

# Лекция 21

*Тема: Электростатика.*

*Напряженность и потенциал  
электростатического поля*

Все тела в природе способны электризоваться, т.е. приобретать электрический заряд. Электризация тел может осуществляться различными способами: соприкосновением (трением), электростатической и т. д. Всякий процесс заряжения сводится к разделению зарядов, при котором на одном из тел (или части тела) появляется избыток положительного заряда, а на другом (или другой части тела) — избыток отрицательного заряда. Общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах, не изменяется: эти заряды только перераспределяются между телами.

Из обобщения опытных данных был установлен *фундаментальный закон природы*, экспериментально подтвержденный в 1843 г. английским физиком М. Фарадеем (1791—1867), — **закон сохранения заряда**: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы (системы, не обменивающейся зарядами с внешними телами) остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы.

Электрический заряд — величина релятивистский инвариантная, т. е. не зависит от системы отсчета, а значит, не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

В зависимости от концентрации свободных зарядов тела делятся на проводники, диэлектрики и полупроводники. **Проводники** — тела, в которых электрический заряд может перемещаться по всему его объему.

Проводники делятся на две группы: 1) **проводники первого рода** (металлы) — перенос в них зарядов (свободных электронов) не сопровождается химическими превращениями; 2) **проводники второго рода** (например, расплавленные соли, растворы кислот) — перенос в них зарядов (положительных и отрицательных ионов) ведет к химическим изменениям. **Диэлектрики** (например, стекло, пластмассы) — тела, в которых практически отсутствуют свободные заряды. **Полупроводники** (например, германий, кремний) занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками. Указанное деление тел является весьма условным, однако большое различие в них концентраций свободных зарядов обуславливает огромные качественные различия в их поведении и оправдывает поэтому деление тел на проводники, диэлектрики и полупроводники.

**Закон Кулона:** сила взаимодействия  $F$  между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися *в вакууме*, пропорциональна зарядам  $Q_1$  и  $Q_2$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними:

$$F = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2},$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Сила  $\mathbf{F}$  направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной, и соответствует притяжению ( $F < 0$ ) в случае разноименных зарядов и отталкиванию ( $F > 0$ ) в случае одноименных зарядов. Эта сила называется **кулоновской силой**. В векторной форме закон Кулона имеет вид

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}$$



Рисунок 1

где  $\mathbf{F}_{12}$  — сила, действующая на заряд  $Q_1$  со стороны заряда  $Q_2$ ,  $r_{12}$  — радиус-вектор, соединяющий заряд  $Q_2$  с зарядом  $Q_1$ ,  $r = |r_{12}|$  (рис. 1). На заряд  $Q_2$  со стороны заряда  $Q_1$  действует сила  $\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$ .

В СИ коэффициент пропорциональности равен

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0).$$

Тогда закон Кулона запишется в окончательном виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

Величина  $\epsilon_0$  называется электрической постоянной; она относится к числу *фундаментальных физических постоянных* и равна

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2), \text{ или } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad (3)$$

где **фарад (Ф)** — единица электрической емкости. Тогда

$$1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}.$$

**Напряженность электростатического поля** в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на пробный единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля:

$$\mathbf{E} = (\mathbf{F})/Q_0.$$

Как следует из формул (4) и (1), напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \text{ или } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}. \quad (5)$$

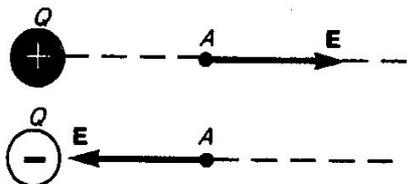


Рисунок 2

Направление вектора  $\mathbf{E}$  совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то вектор  $\mathbf{E}$  направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор  $\mathbf{E}$  направлен к заряду (рис. 2).

Из формулы (4) следует, что единица напряженности электростатического поля — ньютон на кулон (Н/Кл): 1 Н/Кл — напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н; 1 Н/Кл = 1 В/м, где В (вольт) — единица потенциала электростатического поля

Графически электростатическое поле изображают с помощью **линий напряженности** — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $E$  (рис. 3).

В каждой точке приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так как в каждой данной точке напряженности имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекаются. Для **однородного поля** (когда вектор напряженности  $E$  в

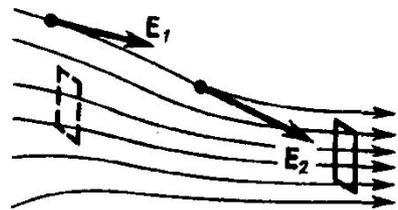
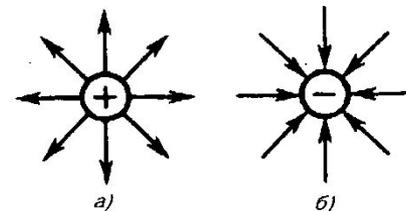


Рисунок 3 (в любой точке постоянен по величине и направлению) линии напряженности параллельны вектору напряженности.

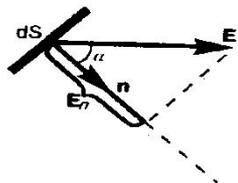
Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен (рис. 4, а), и входящие в него, если заряд отрицателен (рис. 4, б).

Вследствие большой наглядности графический способ представления электростатического поля широко применяется в электротехнике.



Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, условились проводить их с определенной густотой (рис. 3): число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора  $\mathbf{E}$ . Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку  $dS$ , нормаль  $\mathbf{n}$  которой образует угол  $\alpha$  с вектором  $\mathbf{E}$ , равно  $E dS \cos \alpha = E_n dS$ , где  $E_n$  — проекция вектора  $\mathbf{E}$  на нормаль  $\mathbf{n}$  к площадке  $dS$  (рис. 5). Величина

$$d\Phi_E = E_n dS = \mathbf{E} d\mathbf{S}$$



называется **потоком вектора напряженности** через площадку  $dS$ . Здесь  $d\mathbf{S} = dS\mathbf{n}$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с направлением нормали  $\mathbf{n}$  к площадке.

Рисунок 5 Выбор направления вектора  $\mathbf{n}$  (а следовательно, и  $d\mathbf{S}$ ) условен, так как его можно направить в любую сторону. Единица потока вектора напряженности электростатического поля —  $1 \text{ В} \cdot \text{м}$ .

Для произвольной замкнутой поверхности  $S$  поток вектора  $\mathbf{E}$  сквозь эту поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S},$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности  $S$ .

Поток вектора  $\mathbf{E}$  является *алгебраической величиной*: зависит не только от конфигурации поля  $\mathbf{E}$ , но и от выбора направления  $\mathbf{n}$ . Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается *внешняя нормаль*, т. е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

В истории развития физики имела место борьба двух теорий: дальнего действия и ближнего действия. В теории **дальнего действия** принимается, что электрические явления определяются мгновенным взаимодействием зарядов на любых расстояниях. Согласно теории **ближнего действия**, все электрические явления определяются изменениями полей зарядов, причем эти изменения распространяются в пространстве от точки к точке с конечной скоростью. Применительно к электростатическим полям обе теории дают одинаковые результаты, хорошо согласующиеся с опытом. Переход же к явлениям, обусловленным движением электрических зарядов, приводит к несостоятельности теории дальнего действия, поэтому современной теорией взаимодействия заряженных частиц является *теория ближнего действия*.

Тело, находящееся в потенциальном поле сил (а электростатическое поле является потенциальным), обладает потенциальной энергией, за счет которой силами поля совершается работа. Как известно, работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии.

Поэтому работу  $A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2} \right)$  сил

электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд  $Q_0$  в начальной и конечной точках поля заряда  $Q$ :

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_2} = U_1 - U_2, \quad (7)$$

Она, как и в механике, определяется неоднозначно, а с точностью до произвольной постоянной  $C$ . Если считать, что при удалении заряда в бесконечность ( $r \rightarrow \infty$ ) потенциальная энергия обращается в нуль ( $U=0$ ), то  $C=0$  и потенциальная энергия заряда  $Q_0$ , находящегося в поле заряда  $Q$  на расстоянии  $r$  от него, равна

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r}.$$

Для одноименных зарядов  $Q_0Q > 0$  и потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна, для разноименных зарядов  $Q_0Q < 0$  и потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) отрицательна.

Если поле создается системой  $n$  точечных зарядов  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ , то работа электростатических сил, совершаемая над зарядом  $Q_0$ , равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из зарядов в отдельности. Поэтому потенциальная энергия  $U$  заряда  $Q_0$ , находящегося в этом поле, равна сумме потенциальных энергий  $U_i$  каждого из зарядов:

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = Q_0 \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}. \quad (9)$$

Из формул (8) и (9) вытекает, что отношение  $U/Q_0$  не зависит от  $Q_0$  и является поэтому *энергетической характеристикой электростатического поля*, называемой потенциалом:

$$\varphi = U/Q_0. \quad (10)$$

**Потенциал**  $\varphi$  в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

*Из формул (10) и (8) следует, что потенциал поля, создаваемого точечным зарядом  $Q$ , равен*

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (11)$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $Q_0$  из точки 1 в точку 2 (см. (7), (10), (11)), может быть представлена как

$$A_{12} = U_1 - U_2 = Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (12)$$

т. е. равна произведению перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках. **Разность потенциалов** двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2. Работа сил поля при перемещении заряда  $Q_0$  из точки 1 в точку 2 может быть записана также в виде

$$A_{12} = \int_1^2 Q_0 (\mathbf{E}) d\mathbf{l}$$

Приравняв (12) и (13), придем к выражению для разности потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} = \int_1^2 (1/Q_0) dA,$$

где интегрирование можно производить вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения.

Если перемещать заряд  $Q_0$  из произвольной точки за пределы поля, т. е. в бесконечность, где, по условию, потенциал равен нулю, то работа сил электростатического поля, согласно (84.6),  $A_\infty = Q_0 \phi$ , откуда

$$\phi = A_\infty / Q_0.$$

Таким образом, **потенциал** — физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность. Эта работа численно равна работе, совершаемой внешними силами (против сил электростатического поля) по перемещению единичного положительного заряда из бесконечности в данную точку поля.

Из выражения (10) следует, что единица потенциала — **вольт (В)**: 1 В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1 Дж/Кл). Учитывая размерность вольта, можно показать, что введенная единица напряженности электростатического поля действительно равна 1 В/м:  $1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} / (\text{Кл} \cdot \text{м}) = 1 \text{ Дж} / (\text{Кл} \cdot \text{м}) = 1 \text{ В/м}$ .

Из формул (9) и (10) вытекает, что если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен *алгебраической* сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i}.$$

