

## *ТЕМА 3. Магнитные свойства вещества.*

П.1. Модель вещества, взаимодействующего с магнитным полем.

П.2. Парамагнетики.

П.3. Диамагнетики.

П.4. Намагниченность, восприимчивость, проницаемость.

П.5. Ферромагнетики.

П.6. Напряженность магнитного поля.

## П.1. Модель вещества, взаимодействующего с магнитным полем.

Проблема: как МП действует на вещество.

Известно: МП действует на движущиеся заряженные частицы. Кроме того известно, что в любом веществе имеются заряженные частицы.

**ВОПРОС**: есть ли в веществе движущиеся заряженные частицы?

**ОТВЕТ**: есть! и очень много.

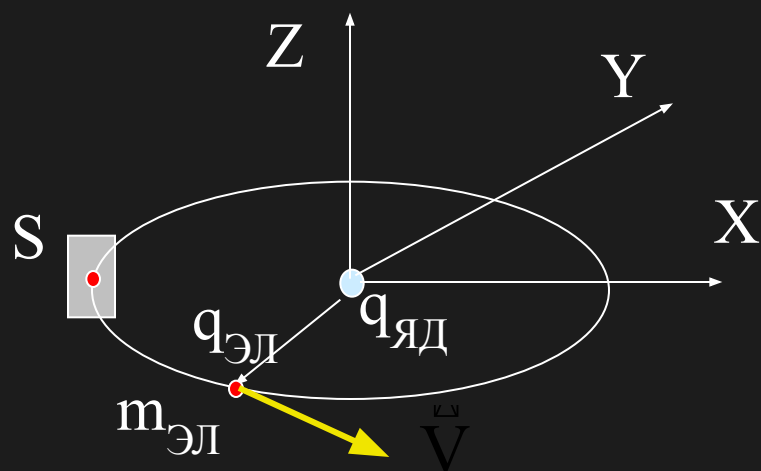
## Боровская модель атома:

- ✓ В центре атома располагается очень маленькое и очень тяжелое положительно заряженное ядро.
- ✓ Вокруг ядра по фиксированным разрешенным «орбитам» движутся электроны. Форма орбит близка к круговой.
- ✓ Находясь на орбите вблизи ядра атома, электрон не испускает электромагнитное излучение (не теряет, т.е. сохраняет, энергию).
- ✓ При взаимодействии с электромагнитным излучением электрон переходит с одной разрешенной «орбиты» на другую и его энергия меняется.

ИЗВЕСТНО: Ток – это направленное движение зарядов.

Поскольку внутри атомов и молекул электроны совершают направленное движение, то внутри них «текут» токи.

ВЫВОД: С магнитным полем могут взаимодействовать внутренние токи в веществе.



По определению: среднее значение тока равно

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Проводник, по которому течет ток – орбита, по которой движется электрон.

За время  $\Delta t$ , равное периоду движения электрона  $T$ ,  $\Delta q = q_{\text{ЭЛ}}$ ,

$$I = \frac{e}{T}. \quad \frac{L}{T} = V_{\text{ЭЛ}} \Rightarrow T = \frac{L}{V_{\text{ЭЛ}}} = \frac{2\pi R}{V_{\text{ЭЛ}}} \Rightarrow I = \frac{eV_{\text{ЭЛ}}}{2\pi R}.$$

Известна формула для силы Лоренца, действующей на заряд  $q$  в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ :  $\vec{F}_{\text{МАГ}} = q[\vec{v}; \vec{B}]$

Элементарная сила, действующая на элемент провода с током:

$$d\vec{F} = I[d\vec{L}, \vec{B}] \quad (- \text{ сила Ампера}).$$

Просуммировав все эти силы для кольца с током, можно получить соотношение для момента силы

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}].$$

Вывод: *На виток с током в магнитном поле действует момент силы (вращающий момент), пропорциональный магнитному моменту витка и индукции магнитного поля.*

Воздействие максимально, если магнитное поле перпендикулярно магнитному моменту витка.

Воздействие отсутствует, если они параллельны.

Поле стремится повернуть виток так, чтобы его плоскость стала перпендикулярна полю.

Найдем далее соотношения между моментом импульса и магнитным моментом электрона.

По определению:  $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$ , или  $L = m_{\text{эл}} \cdot V_{\text{эл}} \cdot R$ .

Найдем магнитный момент:  $p_m = I \cdot S$ , где  $S = \pi R^2$ .

$$|p_m| = \frac{eV_{\text{эл}}}{2\pi R} \cdot \pi R^2 = \frac{e}{2m_{\text{эл}}} \cdot m_{\text{эл}} \cdot V_{\text{эл}} \cdot R \Rightarrow p_m = \frac{e}{2m_{\text{эл}}} \cdot L.$$

Вывод: модуль магнитного момента электрона пропорционален моменту импульса:

$$\vec{p}_m = -\Gamma_L \cdot \vec{L} \Rightarrow$$

$\Gamma_L = \frac{e}{2m_{\text{эл}}}$  - гиромагнитное отношение для орбитального движения электрона.

## ДОПОЛНЕНИЕ

Модуль момента импульса квантуется, т.е. может принимать только дискретные значения

$$|\vec{L}| = \hbar \sqrt{l \cdot (l + 1)},$$

где  $l = 0, 1, 2, \dots, l_{\text{MAX}}$ ,  $\hbar$  - постоянная Планка.

Следствие 1: Есть такое движение электрона вблизи ядра, при котором  $l = 0$ ,  $|\vec{L}| = 0$  и  $|\vec{p}_m| = 0$ , но электрон – движется!

Следствие 2: У электрона есть собственное движение, которое характеризуется собственным моментом импульса ( $\vec{S}$ ). Он называется спином, и с ним связан собственный магнитный момент:

$$\vec{p}_{mS} = -\Gamma_S \cdot \vec{S},$$

где  $\Gamma_S = 2\Gamma_L = \frac{e}{m_{\text{эл}}}$  - гиромагнитное отношение для спинового движения электрона.



## П.2. Парамагнетики.

В соответствии с магнитными свойствами вещество принято делить на 3 категории: парамагнетики, диамагнетики и ферромагнетики.

*Парамагнетиком называется вещество, у которого атомы имеют собственный магнитный момент в отсутствие внешнего магнитного поля.*

$$\overset{\text{at}}{\rho}_m \neq 0, \quad \text{при } B = 0.$$

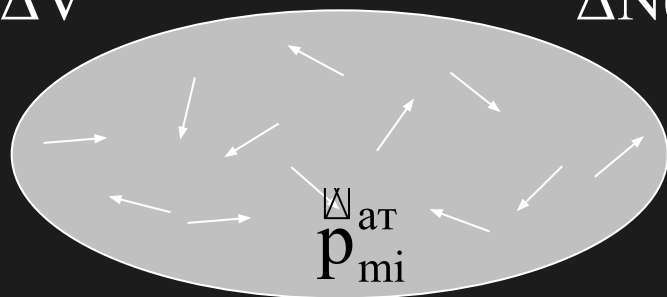
В результате теплового движения в нормальных условиях все векторы  $\overset{\text{at}}{\rho}_m$  направлены хаотически и для любого физически малого объема  $\Delta V$  сумма магнитных моментов всех атомов равна нулю.

# ПАРАМАГНИТНОЕ

вещество

$\Delta V$

$\Delta N(\Delta V)$



Т.к.  $\vec{p}_{mi}^{at}$  направлены хаотически, то для любого  $\Delta V$ :

$$\sum_{\Delta V} \vec{p}_{mi}^{at} = 0 \quad \text{при } B = 0.$$

Средний магнитный момент атома:

$$\langle \vec{p}_{mi}^{at} \rangle = \frac{\sum \vec{p}_{mi}^{at}}{\Delta N(\Delta V)} = 0 \quad \text{при } B = 0.$$

Расчет статистическими методами (которые мы будем изучать в дальнейшем) дает следующее соотношение:

$$\langle \vec{p}_m^{at} \rangle = \frac{(p_m^{at})^2 B}{3kT},$$

где  $k$  – константа Больцмана ( $1.38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К).

Этот средний момент прямо пропорционален  $B$  и направлен вдоль вектора магнитной индукции. Математическая связь:

$$\langle p_m^{\text{ат}} \rangle = \frac{1}{\mu_0} \beta_m B,$$

где  $\beta_m$  – коэффициент магнитной поляризуемости атомов парамагнетика, который обратно пропорционален температуре  $T$ :

$$\beta_m = \mu_0 \cdot \frac{(p_m^{\text{ат}})^2}{3kT}.$$

Замечание: Средний магнитный момент атома не равен магнитному моменту одного атома и равен нулю в отсутствие МП.

### П.3. Диамagnetики.

*У диамagnetиков суммарный магнитный момент каждого атома в отсутствие внешнего МП равен нулю:*

$$\vec{p}_m^{\text{ат}} = 0 \text{ при } B = 0.$$

Но каждый электрон имеет  $\vec{p}_m \neq 0$ .

**ЗАДАЧА:** Проанализировать движение электрона при наличии магнитного поля с индукцией  $B$ .

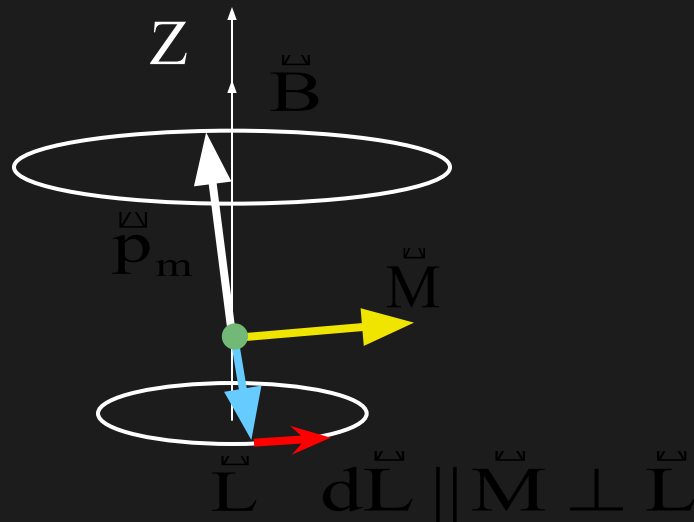
Можно вычислить (см. учебник) момент силы, действующей на электрон:  $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$ ,

где по определению:  $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}_m]$ .

Используем известное нам из механики динамическое уравнение для момента импульса:  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ , отсюда

приращение момента импульса  $d\vec{L}$  за время  $dt$  будет равно  $d\vec{L} = \vec{M} \cdot dt = [\vec{p}_m; \vec{v}] \cdot dt$ .

Т.к.  $dt$  это скаляр, то приращение момента импульса  $d\vec{L}$  параллельно моменту силы и перпендикулярно  $\vec{p}_m \parallel \vec{L}$ .



При таком приращении конец вектора  $\vec{L}$  будет двигаться по окружности, а сам вектор – по образующей конуса.

Такое движение вектора называется прецессией.

Прецессия вектора  $\vec{p}_m$  происходит с частотой, называемой «ларморовой» и равной

$$\omega_L = \frac{Be}{2m_{\text{эл}}}$$

Данная прецессия аналогична появлению дополнительного тока  $I'$  в атоме:

$$I' = \frac{e}{T_L} = e \cdot \frac{\omega_L}{2\pi} = \frac{Be^2}{4\pi m_{\text{эл}}}$$

Этот ток порождает дополнительный магнитный момент электрона:

$$p_m' = I' \cdot \frac{s'}{\pi(r')^2}, \text{ где } s' \text{ – эффективная площадь кольца с дополнительным током.}$$

Расчет показал, что для электрона с номером  $k$   $\langle (r_k')^2 \rangle = \frac{2}{3} (r_k')^2$ ,

тогда  $p_{mk}' = \frac{e^2 \cdot (r_k')^2}{6m_{\text{ЭЛ}}} B$ ,  $\mu_{\text{м}}^{\text{АТ}} = \sum_{k=1}^Z \mu_{mk}' = \left( \sum_{k=1}^Z \langle r_k'^2 \rangle \right) \frac{e^2}{6m_{\text{ЭЛ}}} B$ ,

где  $c(Z)$  - константа для данного атома, зависящая от количества электронов  $Z$  в нем.

$c(Z)$

**ВЫВОД:** Возникший магнитный момент атома пропорционален  $B$ .

По направлению он антипараллелен  $B$ , т.к. электрон имеет отрицательный заряд.

Или

$$\mu_{\text{м}}^{\text{АТ}} = -\frac{1}{\mu_0} \beta_{\text{м}} \cdot B.$$

Окончательно:

$$\beta_{\text{м}}^{\text{ДИА}} = -c(Z) \frac{\mu_0 e^2}{6m_{\text{ЭЛ}}}$$

- коэффициент магнитной поляризуемости атома  
диамagnetика.

## П.4. Намагниченность, восприимчивость, проницаемость.

Вектором намагниченности вещества  $\vec{J}$  называется магнитный момент единицы объема.

ЗАДАЧА: Найти выражение для вектора намагниченности.

В единице объема вещества содержится количество атомов, численно равное концентрации, которую принято обозначать символом  $n$ .

Магнитный момент единицы объема получим, умножив количество атомов в единице объема на средний магнитный момент одного атома:

$$\vec{J} = n \cdot \langle \vec{p}_m^{at} \rangle = n \cdot \frac{1}{\mu_0} \beta_m \cdot \vec{B}.$$

Следствие:

$$|\vec{J}| \sim |\vec{B}|.$$

Обозначим:

$$\chi = n \cdot \beta_m$$

– магнитная восприимчивость вещества.



Тогда:

$$\vec{J} = \frac{\chi}{\mu_0} \vec{B}_0$$

Магнитная восприимчивость обычных веществ  $\chi$ , как правило, много меньше единицы. Она может быть как положительной, так и отрицательной.

Каждый виток с током создает собственное МП, а сумма этих полей дает собственное МП внутри вещества  $\vec{B}_{\text{СОБ}} = \mu_0 \vec{J}$ .

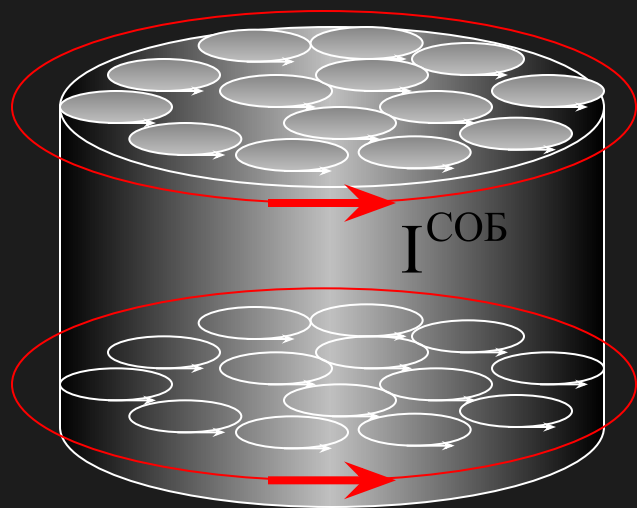
$$\vec{B}_{\text{СУМ}} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{\text{СОБ}} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J} = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = (1 + \chi) \vec{B}_0.$$

Магнитной проницаемостью называется характеристика магнитных свойств вещества, показывающая, во сколько раз индукция МП в однородном веществе больше, чем в вакууме.

$$\mu = \frac{B_{\text{СУМ}}}{B_0} = 1 + \chi = 1 + n\beta_m.$$

Магнитная проницаемость парамагнетиков чуть больше 1, а диамагнетиков – чуть меньше 1.

## Токи намагниченности.



У соседних молекул микротоки в местах их соприкосновения текут в противоположных направлениях и компенсируют друг друга.

Не компенсируются токи выходящие на боковую поверхность выделенного объема. Эти токи и образуют макроскопический поверхностный ток намагниченности  $I^{\text{СОБ}}$ .

ЗАМЕЧАНИЕ: Циркулируя по боковой поверхности объема, ток  $I^{\text{СОБ}}$  порождает такое же собственное магнитное поле, как и все микротоки в атомах и молекулах вместе взятые.

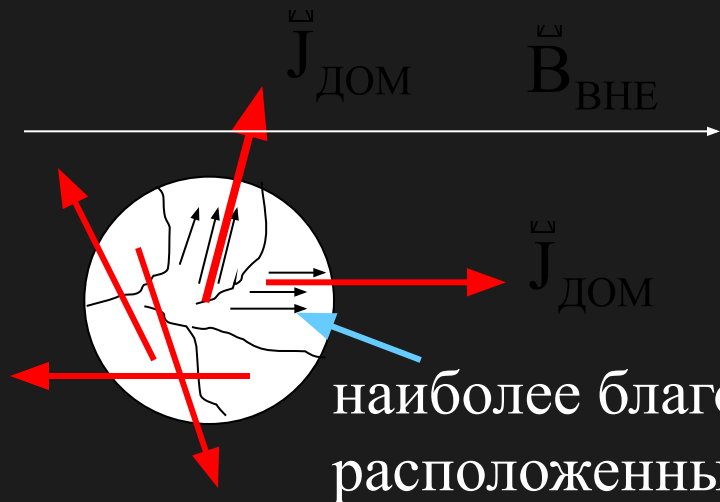
## П.5. Ферромагнетики.

**Ферромагнетики** – это вещества, имеющие большой вектор намагниченности и большую магнитную проницаемость.

Моделью ферромагнетика является совокупность так называемых доменов.

*Доменом называется область внутри ферромагнетика, в которой каждый атом имеет свой магнитный момент в отсутствие внешнего магнитного поля, а магнитные моменты всех атомов параллельны,*

## Ферромагнетик:



При  $\vec{B} = 0$  магнитные моменты доменов направлены хаотически и вещество в целом не намагничено.

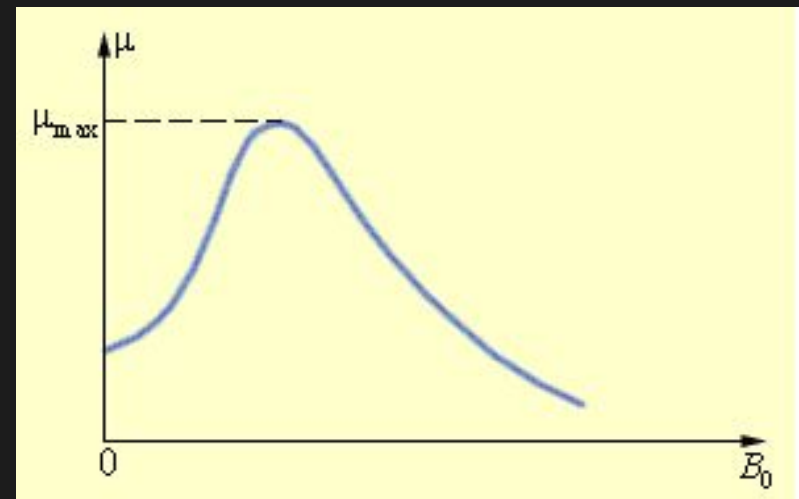
При включении внешнего поля начинается рост наиболее благоприятно расположенного домена, пока он не захватит весь кусок вещества. В этот момент наступает насыщение.

Магнитная проницаемость достигает максимума:

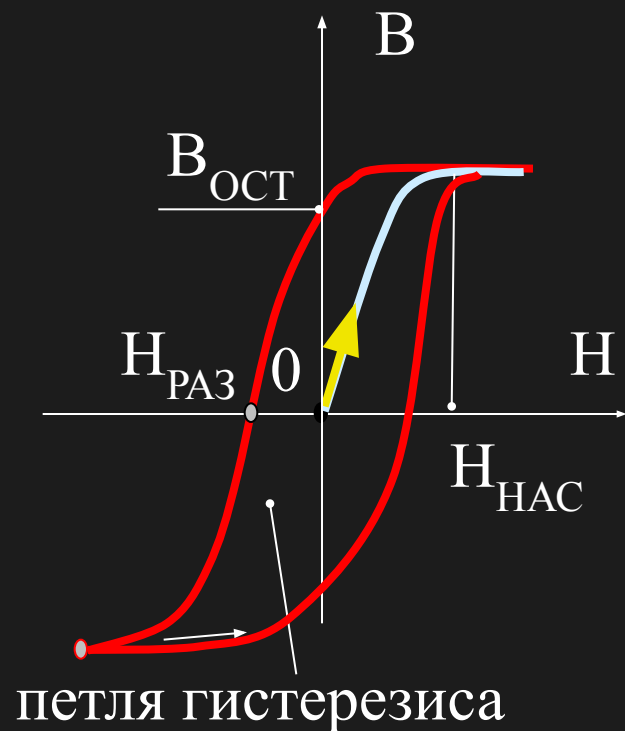
Новый вектор напряженности

МП:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$$



После перехода к насыщению дальнейшее увеличение  $B$  приводит только к повороту вектора намагниченности  $\vec{J}$  по направлению к вектору  $\vec{B}$ .



Гистерезис – появление остаточной намагниченности после снятия внешнего магнитного поля.

Магнитомягкий материал – петля гистерезиса узкая, потери на перемагничивание малы и он используется для изготовления сердечников трансформаторов.

Магнитожесткий материал – петля гистерезиса широкая. Применяется для постоянных магнитов.

### Замечание.

Магнитная проницаемость является достаточно легко измеряемой характеристикой вещества. Она имеет характерные значения

$\mu \geq 1$  для парамагнетика (близка, но больше 1),

$\mu \leq 1$  для диамагнетика (близка, но меньше 1),

$\mu \gg 1$  для ферромагнетика (очень велика).

## П.6. Напряженность магнитного поля.

Уточним закон циркуляции индукции магнитного поля, учитывая внутренние (собственные, молекулярные) токи, протекающие в веществе:

$$C_{\text{ОВ}} = \mu_0 I_{\text{СУМ}} = \mu_0 \left( \sum I_i^{\text{СТОП}} + \sum I_i^{\text{СОБ}} \right),$$

где  $I_i^{\text{СТОП}}$  - внешние токи, которые часто называют сторонними.

ЗАМЕЧАНИЕ: Найти внутренние токи очень трудно, а, зачастую, просто невозможно.

Задача: найти характеристику МП, которая определялась бы только внешними (сторонними) токами.

Напряженностью МП называется векторная характеристика МП, циркуляция которой  $C_{0H}$  по замкнутому контуру  $L_0$  равна сумме сторонних токов  $I_{СУМ}^{СТОР}$ , пронизывающих поверхность  $S(L_0)$ , ограниченную этим контуром.

$$C_{0H} = \sum I_i^{СТОР} = I_{СУМ}^{СТОР}$$

- закон циркуляции напряженности магнитного поля.

$$\oint_{L_0} \vec{H} d\vec{L} = I_{СУМ}^{СТОР} \quad *$$

Задача: Найти уравнение связи напряженности и индукции МП.

Используем закон циркуляции индукции МП в уточненном виде

$$\oint_{L_0} \vec{B}_0 d\vec{L} + \oint_{L_0} \vec{B}_{СОБ} d\vec{L} = \mu_0 I_{СУМ}^{СТОР} + \mu_0 I_{СУМ}^{СОБ} \Rightarrow \oint_{L_0} \vec{B}_0 d\vec{L} = \mu_0 I_{СУМ}^{СТОР}.$$

Разделим на  $\mu_0$  слева и справа. Сравним со (\*), получим  $\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$ ,

или

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}.$$

Задача решена.



Замечание: Можно переписать  $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ . В вакууме

$$\vec{B}_{\text{ВАК}} = \mu_0\vec{H}.$$

ЗАДАЧА: Найти индукцию МП в веществе по заданному распределению сторонних токов.

Алгоритм решения:

1. Записывают закон циркуляции напряженности магнитного поля:

$$C_{0H} = I_{\text{СУМ}}^{\text{СТОП}}.$$

2. По алгоритму, приведенному выше для вычисления индукции МП на основе закона о циркуляции индукции МП, вычисляют величину напряженности МП в точке наблюдения:

$$\oint_{L_0} \vec{H} d\vec{L} = \int_{S(L_0)} \vec{j}^{\text{СТОП}} d\vec{S}.$$

3. Используя связь индукции и напряженности МП, находят индукцию в точке наблюдения:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}.$$