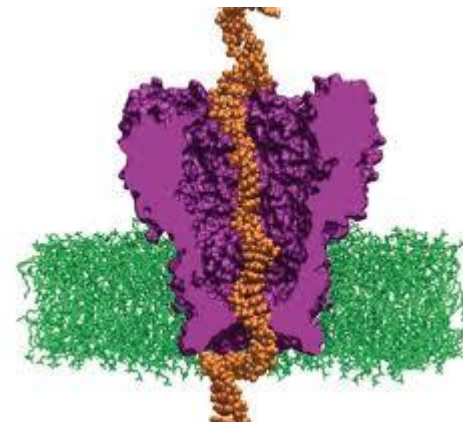
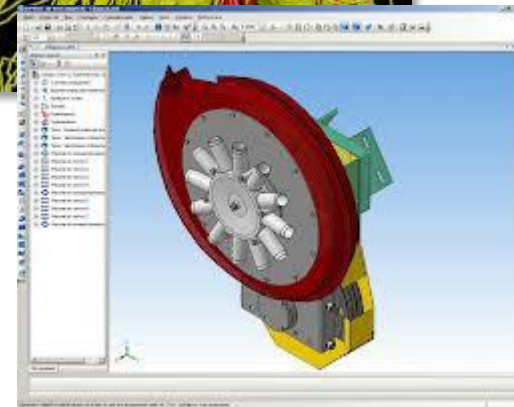
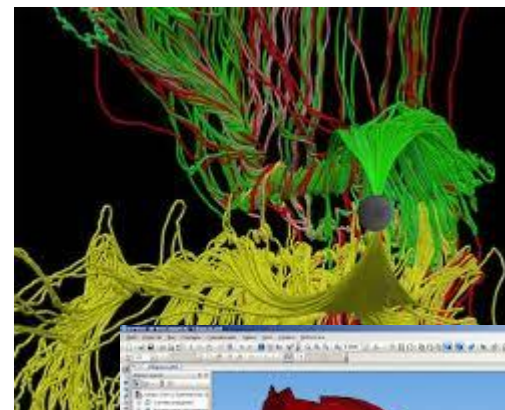
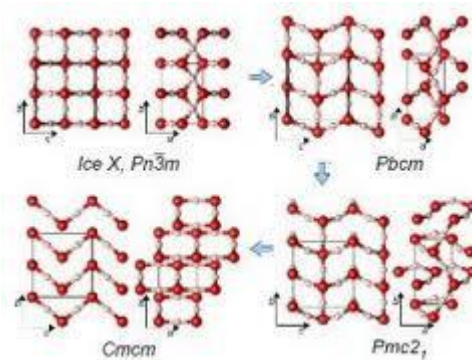
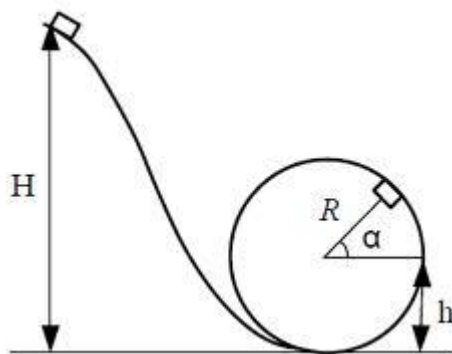


# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- Экспериментальное исследование
- Физическое моделирование
- Компьютерное моделирование



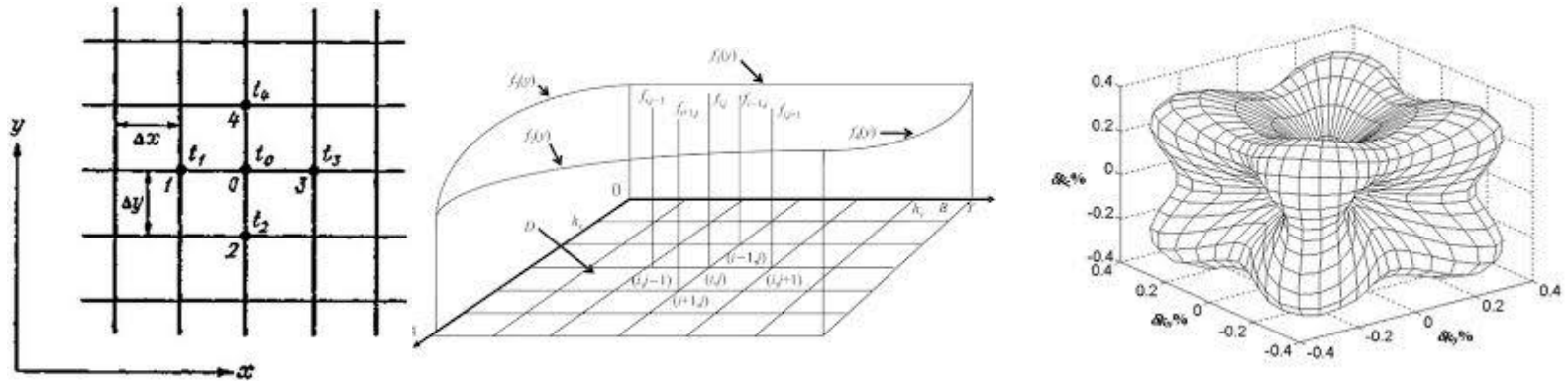
# НЕКОТОРЫЕ ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

- вычисление производных и интегралов
- механика точки
- механика системы материальных точек
- механика твердого тела
- расчет электрических цепей
- расчет электрического и магнитного полей
- моделирование массопереноса и теплопроводности
- волновые и автоволновые процессы
- расчет течения жидкости
- моделирование биологических процессов
- клеточные автоматы
- множество мандельброта и другие фракталы

# Математические модели: особенности

- Выбор модели исходя из имеющейся информации о явлении, процессе или устройстве
- Аналитическое или численное моделирование
- Выбор численного метода
- Дискретная модель
- Программа для компьютера
- Процесс моделирования
- Анализ результатов
- Уточнение модели или выбор новой

# Метод сеток (конечных разностей)



Область **непрерывного** изменения одного или нескольких аргументов заменяют **конечным множеством узлов**, образующих одномерную или многомерную сетку, и работают с функцией дискретного аргумента, что позволяет приближенно вычислить производные и интегралы.

# Примеры простых математических моделей некоторых природных процессов

## Кинетика химических реакций

Можно представить себе одностадийную химическую реакцию типа  $A \rightarrow B$ , где  $A$  – исходное вещество,  $B$  – конечный продукт. Если  $A$  – концентрация вещества, то ее убывание часто описывают уравнением:

$$dA/dt = -kA,$$

где  $k$  – константа скорости реакции, а начальное условие задается как  $A = A_0$  при  $t = 0$ . Если  $k = \text{const}$ , уравнение легко интегрируется:

$$A = A_0 \exp(-kt).$$

*Аналогичной формулой описывается закон радиоактивного распада:*

$$N = N_0 \exp(-at),$$

*где  $N_0$  – начальная концентрация распадающегося радиоактивного вещества,  $a$  – постоянная распада.*

Зачастую одностадийные химические реакции бывают обратимыми. Тогда для их математического описания потребуются два уравнения реакций: прямой и обратной.

$$dA/dt = -k_{12}A + k_{21}B$$

$$dB/dt = -k_{21}B + k_{12}A$$

### **Модель типа жертва-хищник**

Пусть популяция кроликов будет жертвами, популяция лис – хищниками. Предположим, что кроме кроликов лисы ничего не едят (и потому не размножаются), а в отсутствие лис кролики размножаются неограниченно. В этом случае скорость увеличения популяции кроликов будет

$$dx/dt = ax,$$

скорость уменьшения популяции лис

$$dy/dt = -py,$$

где  $t$  – время,  $a$  – коэффициент рождаемости кроликов,  $p$  – коэффициент смертности лис.

Однако популяции взаимодействуют (парные взаимодействия, включающие произведение  $xy$ ). Тогда для кроликов

$$dx/dt = ax - bxy,$$

где  $b$  – коэффициент, учитывающий уменьшение популяции кроликов вследствие поедания их лисами.

Для лис:

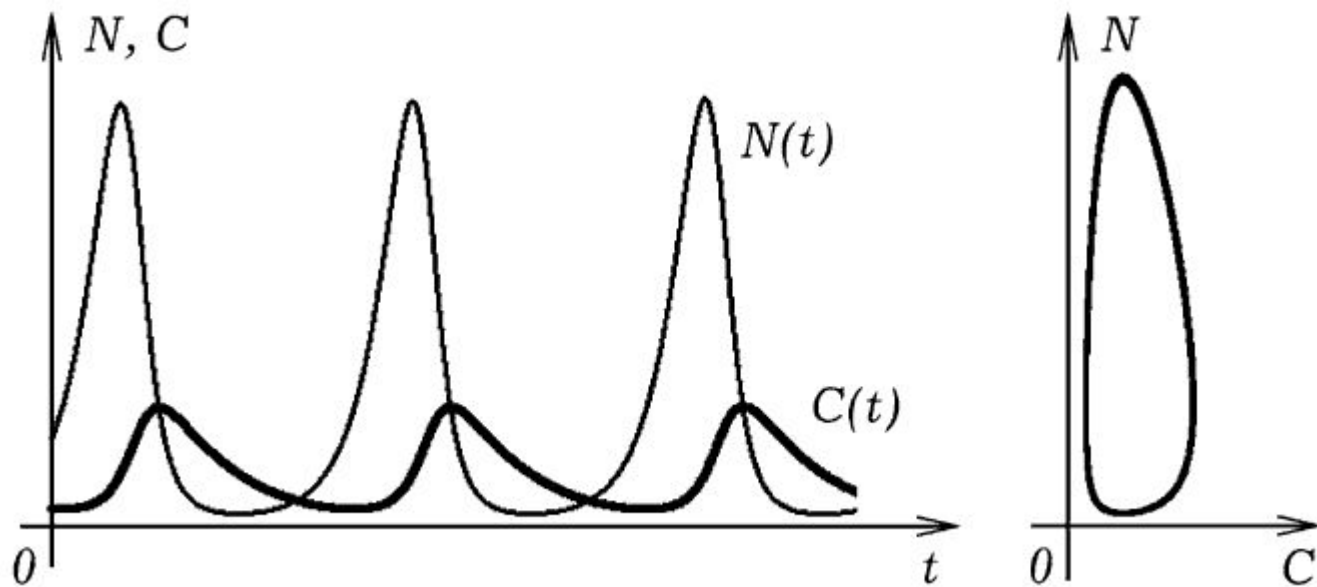
$$dy/dt = -py + cxy,$$

где  $c$  – коэффициент, учитывающий прирост популяции лис вследствие поедания ими кроликов.

Для решения системы должны быть заданы начальные размеры популяций, а для получения правдоподобного результата – правдоподобные значения всех коэффициентов.



## Компьютерная модель биологической среды



Динамика популяции лис и кроликов.



## Метод Эйлера

Пусть имеется задача Коши:

$$dy(x)/dx = f(x,y), \quad y(x_0) = y_0$$

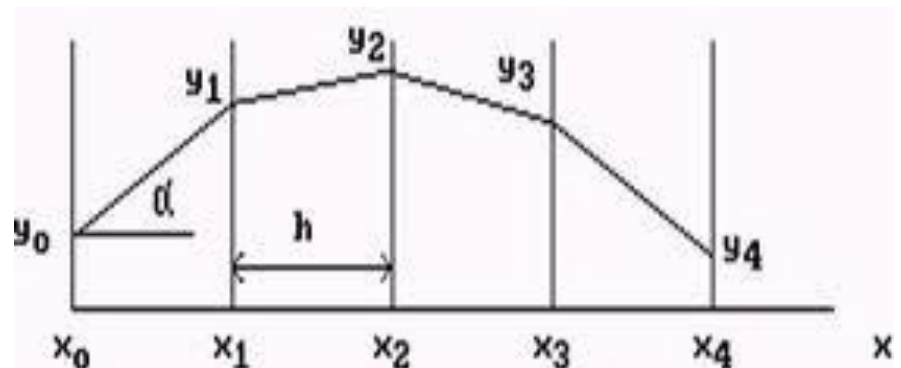
Запишем уравнение в конечных разностях:

$$(y_{i+1} - y_i)/h = f(x_i, y_i),$$

где  $h = \Delta x$  - шаг сетки по  $x$ .

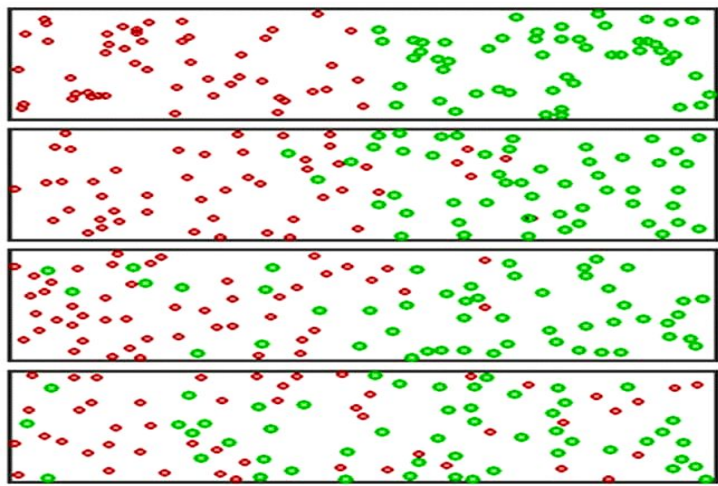
Отсюда следует:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h.$$

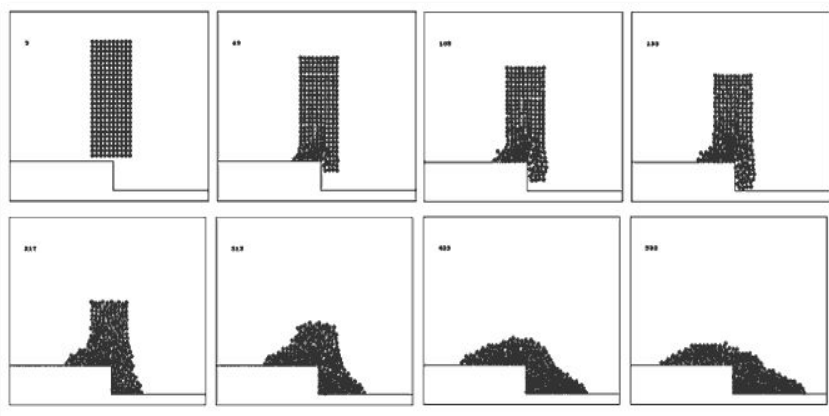


Чтобы численно решить уравнение, необходимо переменной  $y$  присвоить значение  $y_0 = y(0)$ , а затем в цикле рассчитать последующие значения  $y_i$  при  $i=1, 2, \dots$  в соответствии с приведенной выше формулой.

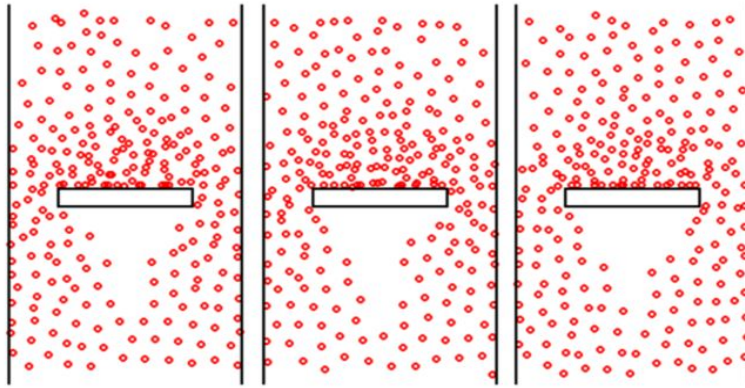
## Компьютерная модель взаимодиффузии двух газов



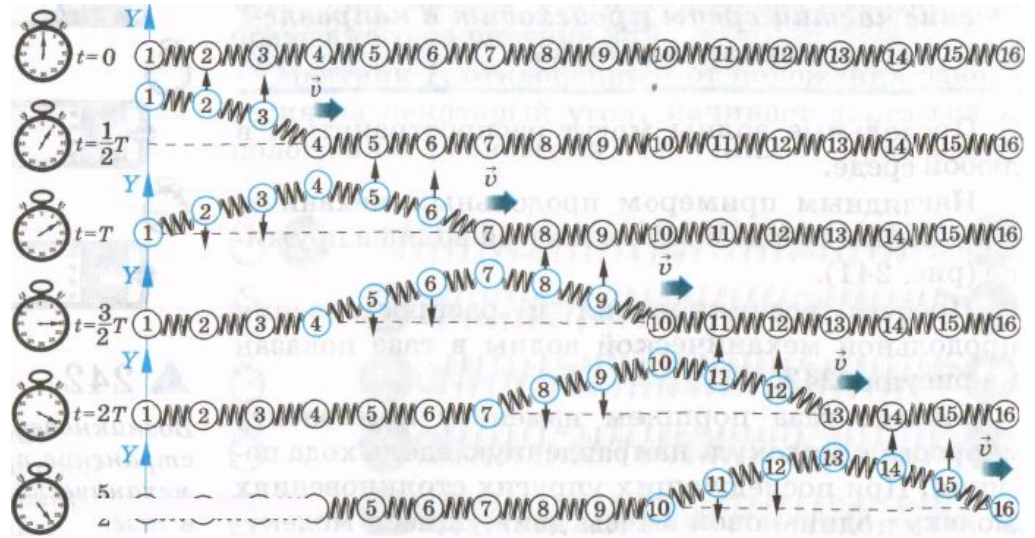
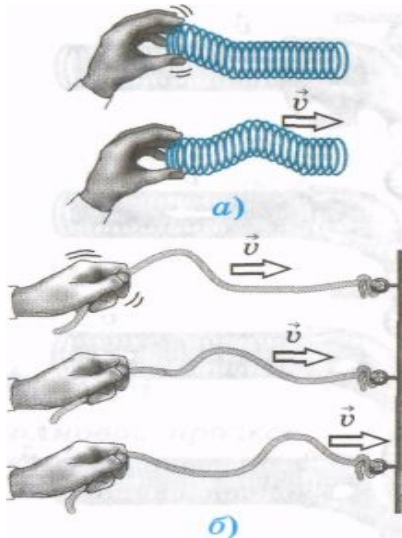
## Компьютерная модель падения жидкого цилиндра на выступ.

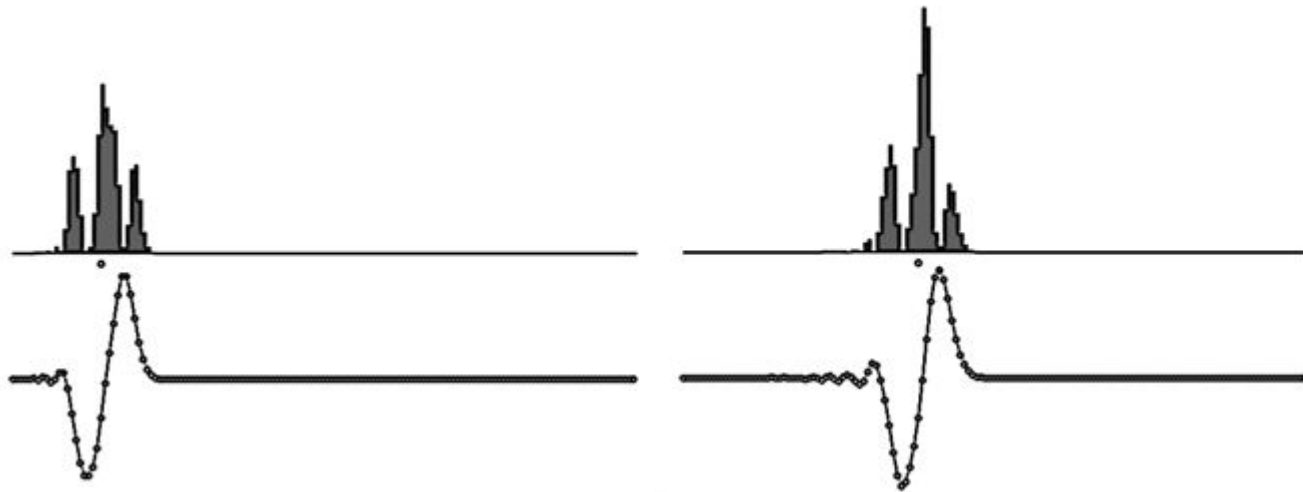


## Компьютерная модель обтекания пластины газом (сжимаемой жидкостью)

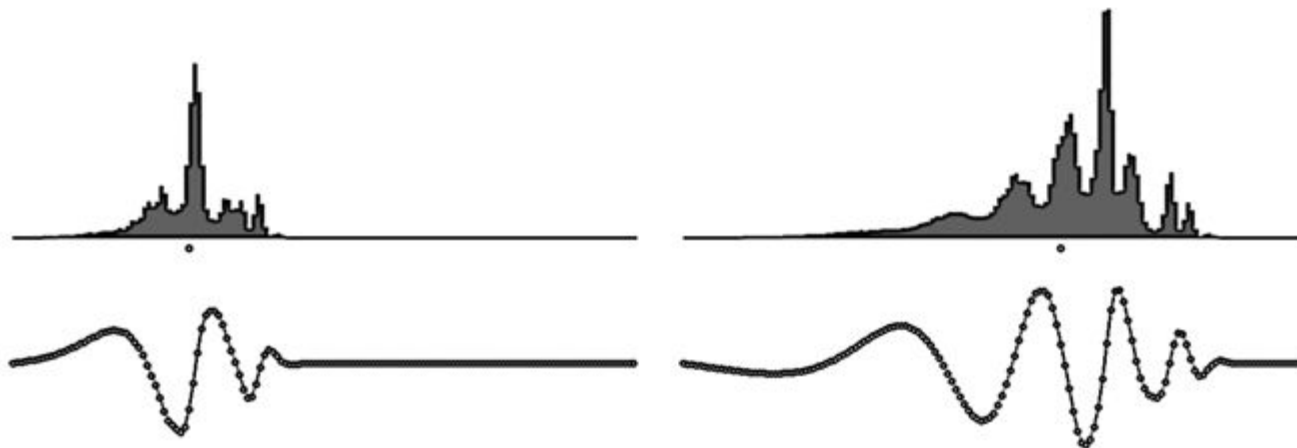


## Компьютерная модель распространения волн в различных средах

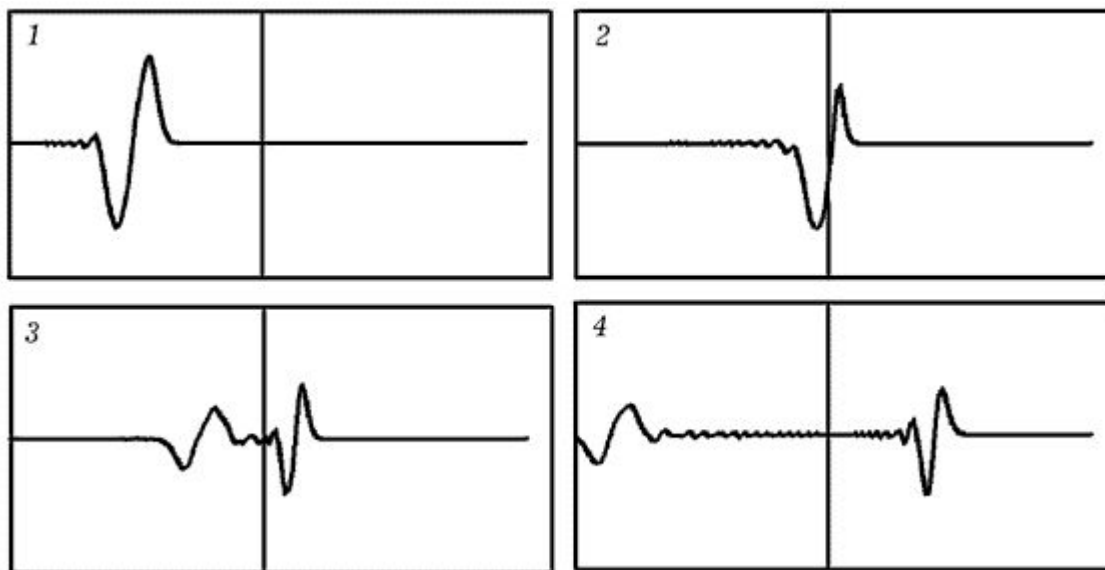




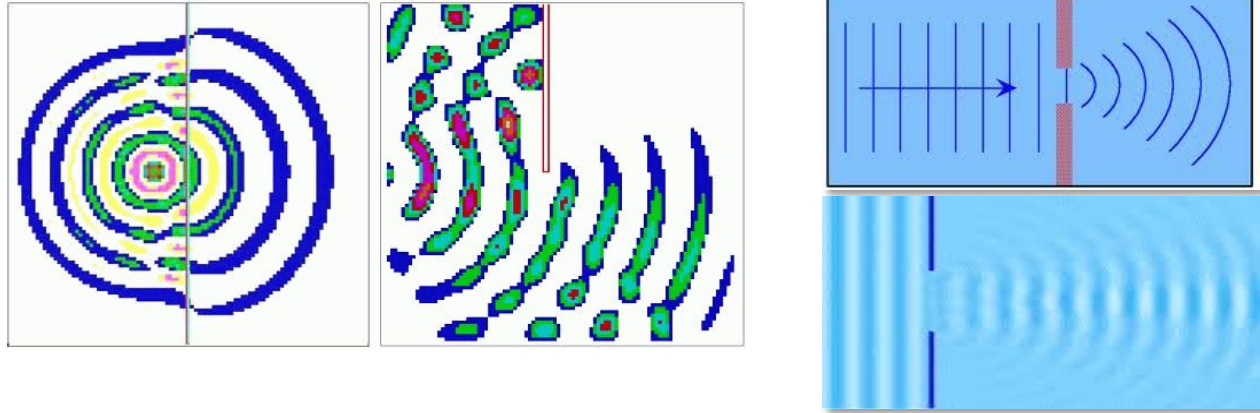
Дисперсия отсутствует. Групповая и фазовая скорости равны.



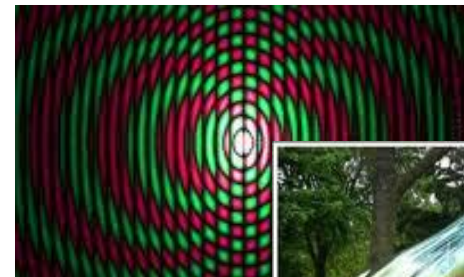
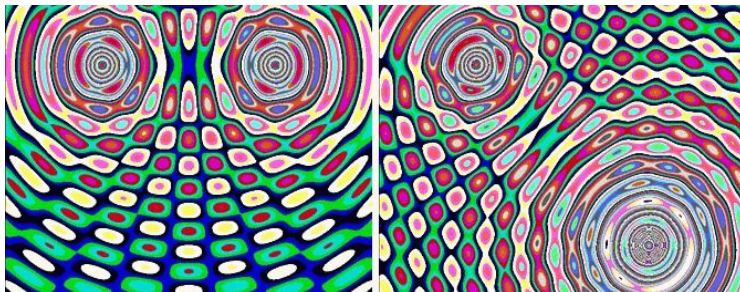
Групповая скорость меньше фазовой. Имеет место дисперсия.



Отражение и прохождение волны через границу раздела двух сред.



Двумерная волна: прохождение через границу раздела двух сред(моделируется дифракция).



Увеличение и уменьшение интенсивности колебания в зависимости от фазы (моделируется интерференция).

# Не все так просто

Важное отличительное свойство описанного движения состоит в том, что, несмотря на сложный характер, оно предсказуемо. Иными словами, *начальное измерение содержит информацию, которой можно воспользоваться для прогноза будущего поведения.*

## Вопрос: всегда ли так бывает?



В 1963 году американский метеоролог из Массачусетского технологического института **Эдвард Лоренц** задался вопросом: почему стремительное совершенствование компьютеров не привело к воплощению в жизнь мечты метеорологов – достоверному среднесрочному (на 2-3 недели вперед) прогнозу погоды?

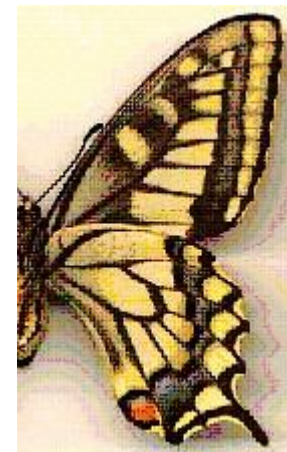
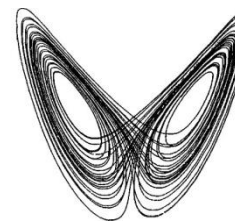


В 1963 году **Рэй Брэдбери** описал «эффект бабочки». Согласно этому эффекту малые причины могут иметь большие следствия. Математики называют это свойство **чувствительностью к начальным данным**. Поведение такого типа называется **динамическим хаосом**

Системы с динамическим хаосом порождают клубок траекторий (непредсказуемые и невозпроизводимые типы поведения в **ограниченных рамках**).

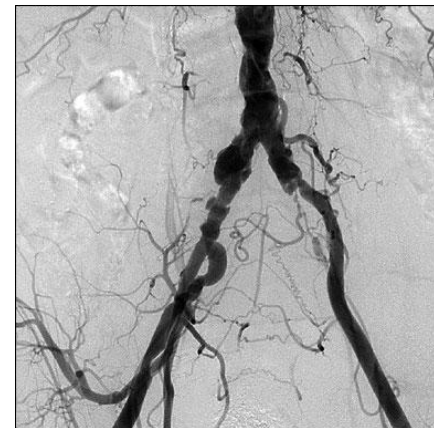
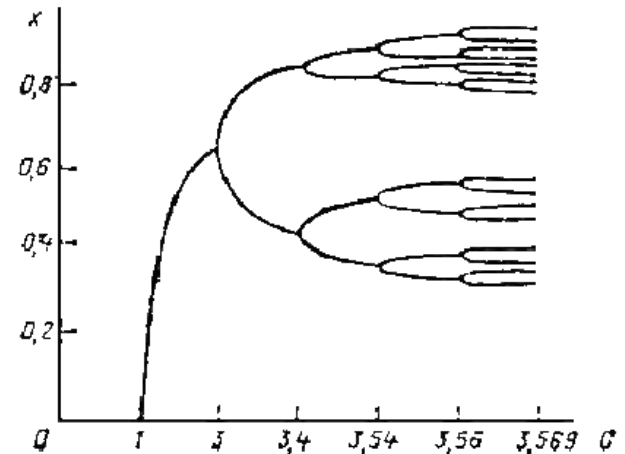
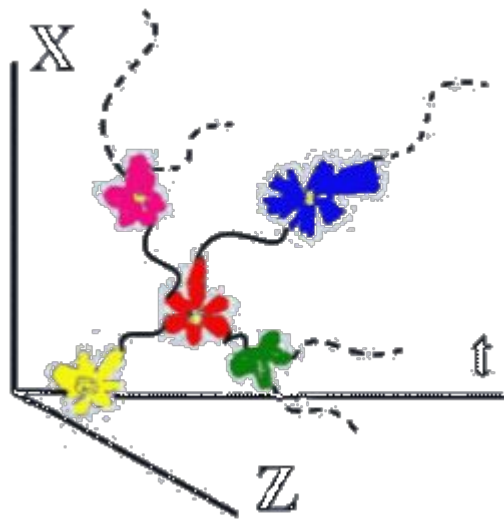
Такие клубки классики нелинейной науки Д. Рюэль и Ф. Такенс в 1971 году назвали **странными аттракторами**.  
Переход системы из одной траектории развития к другой определяется **точкой (областью) бифуркации**.

В основе теории хаоса лежит математический аппарат, описывающий поведение некоторых нелинейных динамических систем подверженных при определённых условиях явлению, известному как **хаос**. Поведение такой системы кажется случайным, даже если модель, описывающая систему, является детерминированной.





**Бифуркация** — термин происходит от лат. bifurcus — «раздвоенный» и употребляется в широком смысле для обозначения всевозможных качественных перестроек или метаморфоз различных объектов при изменении параметров, от которых они зависят.



Случайное слабое внешнее воздействие или слабые флуктуации внутренних параметров, "приуроченные" к определенному моменту развития системы, могут привести к большим ее внутренним изменениям.

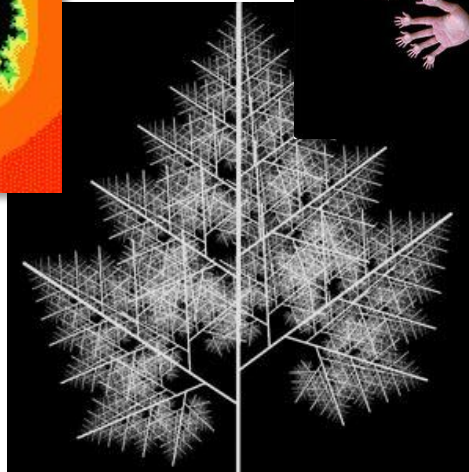
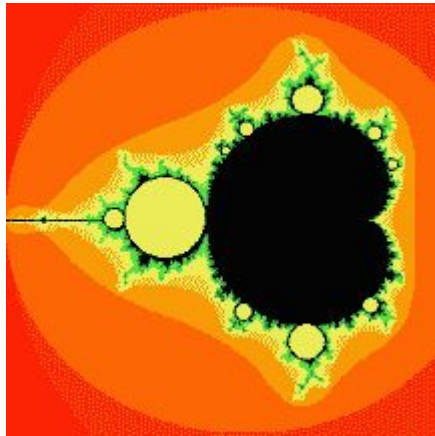
**Флуктуации** возникают хаотично, их огромное количество, но большинство из них затухает, как бы отсекаются все лишние вихревые потоки, остаются только те, которые образуют новые устойчивые макросостояния (структуры) - аттракторы. **Аттрактор** как бы притягивает к себе множество траекторий развития системы, определяемых разными начальными значениями параметров, создавая своеобразный конус.



## Фракталы.

Фрактал (лат. *fractus* — дробленный, сломанный, разбитый) — сложная геометрическая фигура, обладающая свойством самоподобия, то есть составленная из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком.

Иными словами, фрактал — это бесконечно самоподобная геометрическая фигура, каждый фрагмент которой повторяется при уменьшении масштаба.

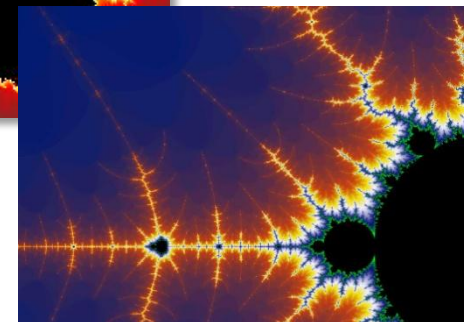
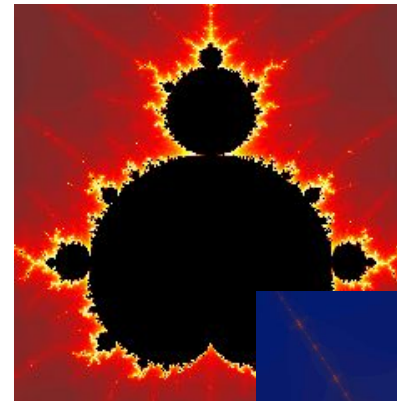


Термин «фрактал» был введён

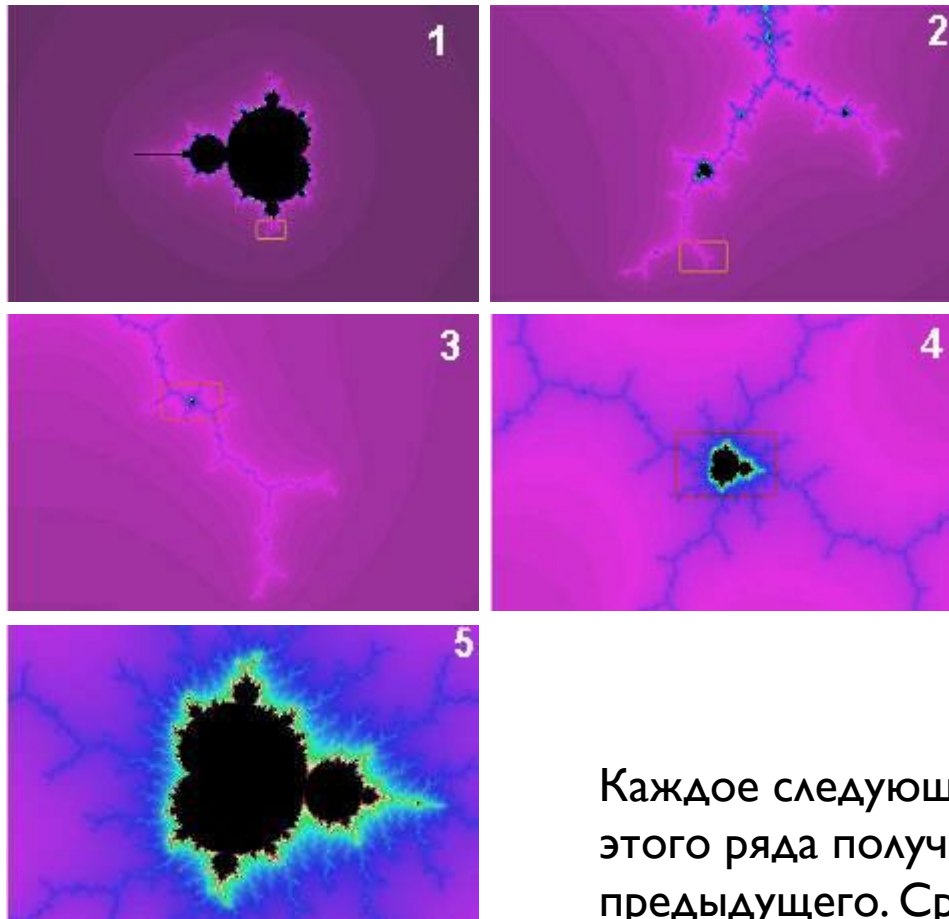
**Бенуа Мандельбротом** в 1975 г. и получил широкую популярность с выходом в 1977 г. его книги «Фрактальная геометрия природы»:

«Почему геометрию часто называют холодной и сухой?

Одна из причин заключается в ее неспособности описать форму облака, горы, дерева или берега моря. Облака - это не сферы, горы - не конусы, линии берега - это не окружности, и кора не является гладкой, и молния не распространяется по прямой. Природа демонстрирует нам не просто более высокую степень, а совсем другой уровень сложности.»

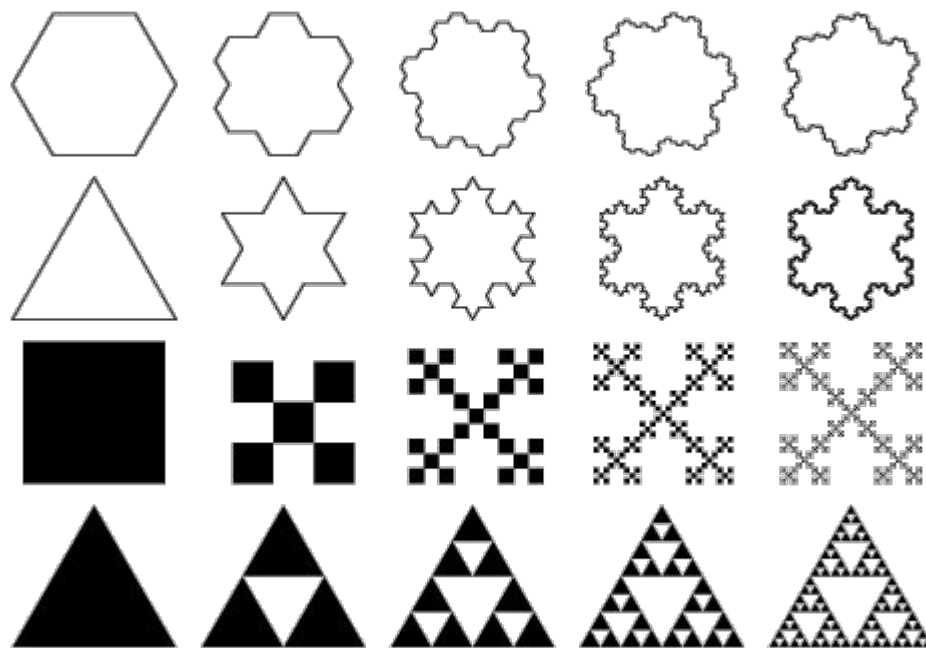


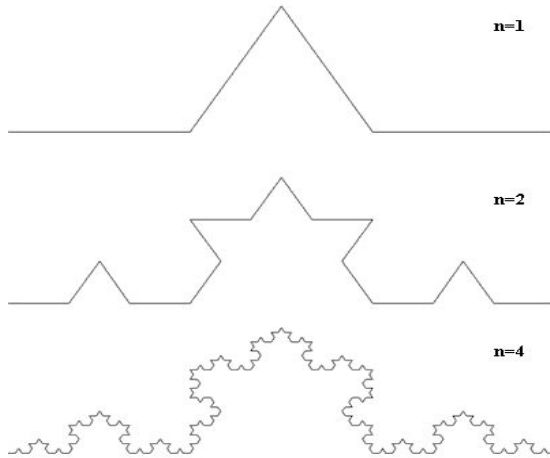
## Множество Мандельброта



Каждое следующее изображение этого ряда получено увеличением предыдущего. Сравните первую и последнюю картинку.

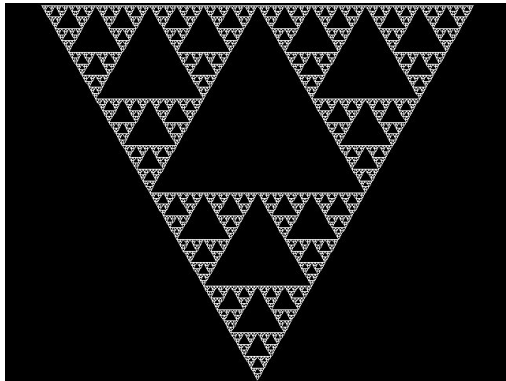
## Геометрические фракталы



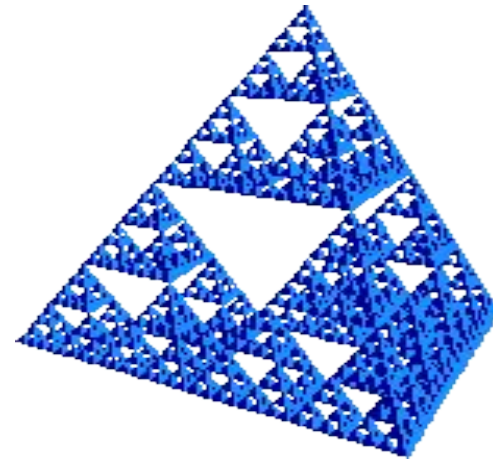


Зададим произвольную ломаную с конечным числом звеньев, называемую генератором. Далее, заменим в ней каждый отрезок генератором (точнее, ломаной, подобной генератору). В получившейся ломаной вновь заменим каждый отрезок генератором. Продолжая до бесконечности, в пределе получим фрактальную кривую.

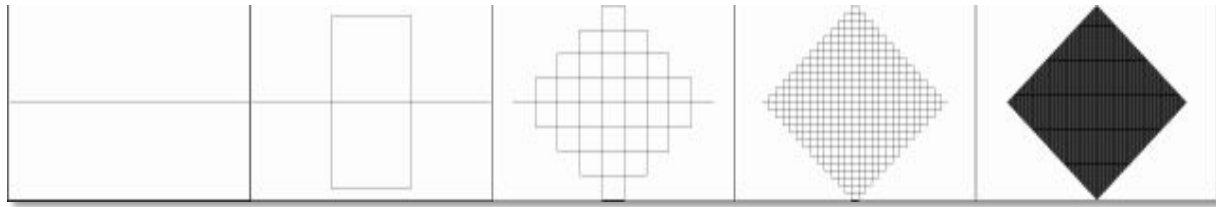
Построение кривой Коха



Треугольник Серпинского



Решетка  
Серпинского



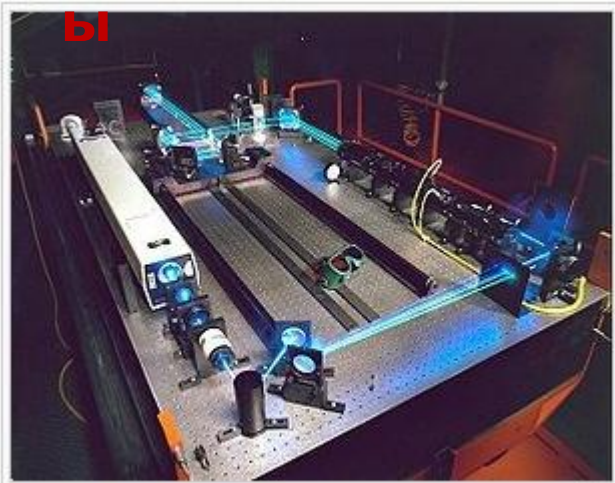
**Кривая Пеано** (1-5 итерации). Ее уникальность в том, что она заполняет всю плоскость. Доказано, что для каждой точки на плоскости можно найти точку, принадлежащую линии Пеано.



# Квантовая электроника

## Лазер

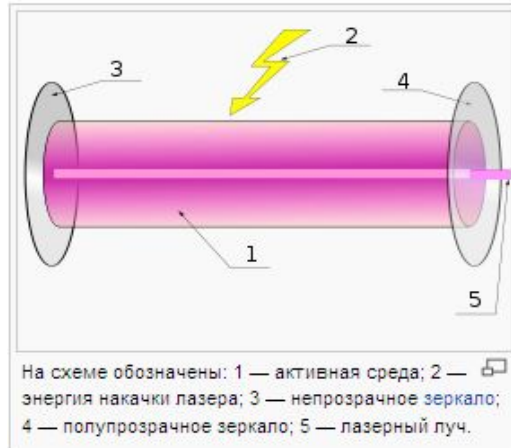
ы



Лазер (лаборатория NASA).

**Лазер** (англ. laser, акроним от англ. light amplification by stimulated emission of radiation — усиление света посредством вынужденного излучения), оптический квантовый генератор — устройство, преобразующее энергию накачки (световую, электрическую, тепловую, химическую и др.) в энергию когерентного, монохроматического, поляризованного и узконаправленного потока излучения.

Физической основой работы лазера служит квантовомеханическое явление вынужденного (индуцированного) излучения.



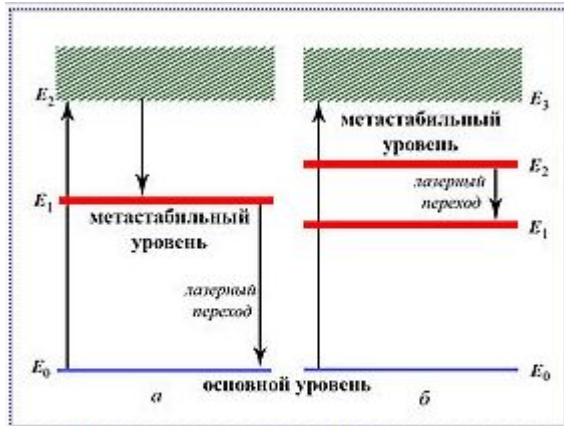
Все лазеры состоят из трёх основных частей:

- активной (рабочей) среды;
- системы накачки (источник энергии);
- оптического резонатора

Для усиления света необходимо, чтобы **возбуждённых атомов в среде было больше, чем невозбуждённых** (так называемая **инверсия населённостей**). В состоянии термодинамического равновесия это условие не выполняется, поэтому используются различные системы накачки активной среды лазера (оптические, электрические, химические и др.).

Первоисточником генерации является процесс спонтанного излучения, поэтому для обеспечения преемственности поколений фотонов необходимо существование **положительной обратной связи**, за счёт которой излучённые фотоны вызывают последующие акты индуцированного излучения. Для этого активная среда лазера помещается в **оптический резонатор**.

## Различные виды лазерных устройств



На рисунке: а — трёхуровневая и б — четырёхуровневая схемы накачки активной среды лазера.



Лазерное сопровождение музыкальных представлений (лазерное шоу)



Лазерный целеуказатель



Полупроводниковый лазер, применяемый в узле генерации изображения принтера Hewlett-Packard



Револьвер, оснащённый лазерным целеуказателем.



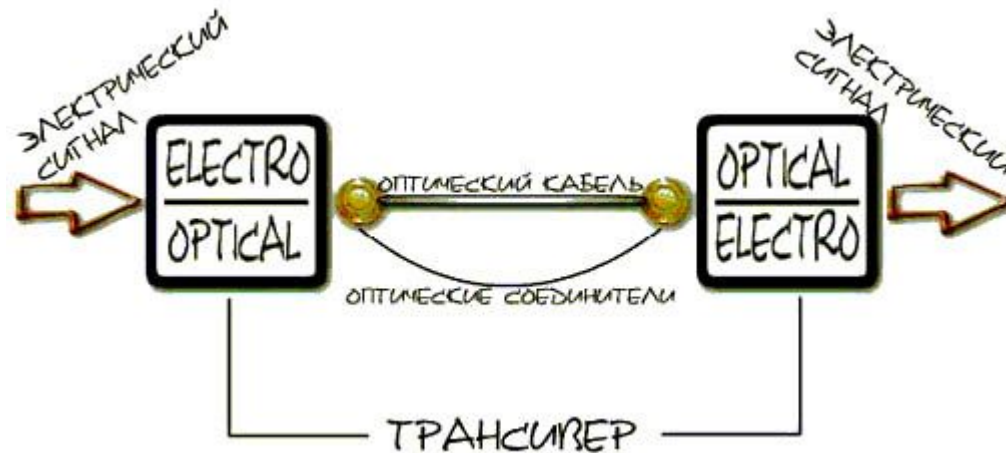
Лазерный диод

# Волоконная оптика

**Волоконная оптика (fiber optics)** - это раздел оптики, в котором рассматривается передача света и изображения по светопроводам и волноводам оптического диапазона, в частности по многожильным световодам и пучкам гибких волокон.



**Оборудование**, которое понадобится для создания простейшей волоконно-оптической системы:

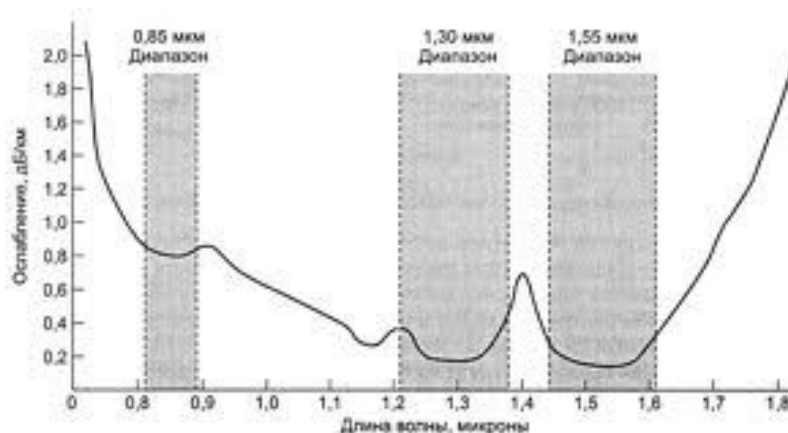


Оптическое волокно считается одной из самых совершенных физических сред для передачи информации, а также самой перспективной средой для передачи больших объемов информации (в основном потоковой) на большие расстояния. Оптоволокно обладает отличными физическими характеристиками, очень высокой устойчивостью к электромагнитным и радиочастотным помехам.

Оптоволокно классифицируется на одномодовое (monomode fiber) и многомодовое (multimode fiber).



**К волоконно-оптическим приборам** относятся лазеры, усилители, мультиплексоры, демультиплексоры и ряд других. К волоконно-оптическим компонентам относятся изоляторы, зеркала, соединители, разветвители и др. Основой волоконно-оптического прибора является его оптическая схема — набор волоконно-оптических компонентов, соединенных в определённой последовательности. Оптические схемы могут быть замкнутые или разомкнутые, с обратной связью или без нее.



## Цветовое зрение

В глазу человека содержатся два типа светочувствительных клеток (рецепторов): высокочувствительные палочки, отвечающие за сумеречное (ночное) зрение, и менее чувствительные колбочки, отвечающие за цветное зрение.

В сетчатке глаза человека есть три вида колбочек, максимум чувствительности которых приходится на красный, зелёный и синий участок спектра, то есть соответствует трем «основным» цветам.

Равномерное раздражение всех трёх элементов, соответствующее средневзвешенному дневному свету, также вызывает ощущение белого цвета. Трёхсоставную теорию цветового зрения впервые высказал в 1756 году М. В. Ломоносов, когда писал «о трёх материях дна ока».

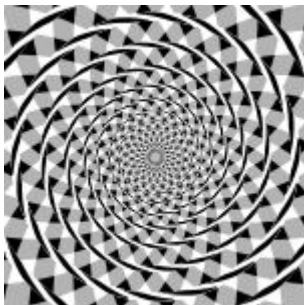






## Обработка зрительной информации мозгом

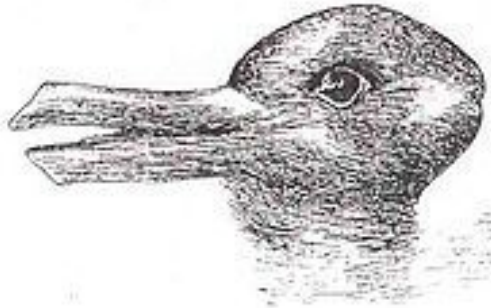
Из-за большого числа этапов процесса зрительного восприятия его отдельные характеристики рассматриваются с точки зрения разных наук — оптики (в т.ч. биофизики), психологии, физиологии, химии (биохимии). На каждом этапе восприятия возникают искажения, ошибки, сбои, но мозг человека обрабатывает полученную информацию и вносит необходимые коррективы. Эти процессы носят неосознаваемый характер и реализуются в многоуровневой автономной корректировке искажений. Так устраняются сферическая и хроматическая аберрации, эфффекты слепого пятна, проводится цветокоррекция, формируется стереоскопическое изображение и т. д. В тех случаях, когда подсознательная обработка информации недостаточна, или же избыточна, возникают **оптические иллюзии**.



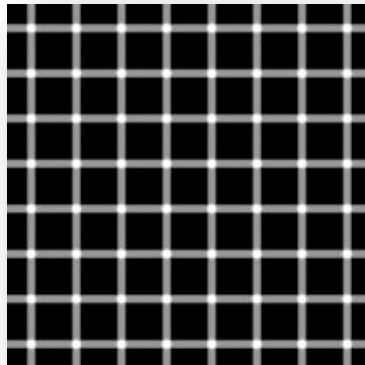
*Окружности или спирали?*



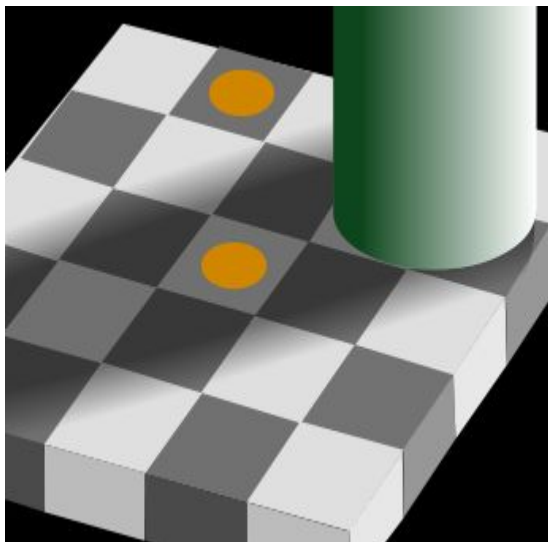
*Оптическая иллюзия: соломинка кажется сломанной.*



*Психологическая иллюзия «уткозаяц».*



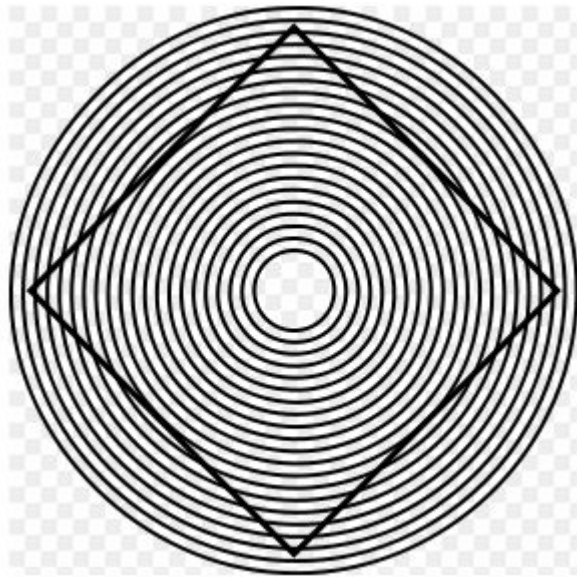
*Физиологическая иллюзия:  
Видны несуществующие черные точки*



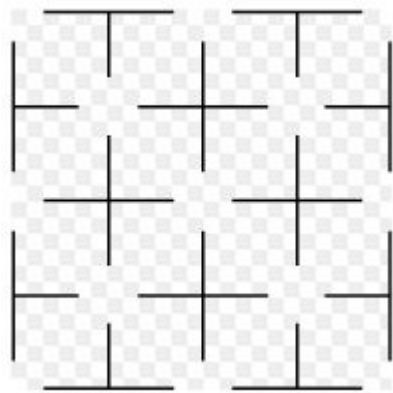
*Иллюзия восприятия цвета:  
метка на "светлом"  
параллелограмме кажется ярче и  
светлее, чем метка на "тёмном"*



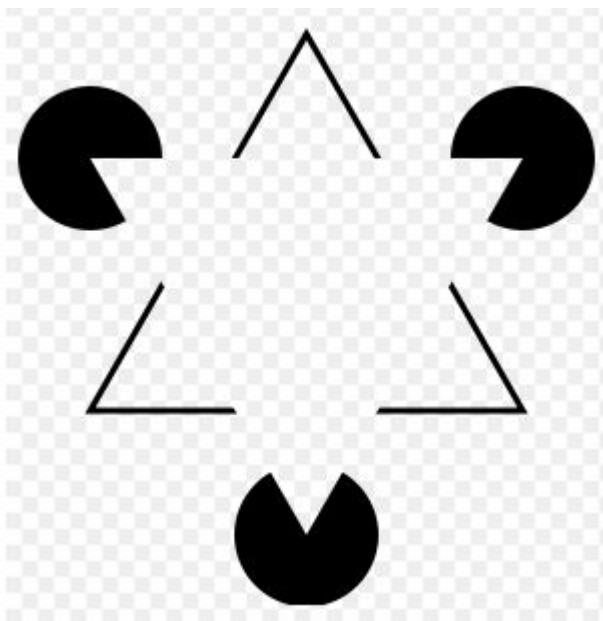
*Центральная полоса  
вся одной яркости*



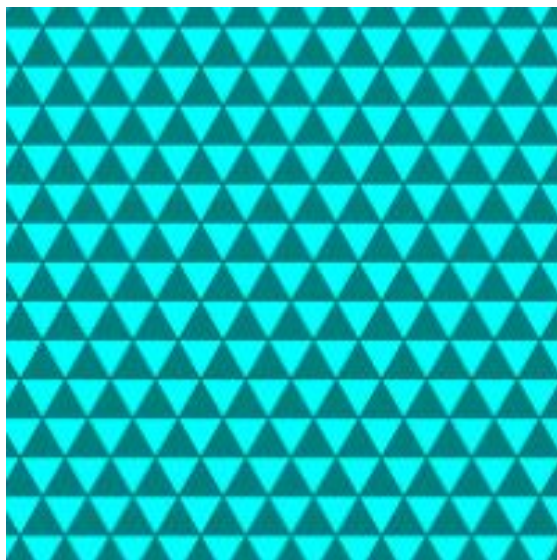
*Окружности "искривляют"  
стороны квадрата"*



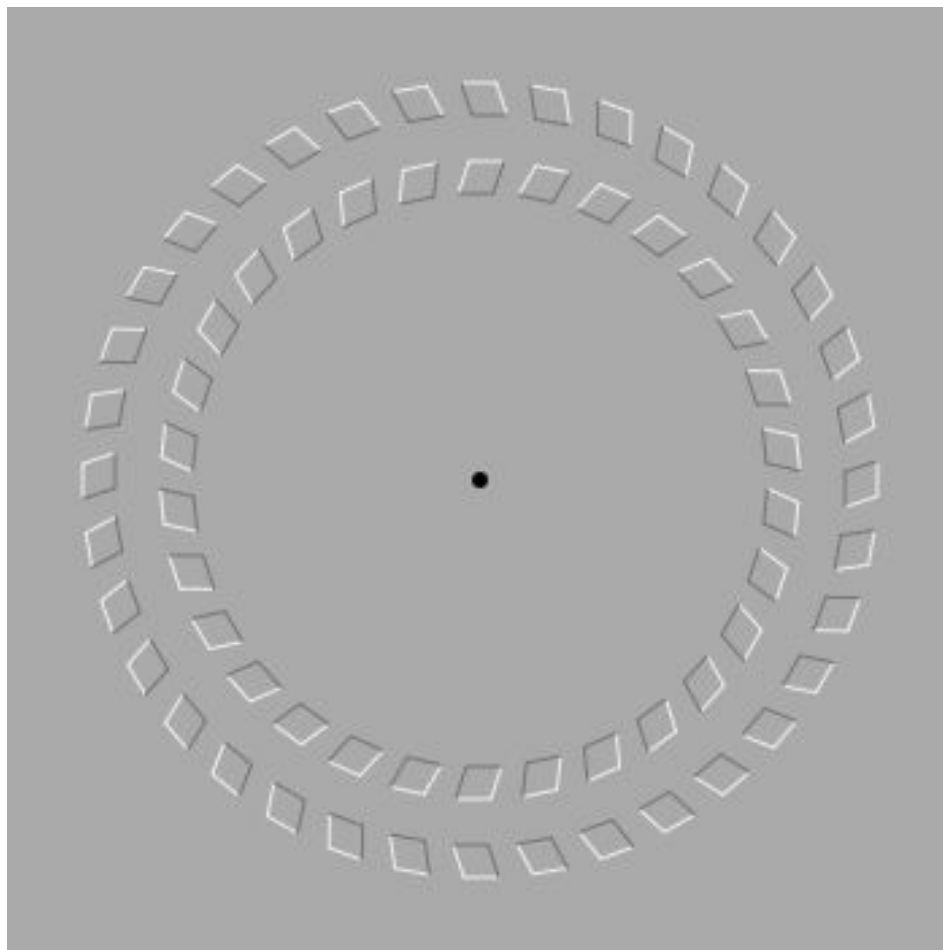
*Линии упираются в  
иллюзорные круги*



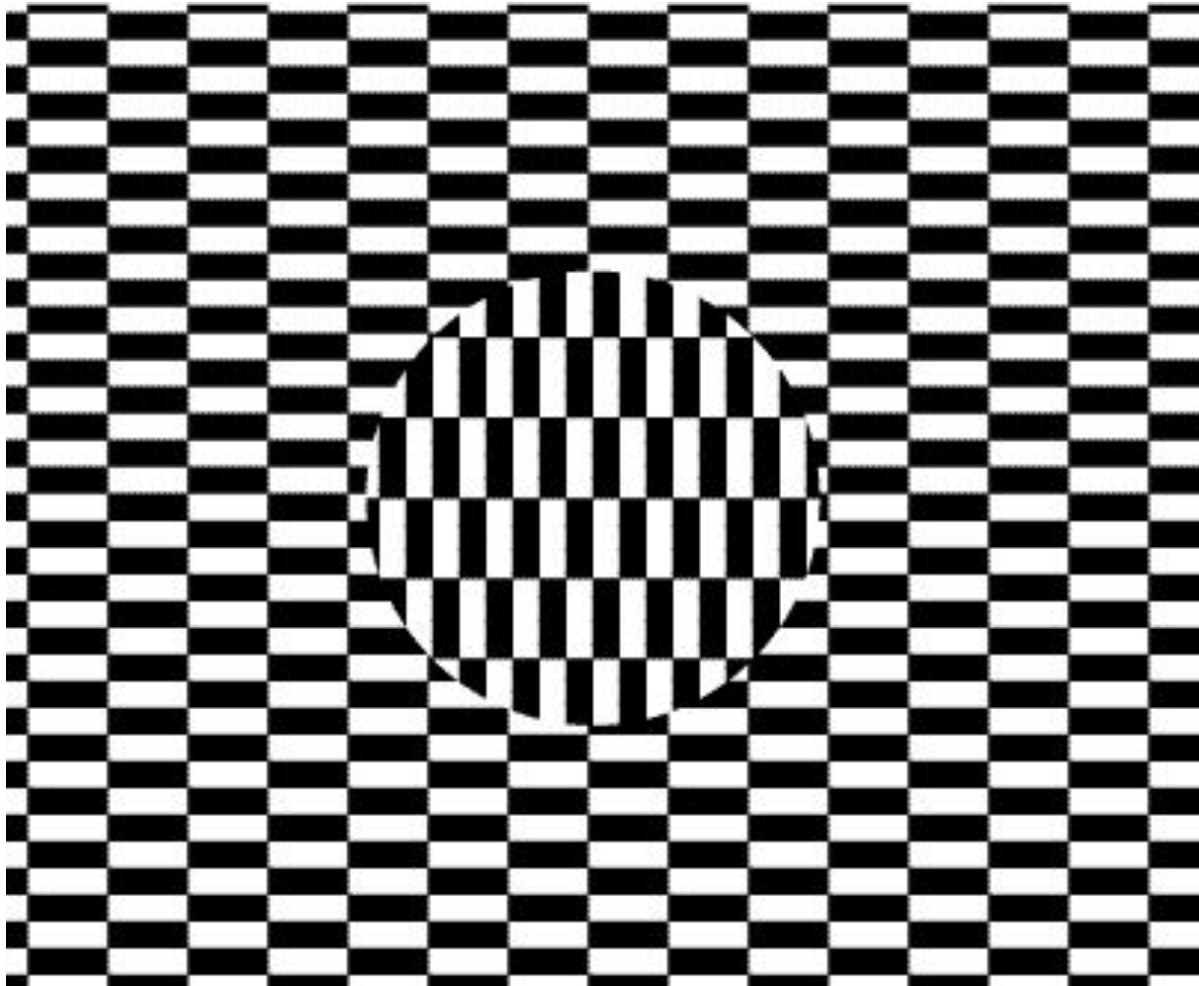
*Иллюзорные треугольники*



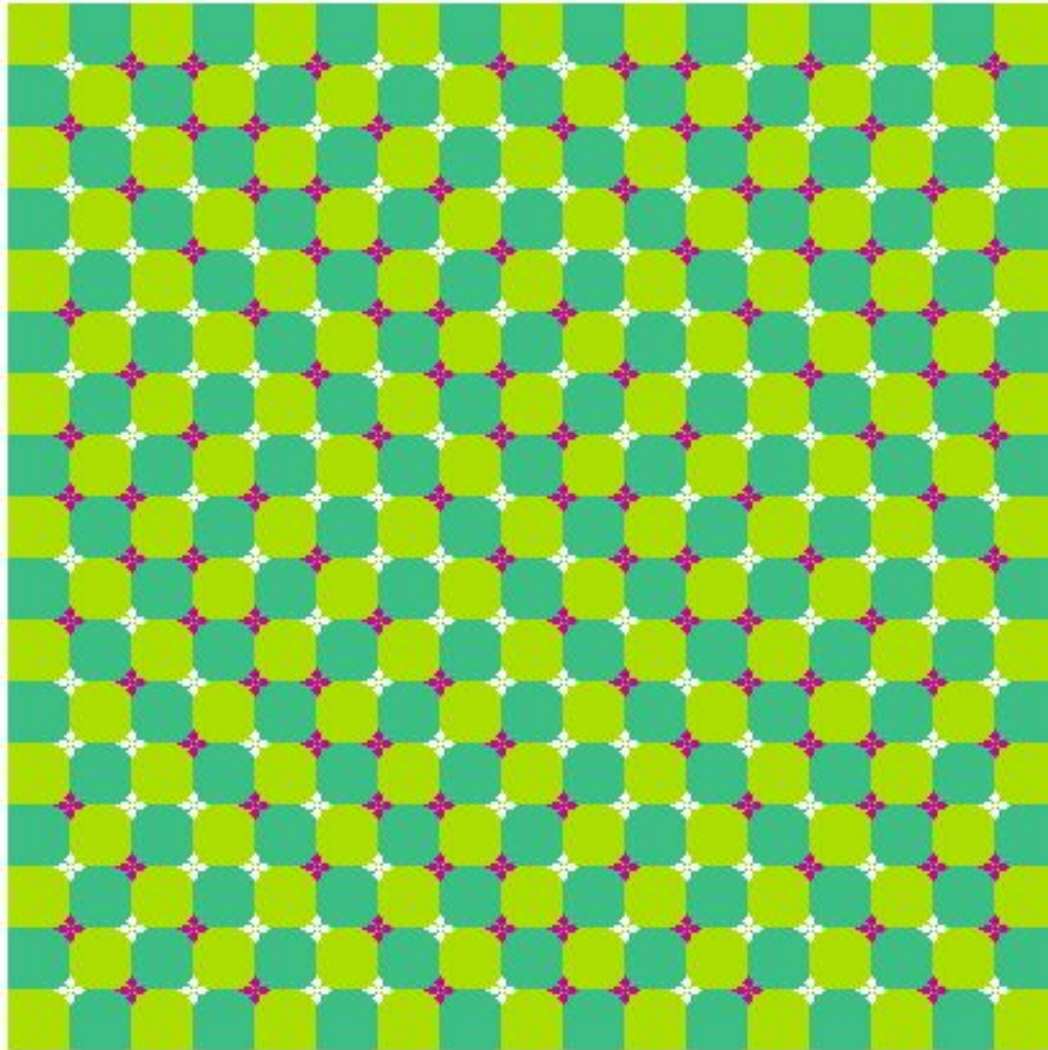
*Эффект появления треугольников  
разного размера в разных местах  
решетки*



*Иллюзия движения. Следует смотреть на чёрную точку в центре и двигать головой вперёд-назад. Круги вокруг точки начнут двигаться*

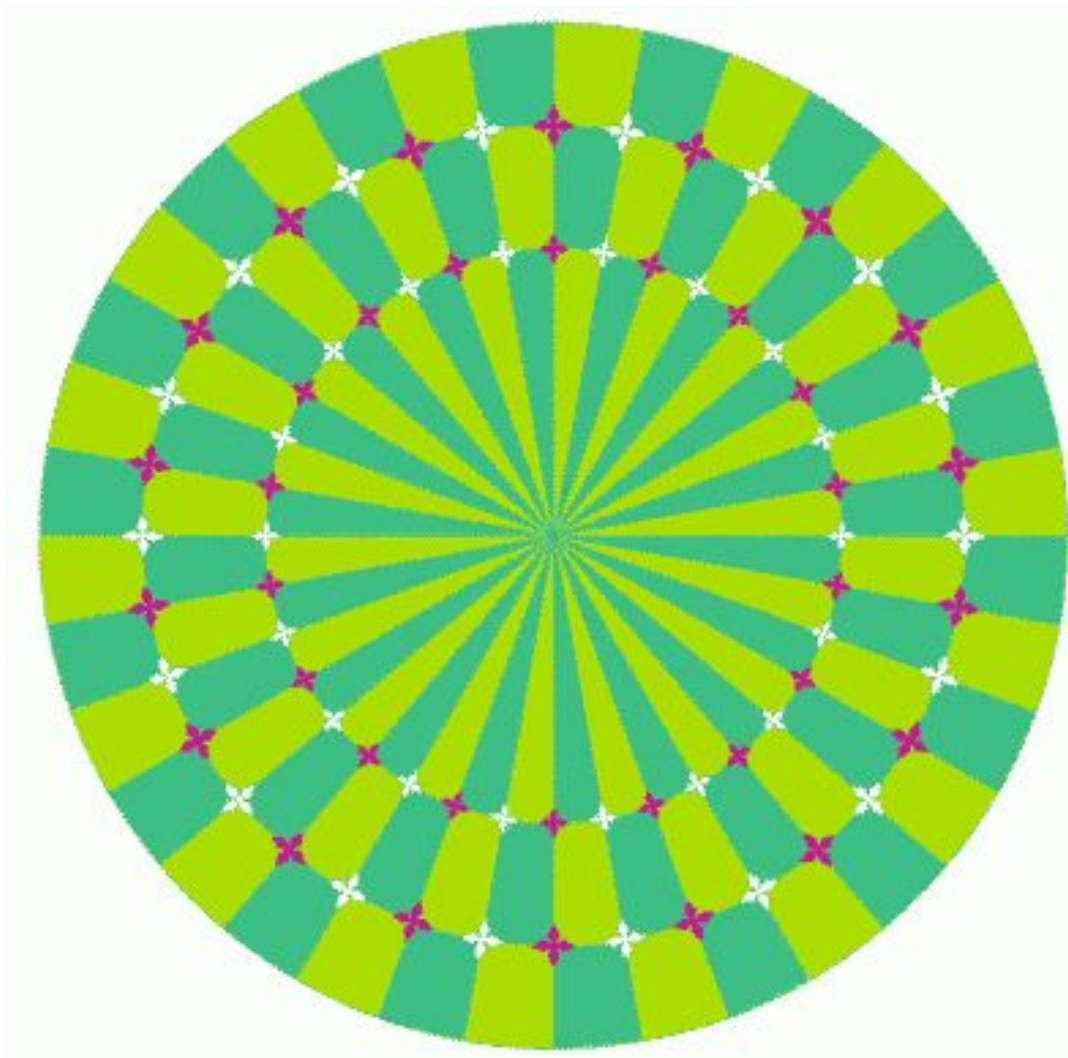


*Пристально смотрите на шар в центре.  
Кажется, что узор на нем движется из стороны в сторону?  
Не отрывая взгляда от центра круга, подвигайте головой.  
Возникла иллюзия, что узор вокруг шара сдвигается?*

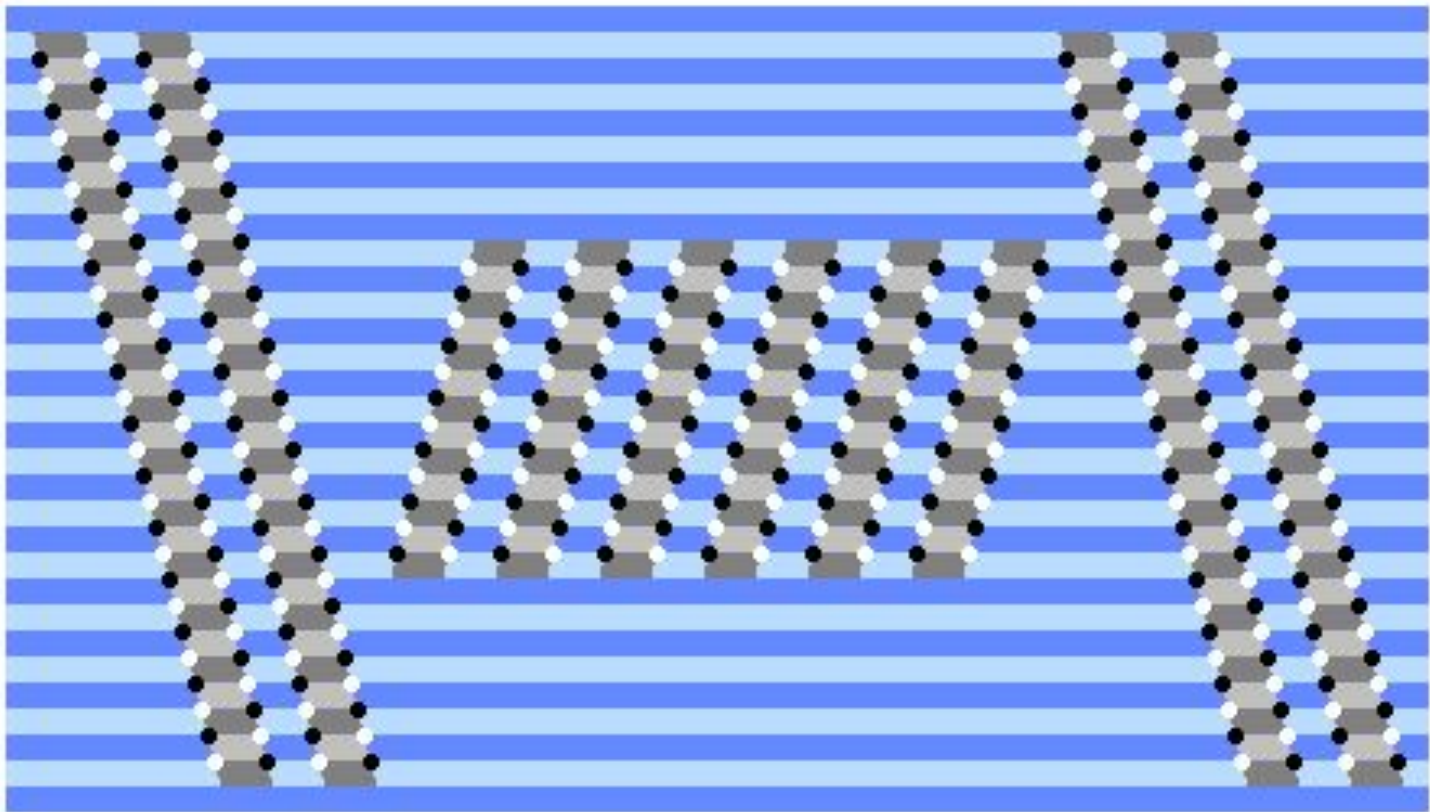


*Видите волны? Это не анимация, а статическая картинка!*





*Смотрите в центр рисунка и подвигайте головой вперед назад.  
Окружности на рисунке превратятся в движущиеся спирали.*



*Параллелограмм должен казаться дрожащим и слегка перемещающимся вправо-влево.*