

Алгебра логики.

Логическое умножение, сложение и отрицание.

Диденко В.В.

Алгебра высказываний

- Алгебра высказываний была разработана для того, чтобы можно было определять истинность или ложность составных высказываний, не вникая в их содержание.
- В алгебре высказываний суждениям (простым высказываниям) ставятся в соответствие *логические переменные*, обозначаемые прописными буквами латинского алфавита.

Рассмотрим два простых высказывания:

A = «Два умножить на два равно четырем».

B = «Два умножить на два равно пяти».

В нашем случае первое высказывание **истинно ($A = 1$)**, а второе **ложно ($B = 0$)**.

В алгебре высказываний над высказываниями можно производить определенные логические операции, в результате которых получаются новые, составные высказывания.

- Для образования новых высказываний используются базовые логические операции, выражаемые с помощью логических связок «и», «или», «не».

Логические связки

Конъюнкция
(«и»)

Дизъюнкция
(«или»)

Инверсия
(«не»)

Логическое умножение (конъюнкция).

- Объединение двух (или нескольких) высказываний в одно с помощью союза «и» называется *операцией логического умножения* или *конъюнкцией*.
- *Составное высказывание, образованное в результате операции логического умножения (конъюнкции), истинно тогда и только тогда, когда истинны все входящие в него простые высказывания.*

Пример

(1) « $2 - 2 = 5$ и $3 \cdot 3 = 10$ »,

(2) « $2 \cdot 2 = 5$ и $3 \cdot 3 = 9$ »,

(3) « $2 - 2 = 4$ и $3 \cdot 3 = 10$ »,

(4) « $2 \cdot 2 = 4$ и $3 - 3 = 9$ ».

Из этих высказываний истинно только (4)

$$P = A \& B.$$

- С точки зрения алгебры высказываний мы записали формулу функции логического умножения, аргументами которой являются логические переменные A и B , которые могут принимать значения «истина» (1) и «ложь» (0).
- Сама функция логического умножения P также может принимать лишь два значения «истина» (1) и «ложь» (0).

Таблица истинности функции логического умножения

- Значение логической функции можно определить с помощью *таблицы истинности* данной функции

A	B	F=A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	0	0
1	1	1

Логическое сложение (дизъюнкция)

- Объединение двух (или нескольких) высказываний с помощью союза «или» называется *операцией логического сложения* или *дизъюнкцией*.
- Составное высказывание, образованное в результате логического сложения (дизъюнкции), истинно тогда, когда истинно хотя бы одно из входящих в него простых высказываний.

Пример

(1) « $2 \cdot 2 = 5$ или $3 \cdot 3 = 10$ »,

(2) « $2 \cdot 2 = 5$ или $3 \cdot 3 = 9$ »,

(3) « $2 \cdot 2 = 4$ или $3 \cdot 3 = 10$ »,

(4) « $2 \cdot 2 = 4$ или $3-3 = 9$ ».

$$F = A \vee B$$

Таблица истинности функции ЛОГИЧЕСКОГО СЛОЖЕНИЯ.

A	B	$F=A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Логическое отрицание (инверсия)

- Присоединение частицы «не» к высказыванию называется *операцией логического отрицания* или *инверсией*

Логическое отрицание (инверсия) делает истинное высказывание ложным и, наоборот, ложное — истинным.

Пример

- Пусть $A =$ «Два умножить на два равно четырем» — истинное высказывание, тогда высказывание $P =$ «Два умножить на два не равно четырем», образованное с помощью операции логического отрицания, — ложно.

$$F = \overline{A}$$

Таблица истинности функции логического отрицания

A	$F = \overline{A}$
0	1
1	0