

Физика

Электростатика

10. Электростатика

10.1. Электрические заряды

Все тела в природе способны электризоваться, т. е. приобретать электрический заряд.

Электризация тел может осуществляться различными способами: трением, электростатической индукцией и т. п.

Электрический заряд (количество электричества) — это физическая величина, определяющая способность тел быть источником электромагнитных полей и принимать участие в электромагнитном взаимодействии.

Электрический заряд – это физическая величина, характеризующая свойство частиц или тел вступать в электромагнитные силовые взаимодействия.

Единица электрического заряда — кулон (Кл) — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с.

Закон сохранения заряда:

«алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной».

Электрический заряд дискретен. Элементарный электрический заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Электрон и протон являются носителями элементарных зарядов.

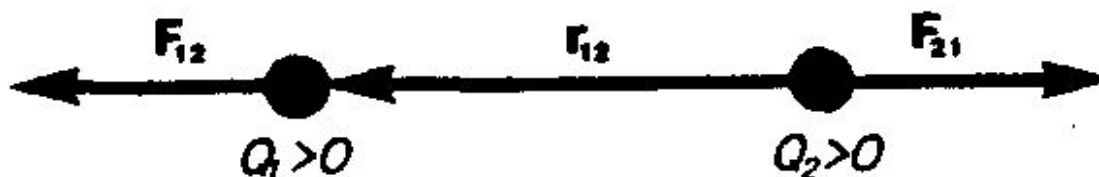
Закон Кулона: сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам Q_1 и Q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$F = k \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2}.$$

k — коэффициент пропорциональности.

Точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел.

Сила F направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной, и соответствует притяжению ($F < 0$) в случае разноименных зарядов и отталкиванию ($F > 0$) в случае одноименных зарядов.



В векторной форме закон Кулона имеет вид:

$$\vec{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r}.$$

F_{12} — сила, действующая на заряд Q_1 со стороны заряда Q_2 ,
 r_{12} — радиус-вектор, соединяющий заряд Q_2 с зарядом Q_1 ,
 $r = |r_{12}|$.

В системе СИ коэффициент пропорциональности равен:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

С учетом этого закон Кулона запишется в окончательном виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

Величина ϵ_0 называется электрической постоянной. Она относится к числу *фундаментальных физических постоянных* и равна:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{М}}.$$

Фарад (Ф) — единица электрической емкости.

10.2. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля

В пространстве, окружающем неподвижные электрические заряды, существует силовое поле. Это поле называется электростатическим.

Силовая характеристика электростатического поля называется напряженностью и обозначается E .

Напряженность электростатического поля в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на пробный единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля.

$$E = \frac{F}{Q_0}.$$

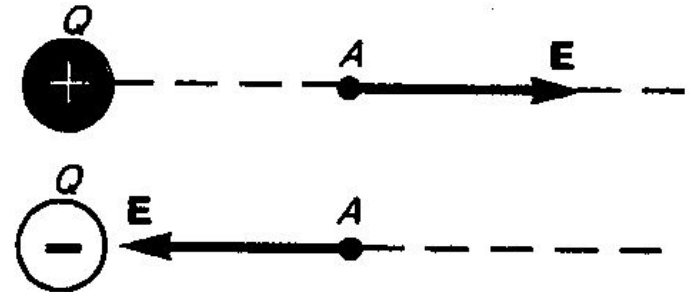
Напряженность поля точечного заряда в вакууме:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2},$$

или в векторной форме:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}.$$

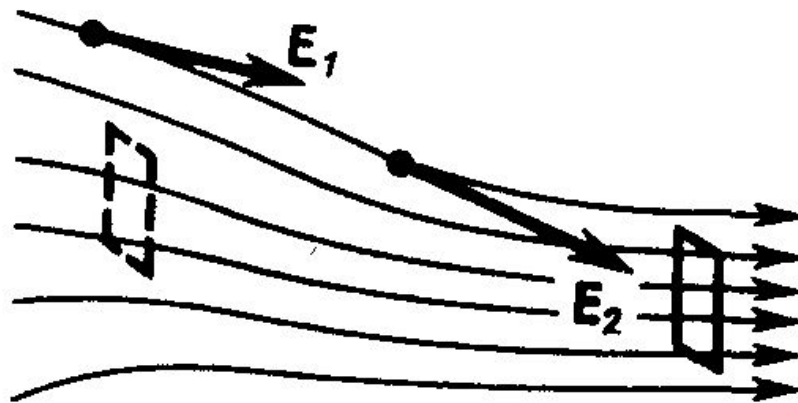
Направление вектора E совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд:



Единица напряженности электростатического поля (Н/Кл):

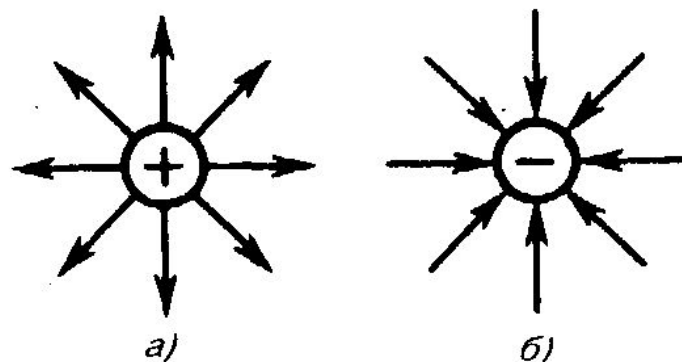
1 Н/Кл — напряженность такого поля, которое на точечный заряд **1 Кл** действует с силой в **1 Н**.

Электростатическое поле изображают графически с помощью линий напряженности. Это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора E .



Число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора E .

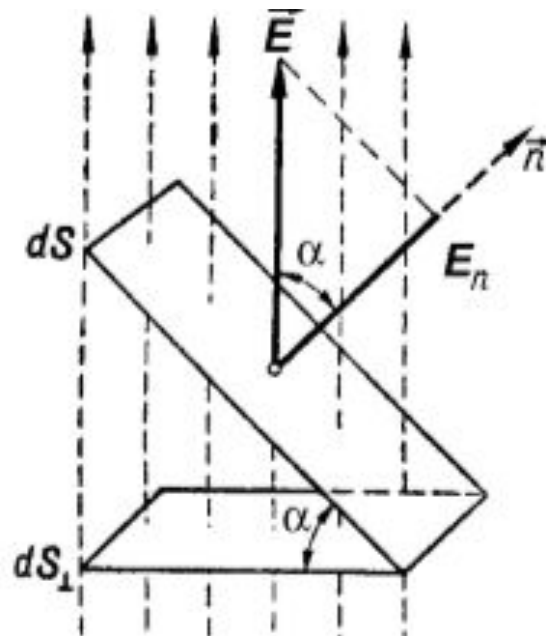
Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые.



Число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS , нормаль n которой образует угол α с вектором E , равно:

$$E dS \cos \alpha = E_n dS,$$

E_n — проекция вектора E на нормаль n к площадке dS .



Поток вектора напряженности через площадку dS :

$$d\Phi_E = E_n dS = E dS$$

Здесь $dS = dSn$ — вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с направлением нормали n к площадке

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора E сквозь эту поверхность:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S E dS,$$

интеграл берется по замкнутой поверхности S .

10.3. Принцип суперпозиции электростатических полей. Поле диполя

Принцип суперпозиции полей позволяет определить модуль и направление вектора напряженности E в каждой точке электростатического поля, создаваемого системой неподвижных зарядов Q_1, Q_2, \dots, Q_n .

***Принцип суперпозиции (наложения)
электростатических полей :***

«напряженность E результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна *геометрической* сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности».

$$E = \sum_{i=1}^n E_i .$$

Пример расчета напряженности электростатического поля с помощью метода наложения: расчет напряженности поля диполя.

Электрический диполь — система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов $(+Q, -Q)$, расстояние между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля.



Вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному и равный расстоянию между ними, называется плечом диполя.

Дипольный момент:
$$p = |Q| l.$$

Электрическим моментом диполя или дипольным моментом называется вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя и равный произведению заряда $|Q|$ на плечо l .



Напряженность поля на продолжении оси диполя в точке A .

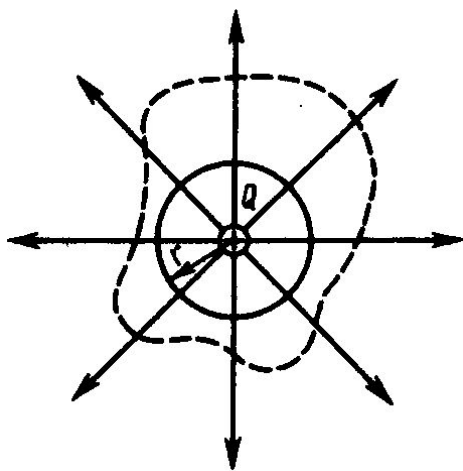
$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3}.$$

Напряженность поля на перпендикуляре, восстановленном к оси из его середины, в точке B :

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\left(r'\right)^2 + \frac{l^2}{4}} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\left(r'\right)^2}.$$

10.4. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса r , охватывающую точечный заряд Q , находящийся в ее центре, равен:



$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E}_n dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себя точечный заряд Q , поток вектора \mathbf{E} будет равен:

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} dS = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Общий случай произвольной поверхности, окружающей n зарядов.

$$E = \sum_i E_i, \quad \Phi_E = \oint_S E \, dS = \sum_i \oint_S E_i \, dS.$$

Каждый из интегралов, стоящих под знаком суммы, равен Q_i/ϵ_0 , следовательно:

$$\oint_S E \, dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i Q_i \quad \text{- теорема Гаусса.}$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:

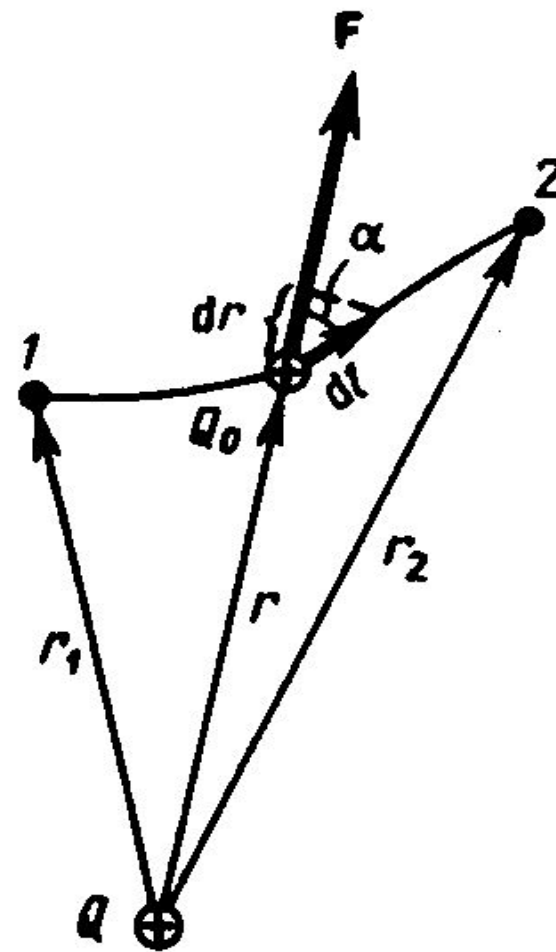
«поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ϵ_0 ».

10.5. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля

Заряд Q_0 перемещается в электростатическом поле точечного заряда Q .

При его перемещении из точки **1** в точку **2** совершается работа:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2} \right).$$



Если траектория перемещения заряда замкнута, то работа по замкнутому пути L равна нулю, т.е.:

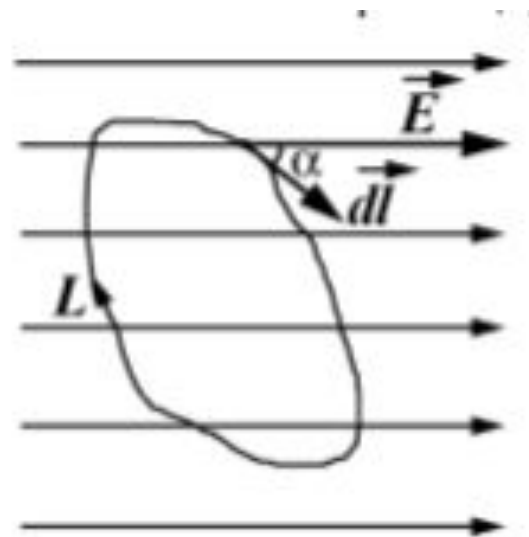
$$\oint_L dA = 0.$$

Элементарная работа сил поля на пути $d\vec{l}$ равна:

$$E \cos \alpha d\vec{l} = E_{\parallel} d\vec{l},$$

тогда работа по замкнутому пути L равна:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_{\parallel} d\vec{l} = 0.$$



Интеграл

$$\oint_L \vec{E} \, dl = \oint_L E_{\parallel} \, dl = 0.$$

называется *циркуляцией вектора напряженности*.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

Из обращения в нуль циркуляции вектора \vec{E} следует, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми.

Они начинаются и кончаются на зарядах или же уходят в бесконечность.

10.6. Потенциал электростатического поля

Потенциальная энергия заряда Q_0 , находящегося в поле заряда Q на расстоянии r от него, равна:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r}.$$

Работу сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд Q_0 в начальной и конечной точках поля заряда Q :

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_2} = U_1 - U_2.$$

Если поле создается системой n точечных зарядов Q_1, Q_2, \dots, Q_n , то:

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = Q_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r_i}.$$

Отношение потенциальной энергии точечного заряда к его величине называется потенциалом:

$$\varphi = \frac{U}{Q_0}.$$

Потенциал φ в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом Q , равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки **1** в точку **2** :

$$A_{12} = U_1 - U_2 = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2),$$

т. е. разность потенциалов двух точек **1** и **2** определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки **1** в точку **2**.

Работа сил поля при перемещении заряда Q_0 из точки **1** в точку **2** и разность потенциалов этих точек может быть записана через интеграл:

$$A_{12} = \int_1^2 Q_0 E dl, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dl = \int_1^2 E_l dl.$$

Если перемещать заряд Q_0 из произвольной точки за пределы поля в бесконечность, где, по условию, потенциал равен нулю, то:

$$\varphi = \frac{A_\infty}{Q_0}.$$

Потенциал — физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность.

Единица потенциала — вольт (В):

1 В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1 Дж/Кл).

Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен *алгебраической* сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i}.$$

10.7. Напряженность как градиент потенциала. Эквипотенциальные поверхности

Напряженность является *силовой характеристикой поля*, а потенциал — *энергетической характеристикой поля*.

Работа по перемещению *единичного* точечного положительного заряда из одной точки поля в другую вдоль оси x :

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}.$$

Работа вдоль осей x , y и z :

$$\mathbf{E}_x = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \mathbf{k} \right).$$

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — единичные векторы координатных осей X, Y, Z .

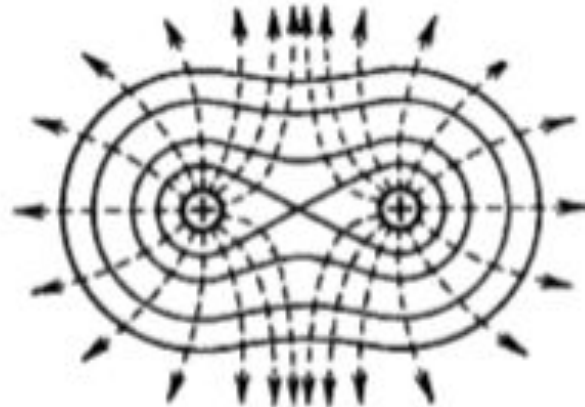
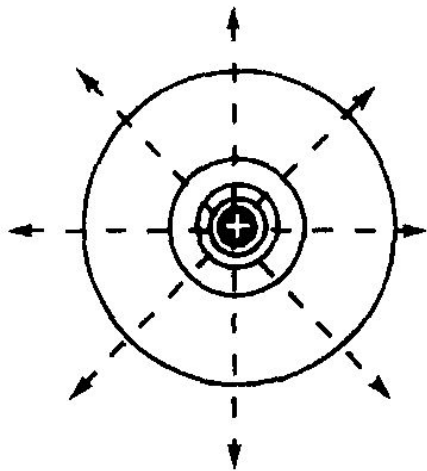
$$E = -\text{grad } \varphi = -\nabla\varphi$$

- напряженность поля E равна градиенту потенциала со знаком минус.

Знак минус определяется тем, что вектор напряженности E поля направлен в сторону убывания потенциала.

Для графического изображения потенциала электростатического поля пользуются эквипотенциальными поверхностями.

Эквипотенциальные поверхности это такие, во всех точках которых потенциал Φ имеет одно и то же значение.



Линии напряженности всегда нормальны к эквипотенциальным поверхностям.

Четыре примера вычисления разности потенциалов по напряженности поля

1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \quad \sigma \text{ — поверхностная плотность заряда.}$$

Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости, равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (x_2 - x_1).$$

2. Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0},$$

σ – поверхностная плотность заряда,
 d – расстояние между плоскостями.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d.$$

3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности.

Напряженность поля сферической поверхности радиуса R с общим зарядом Q вне сферы ($r > R$):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы ($r_1 > R, r_2 > R, r_2 > r_1$), равна:

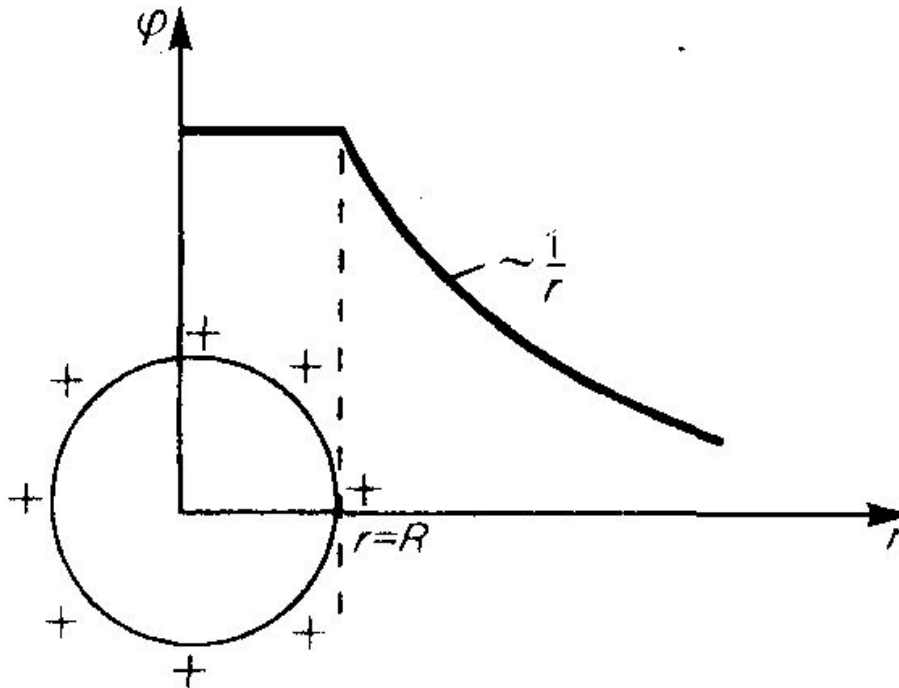
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Если принять $r_1 = r$ и $r_2 = \infty$, то потенциал поля вне сферической поверхности:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

Внутри сферической поверхности потенциал всюду одинаков и равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}.$$



4. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра.

Напряженность вне цилиндра:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r}. \quad R - \text{радиус цилиндра,}$$

τ - линейная плотность заряда.

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от оси заряженного цилиндра ($r_1 > R$, $r_2 > R$, $r_2 > r_1$), равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$