

# Лекция 12

*Тема: Уравнение состояния  
идеального газа*

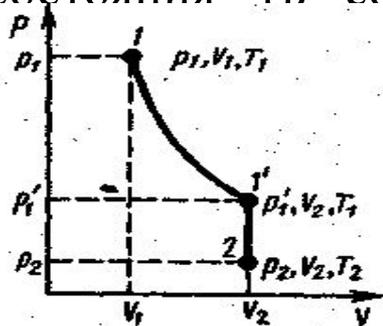
.

Как уже указывалось, состояние некоторой массы газа определяется тремя термодинамическими параметрами: давлением  $p$ , объемом  $V$  и температурой  $T$ . Между этими параметрами существует определенная связь, называемая *уравнением состояния*, которое в общем виде дается выражением

$$f(p, V, T) = 0,$$

где каждая из переменных является функцией двух других.

Французский физик и инженер Б. Клапейрон (1799-1864) вывел уравнение состояния идеального газа, объединив законы Бойля — Мариотта и Гей-Люссака. Пусть некоторая масса газа занимает объем  $V_1$ , имеет давление  $p_1$  и находится при температуре  $T_1$ ). Эта же масса газа в другом произвольном состоянии характеризуется параметрами  $p_2, V_2, T_2$  (рис. 4). Переход из состояния 1 в состояние 2 осуществляется в виде двух процессов: 1)



2) (изотерма  $1 — 1'$ ), 2) изохорного (изохора  $1'-2$ ).

законами Бойля— Мариотта (1) и Гей-Люссака (5) запишем:

$$p_1 V_1 = p_1' V_2 \quad (6)$$

Рисунок 4

$$\frac{p_1'}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (7)$$

Исключив из уравнений (6) в (7)  $p_1'$ , получим

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}. \quad (8)$$

Так как состояния 1 и 2 были выбраны произвольно, то для данной массы газа величина  $pV/T$  остается постоянной, т. е.

$$\frac{pV}{T} = B = \text{const}$$

Выражение (8) является уравнением **Клапейрона**, в котором  $B$  - **газовая постоянная, различная для разных газов**.

Русский ученый Д. И. Менделеев (1834-1907) объединил уравнение Клапейрона с законом Авогадро, отнеся уравнение (42.3) к одному молю, используя молярный объем  $V_m$ . Согласно закону Авогадро, при одинаковых  $p$  и  $T$  моли всех газов занимают одинаковый молярный объем  $V_m$ , поэтому постоянная  $B$  будет одинаковой для всех газов. Эта общая для всех газов постоянная обозначается  $R$  и называется молярной газовой постоянной. Уравнению

$$pV_m = RT \quad (9)$$

удовлетворяет лишь идеальный газ, и оно является **уравнением состояния идеального газа**, называемым также **уравнением Клапейрона - Менделеева**.

Числовое значение молярной газовой постоянной определим из формулы (9), полагая, что моль газа находится при нормальных условиях ( $p_0 = 1,013 \cdot 10^5$  Па,  $T_0 = 273,15$  К,  $V_m = 22,41 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/моль):  $R = 8,31$  Дж/(моль · К).

От уравнения (9) для моля газа можно перейти к уравнению Клапейрона — Менделеева для произвольной массы газа. Если при некоторых заданных давлении и температуре один моль газа занимает молярный объем  $V_m$ , то при тех же условиях масса  $m$  газа займет объем  $V$ , где  $\mu$  - молярная масса (масса одного моля вещества). Единица молярной массы - килограмм на моль (кг/моль). Уравнение Клапейрона - Менделеева для массы  $m$  газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT, \quad (10)$$

где  $\nu = \frac{m}{\mu}$  - количество вещества.

Часто пользуются несколько иной формой уравнения состояния идеального газа, вводя постоянную Больцмана:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж / К}$$

где  $R$ -универсальная газовая постоянная, а  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  постоянное Авогадро. Исходя из этого уравнение состояния (9) запишем в виде

$$p = nkT$$

где  $N_A / V_m = n$  - концентрация молекул (число молекул в единице объема).

Таким образом, из уравнения следует, что давление идеального газа при данной

$$p = nkT \quad (11)$$

температуре прямо пропорционально концентрации его молекул (или плотности газа). При одинаковых температуре и давлении все газы содержат в единице объема одинаковое число молекул. Число молекул, содержащихся в  $1 \text{ м}^3$  газа при нормальных условиях, называется числом Лошмидта\*:

$$N_l = p_0 / (kT_0) = 2,68 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$