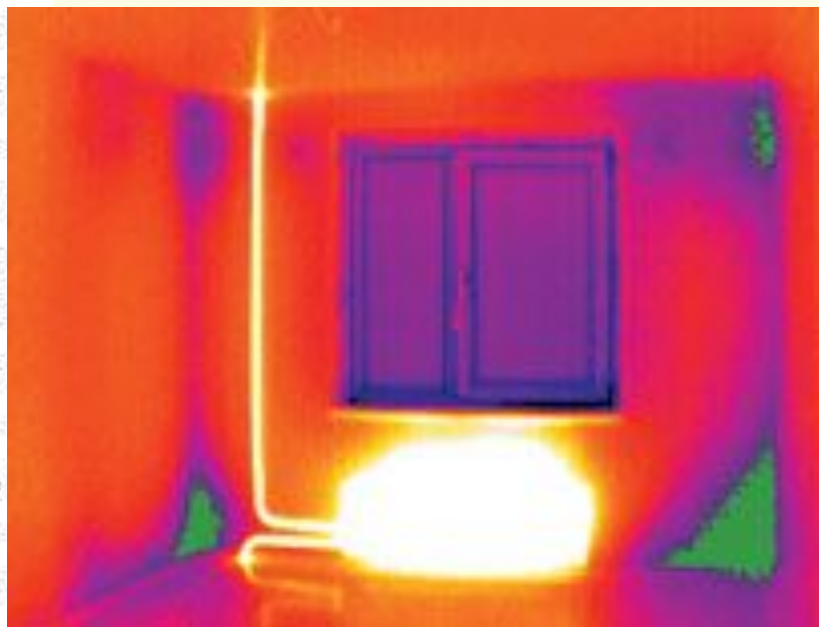
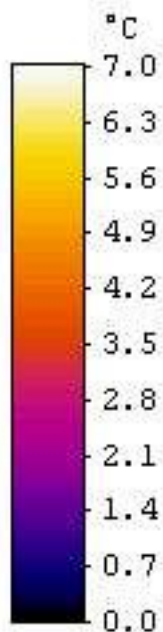
Ускоренные электроны могут вызвать и свечение люминофора (приборы ночного видения, тепловизоры)



# Применение

- 1) Приёмники и усилители сигналов ЭМВ в электрические сигналы ( $R$ ,  $U$ ,  $I$ )
- 2) Преобразователи ЭМВ ИК и УФ в излучение видимого диапазона





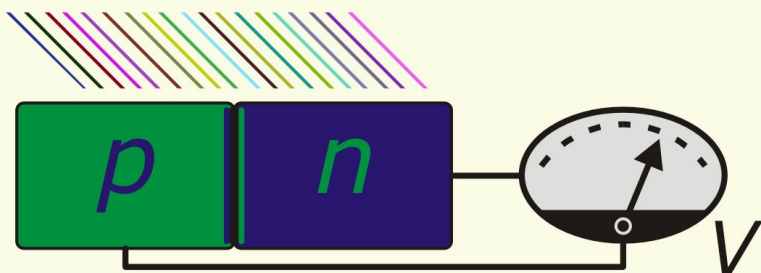
Наблюдение объекта через тепловизор позволяет выявить утечки, слабые места, избежать аварии.

# §§ Внутренний фотоэффект

В диэлектриках и полупроводниках электрон изменяет свою энергию не выходя на поверхность.

У вещества изменяется проводимость (**фоторезисторы**).

В неоднородных полупроводниках также наблюдается **фотогальванический эффект** – образование разности потенциалов под действием света.





Фотоэлементы (солнечные батареи) в настоящее время используют как источники электроэнергии

1) основа – кремний (Si)

2) КПД от 10 до 20%

3) Фото-ЭДС: 1–2 В

4) Фототок:  $\sim 0,01$  А  
с площади в  $1 \text{ см}^2$   
(сотни ватт с  $1 \text{ м}^2$ )





Фотоэффект применяют  
в науке (измерения)

в технике:

связь

контроль и управление

организация электропитания

усилители и преобразователи



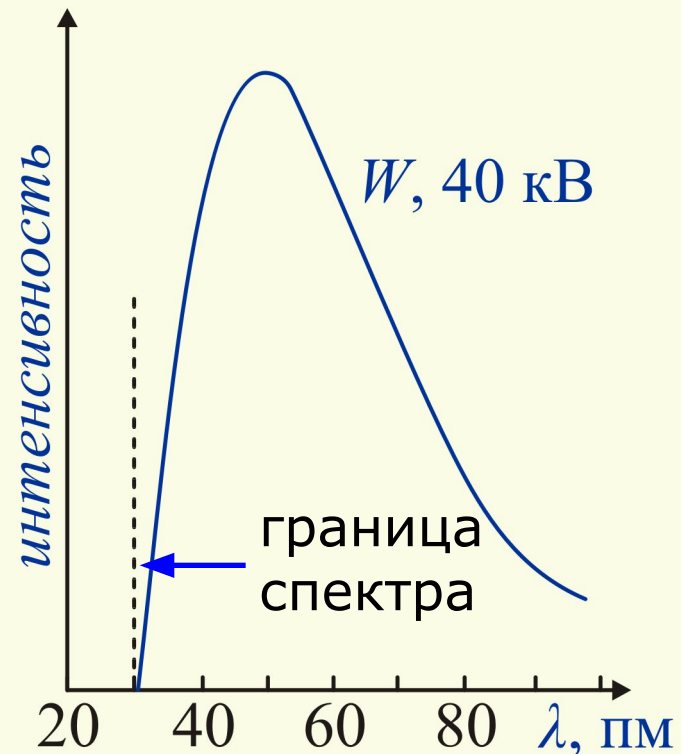
# §§ Рентгеновская трубка

Пусть электрон ускорится разностью потенциалов  $U$ , тогда его энергия

$$E_{k \max} = eU$$

при попадании в металл его энергия уменьшается до нуля, при этом возникает излучение с макс. частотой

$$eU = h\nu_{\max} = h \frac{c}{\lambda_{\min}}$$



# §§ Эффект Комптона

1922–23 г., Артур Комптон  
исследовал рассеяние рентгеновского  
излучения на телах, состоящих из  
легких атомов (графит, парафин).

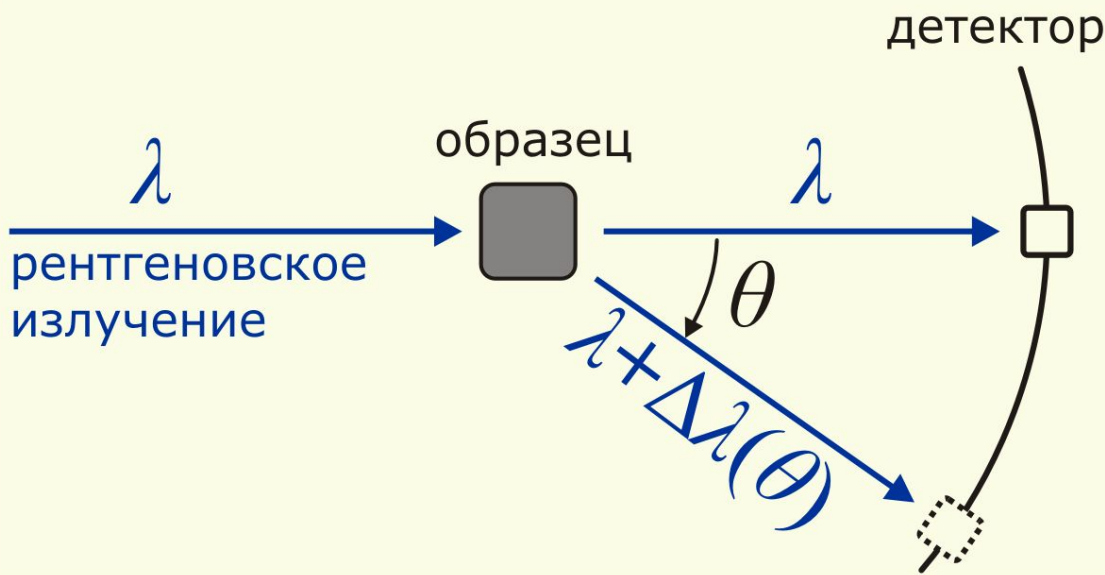
Оказалось, что в рассеянном излучении  
содержится две линии:  $\lambda$  и  $\lambda + \Delta\lambda$

Смещение

$$\Delta\lambda \propto \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad \text{и не зависит от состава}$$

тела и длины волны  $\lambda$





Рассмотрим эффект с квантовых позиций, как процесс **упругого** рассеяния фотона частицей (например, электроном)

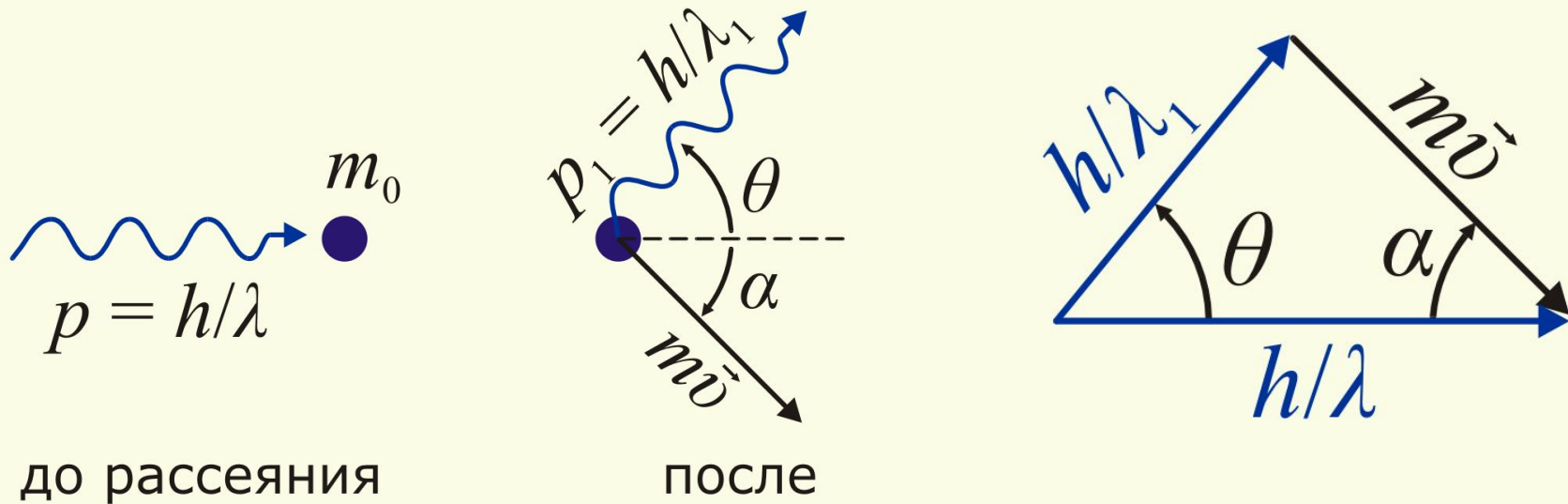
Пусть  $m_0$  – масса покоя частицы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{– масса движения}$$



$\lambda$  – длина волны до рассеяния

$\lambda_1$  – длина волны после рассеяния



Закон сохр. импульса (т.косинусов)

$$m^2 v^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda_1^2} - 2 \frac{h}{\lambda} \frac{h}{\lambda_1} \cos \theta \quad (1)$$

## Закон сохранения энергии

$$\frac{hc}{\lambda} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda_1} + m c^2 \quad (2)$$

или  $(m - m_0)c^2 = \left( \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda_1} \right) c$

Возведем в квадрат:

$$(m^2 - 2mm_0 + m_0^2)c^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda_1^2} - 2\frac{h^2}{\lambda\lambda_1}$$

Вычтем: (1)–(2)

$$\underbrace{m^2(v^2 - c^2)}_{-m_0^2 c^2} + 2mm_0c^2 - m_0^2c^2 = 2\frac{h^2}{\lambda\lambda_1}(1 - \cos\theta)$$

$$2m_0(mc^2 - m_0c^2) = 2\frac{h^2}{\lambda\lambda_1}(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_1} = hc\frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1\lambda}$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_1 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

Если рассеяние происходит на электроне

$$\frac{h}{m_e c} = \lambda_C = \lambda$$

– комптоновская длина волны электрона

Рассеяние происходит на случайный угол.

Если электрон не оторвется от атома, то смещения по длине волны **не будет.**

Иногда наблюдается и обратный эффект Комптона – уменьшение длины волны у рассеянного излучения.

# §§ Гипотеза Де Бройля

В оптических явлениях наблюдается дуализм.

1924, Луи Де Бройль (*Louis De Broglie*)

гипотеза о всеобщем характере корпускулярно-волнового дуализма

Это универсальное свойство природы – всем микрообъектам присущи **одновременно** и корпускулярные и волновые свойства

Энергия фотона:  $E = h\nu = \hbar\omega$

Импульс фотона:  $P = mc = E/c = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$

Если движется частица массой  $m$  со скоростью  $v$ , то с частицей можно ассоциировать волну с длиной

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{hc}{E}$$

– **длина волны**  
**Де Бройля**

**Пример:**

электрон, ускоренный разностью потенциалов в 12 кВ

$$E = 12 \text{ кэВ} = 1,92 \cdot 10^{-15}$$

$$\lambda = 10^{-10} \text{ м}$$

Дифракция микрочастиц (электронов, атомов и молекул) наблюдается аналогично дифракции рентгеновского излучения

Для того, чтобы интерпретировать явления интерференции и дифракции микрочастиц принимают, что

**Интенсивность** сопоставляемой волны пропорциональна вероятности обнаружения частицы в этой точке

# Соотношение неопределённостей

В классической механике у каждой частицы были свои координаты

$$\vec{r} = \{x, y, z\}$$

и импульс

$$\vec{p} = \{p_x, p_y, p_z\}$$

в каждый момент времени.

Из формулы де Бройля  $\lambda = \frac{h}{p}$

следует **принцип неопределенности**



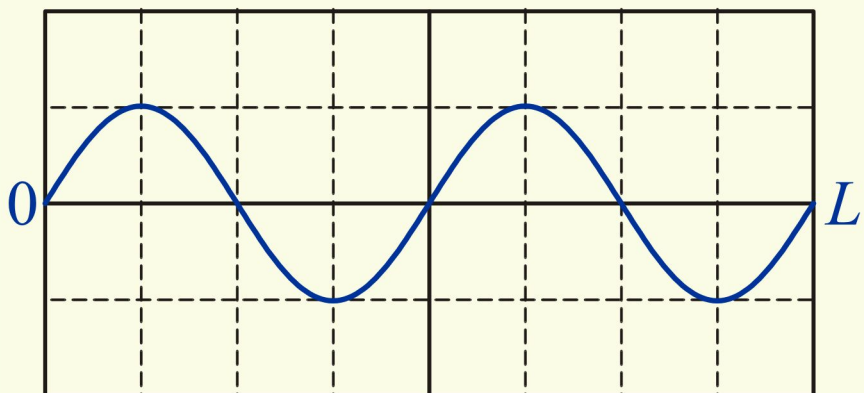
Пусть импульс частицы  $p$  нам известен точно ( $\Delta p = 0$ ), тогда волна, ассоциированная с частицей – строго **монохроматическая**

Это бесконечная  $\sin$  волна, занимающая **все пространство** ( $\Delta x = \infty$ )

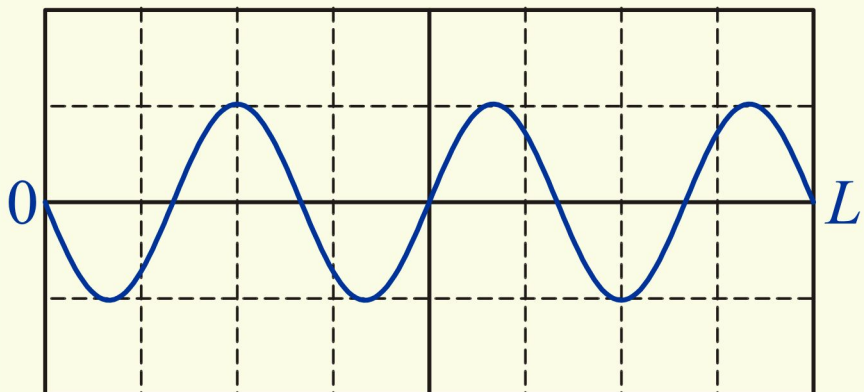
Пусть частица локализована в области пространства  $\Delta x = L$ .

Тогда ей соответствует **волновой пакет** (набор волн, импульсов), т.е.  $\Delta p \neq 0$

# Рассмотрим сумму двух волн

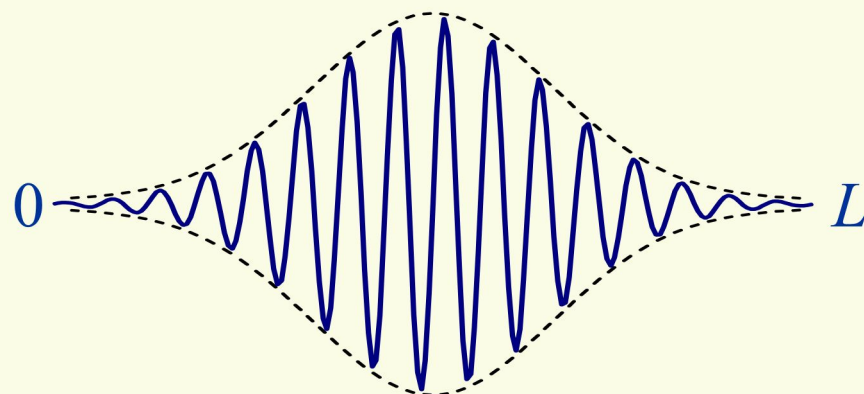
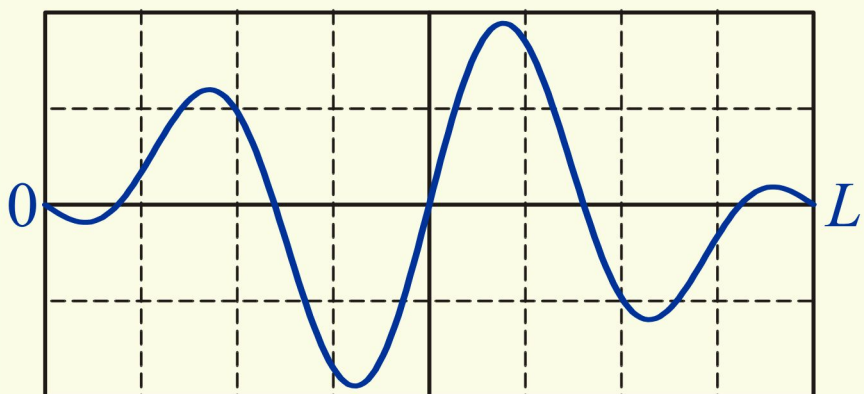


$$L = 2\lambda$$



$$L = 3\lambda$$

Для многих гармоник



Пусть

$$\frac{L}{\lambda_1} = N \quad \text{и} \quad \frac{L}{\lambda_2} = N + 1$$

тогда

$$L \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 1 \quad \text{или} \quad \Delta x \left( \frac{p_2}{h} - \frac{p_1}{h} \right) = 1$$

$$\Delta x \cdot \Delta p = h$$

$\Delta x$  – неопределенность  
координаты

$\Delta p$  – неопределенность  
импульса

Более строгое выражение называется **соотношением неопределенностей Гейзенберга**

$$\langle \Delta x^2 \rangle \langle \Delta p^2 \rangle \geq \frac{h^2}{4}$$

Это означает, что в квантовой механике нет (не применимо) понятие траектории частицы

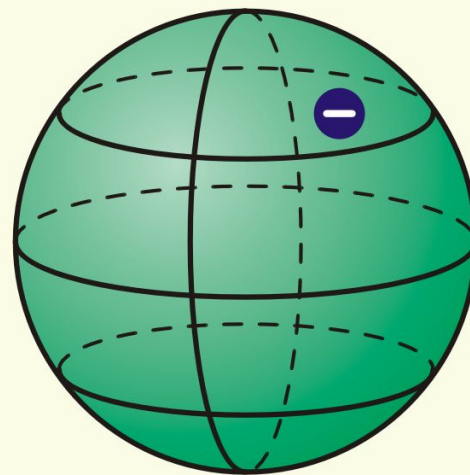
Можно говорить лишь **о вероятности** нахождения частицы в данной области пространства.

# §§ Модель атома Резерфорда

1897, Томсон, открытие электрона

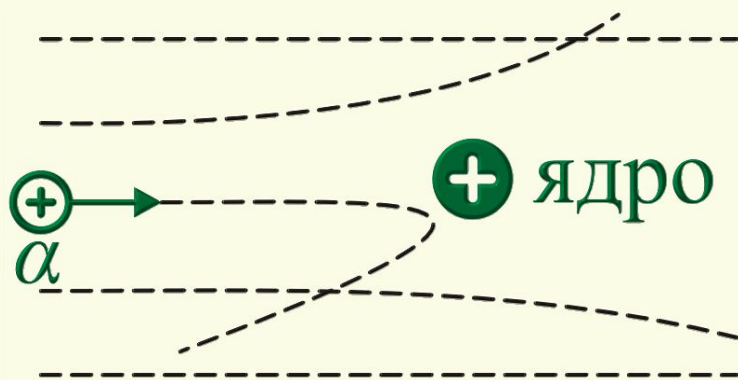
## Модель Томсона:

атом – однородно заряженный шар, внутри которого движется электрон



образец  
(фольга)

## Опыты Резерфорда



# Ядерная модель атома

- 1) Атом – система зарядов, в центре которой располагается тяжелое положительно заряженное ядро

$$Q = Z|e| \quad d_{\text{я}} \sim 10^{-14} - 10^{-15} \text{ м}$$

- 2) вокруг ядра –  $Z$  электронов

$$d_{\text{А}} \sim 10^{-10} \text{ м} \quad (\text{несколько } \text{\AA})$$

Трудности:

- 1) Система зарядов либо непрерывно излучает энергию, либо неустойчива
- 2) Линейчатый спектр
- 3) Тождественность атомов

# §§ Теория Бора

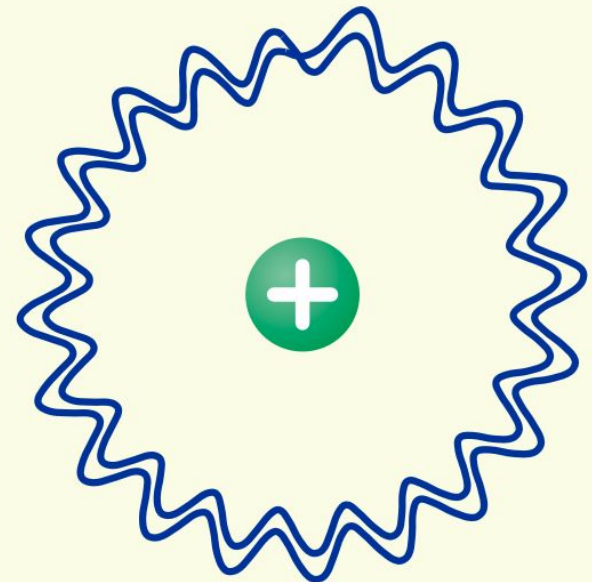
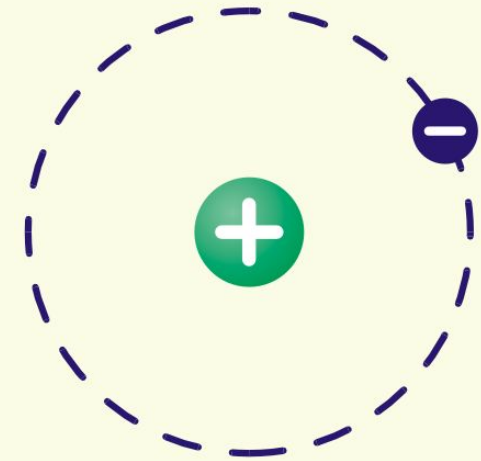
Пусть электрон двигается по круговой орбите

$r$  – радиус орбиты

$v$  – скорость электрона

С электроном свяжем волну Де Бройля:

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mv}$$



Пусть на длине окружности укладывается целое число длин волн (условие max):

$$2\pi r = 2n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

т.е. момент импульса электрона на орбите принимает только дискретные значения (т.е. «квантуется»):

$$mvr = n\hbar$$

$n = 1, 2, 3, \dots$  – **главное квантовое число**

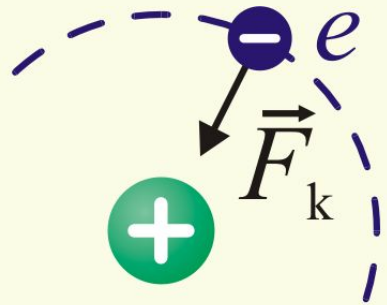


Заряд ядра атома:  $Q = Z|e|$

$Z$  – порядковый номер элемента

$e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – заряд электрона

Сила, действующая на электрон



$$F_k = k \frac{Ze^2}{r^2}, \quad k = 9 \cdot 10^{-9} \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{Кл}^2$$

по II-му закону Ньютона

$$k \frac{Ze^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Получаем систему

$$\begin{cases} mvr = n\hbar \\ mv^2 r = kZe^2 \end{cases}$$

ее решение

$$v = \frac{kZe^2}{n\hbar} \quad - \text{ скорость электрона}$$

$$r = \frac{n\hbar}{mv} = \frac{n^2\hbar^2}{mkZe^2} \quad - \text{ радиус орбиты}$$

Каждому значению главного квантового числа  $n$  соответствует своя круговая орбита и скорость электрона  $v_n$  на ней:

	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
$r_n, \text{Å}$	0,53	2,12	4,77	8,49
$v_n, 10^6 \text{ м/с}$	2,2	1,1	0,73	0,55

Энергия электрона (дискретный спектр):

$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} - k \frac{Ze^2}{r} = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

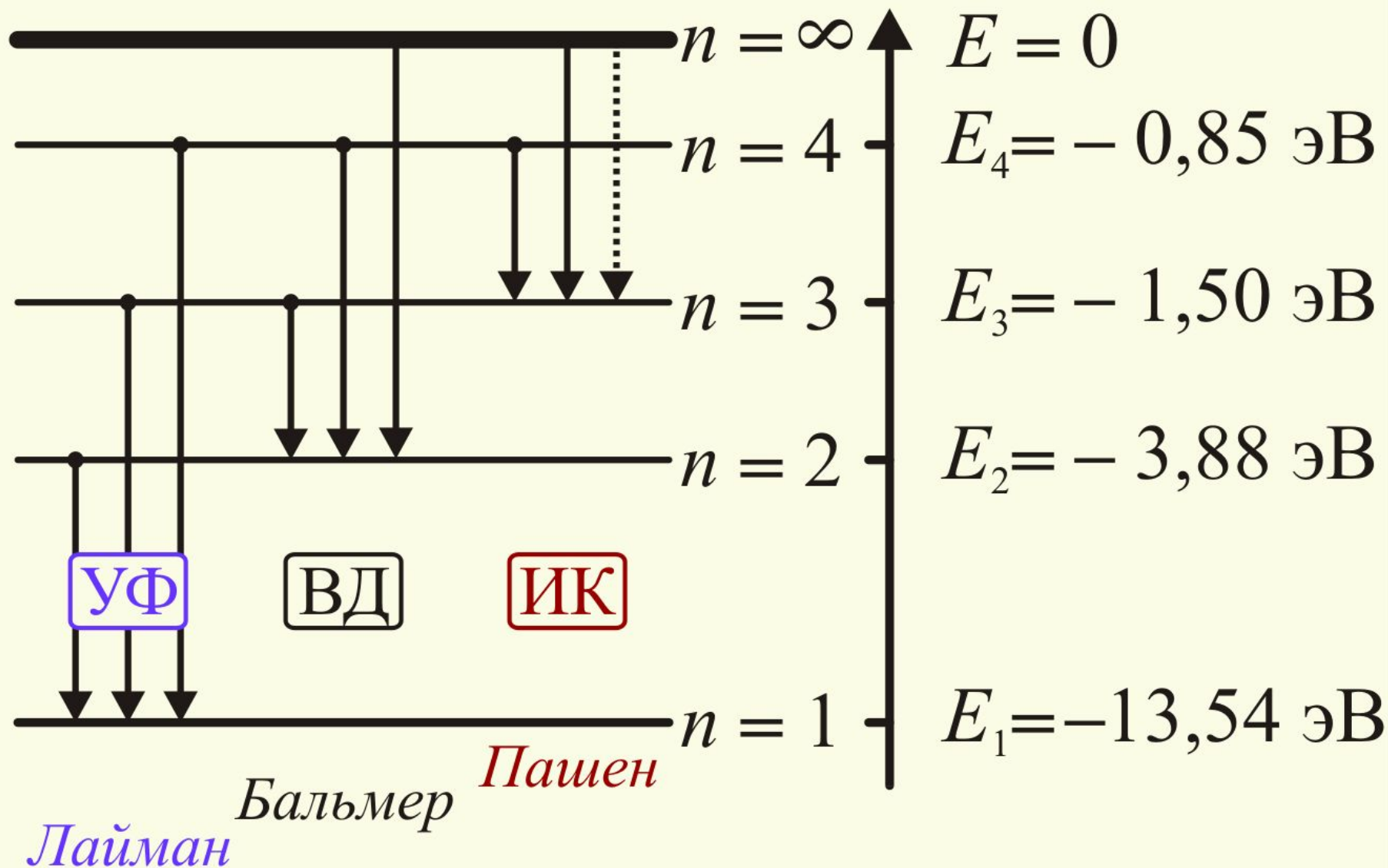
При переходе атома ( $Z = 1$ ) из состояния с главным квантовым числом  $n$  в состояние с  $m$  испускается или поглощается квант с энергией:

$$\hbar \omega = E_m - E_n = -\frac{m_e k^2 e^4}{2\hbar^2} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$13,54 \text{ эВ} = 2,2 \cdot 10^{-18}$$

$$\omega = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad R = 2,06 \cdot 10^{16} \frac{\text{Дж}}{\text{рад} \cdot \text{с}}$$

# Уровни энергии в атоме водорода



Теория Бора для атома водорода (а также  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{++}$ ,  $\text{Be}^{+++}$ , ...) позволила объяснить сложное строение спектра излучения с высокой точностью.

Уточнение теории – учет поправок, связанных с движением электрона и ядра относительно общего центра масс.

Недостатки:

- 1) она не квантовая и не классическая
- 2) нельзя построить теорию атома гелия