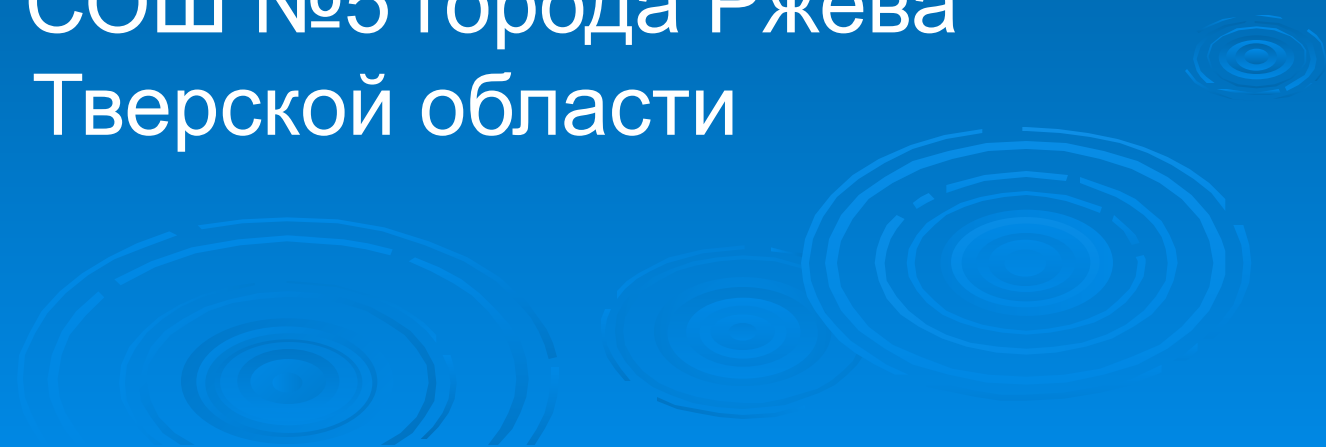


Кодирование вещественных чисел.

Пляшешник А.В.
МОУ СОШ №5 города Ржева
Тверской области



Для представления вещественных чисел (конечных и бесконечных десятичных дробей) используют формат с плавающей точкой (запятой).

Форма с плавающей точкой использует представление вещественного числа R в виде произведения мантииссы m на основание системы счисления p в некоторой целой степени n , которую называют порядком:

$$R = m * p^n$$

m – мантиисса,

n – порядок,

p – основание системы.

Например, число 25,324 можно записать в таком виде: 0.25324×10^2 .

Здесь $m=0.25324$ — мантисса,

$n=2$ — порядок. Порядок указывает, на какое количество позиций и в каком направлении должна «переплыть», т.е. сместиться десятичная точка в мантиссе. Отсюда название «плавающая точка».

Однако справедливы и следующие равенства:

$$25,324 = 2,5324 \times 10^1 = 0,0025324 \times 10^4 = 2532,4 \times 10^2 \text{ и т.п.}$$

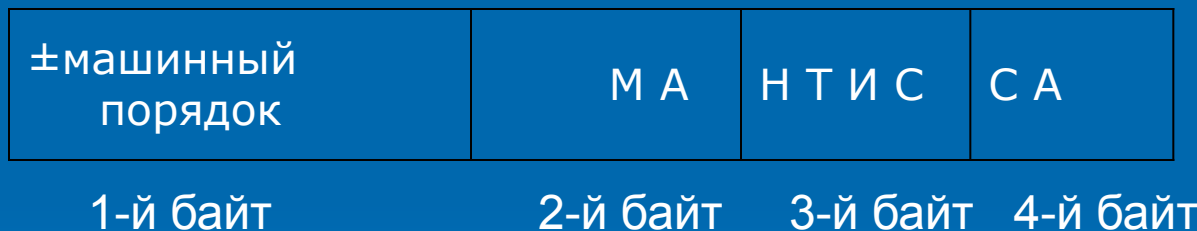
Получается, что представление числа в форме с плавающей точкой неоднозначно?

Чтобы не было неоднозначности, в ЭВМ **используют нормализованное представление числа в форме с плавающей точкой**. Мантисса в нормализованном представлении должна удовлетворять условию:

$$0,1_p \leq m < 1_p.$$

Иначе говоря, мантисса меньше единицы
и первая значащая цифра — не ноль.
Значит для рассмотренного числа
нормализованным представлением
будет: $25,324 = 0.25324 * 10^2$.

Пусть в памяти компьютера вещественное число представляется в форме с плавающей точкой в двоичной системе счисления ($p=2$) и занимает ячейку размером 4 байта. В ячейке должна содержаться следующая информация о числе: знак числа, порядок и значащие цифры мантииссы. Вот как эта информация располагается в ячейке:



В старшем бите 1-го байта хранится знак числа. В этом разряде 0 обозначает плюс, 1 — минус. Оставшиеся 7 бит первого байта содержат машинный порядок. В следующих трех байтах хранятся значащие цифры мантииссы.

Что такое машинный порядок?

В семи двоичных разрядах помещаются двоичные числа в диапазоне от 0000000 до 1111111. В десятичной системе это соответствует диапазону от 0 до 127. Всего 128 значений. Знак порядка в ячейке не хранится. Но порядок, очевидно, может быть как положительным так и отрицательным. Разумно эти 128 значений разделить поровну между положительными и отрицательными значениями порядка. В таком случае между машинным порядком и истинным (назовем его математическим) устанавливается следующее соответствие:

| | | | | | | | | | | | |
|------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| Машинный порядок | 0 | 1 | 2 | 3 | ... | 64 | 65 | ... | 125 | 126 | 127 |
| Математический порядок | -64 | -63 | -62 | -61 | ... | 0 | 1 | ... | 61 | 62 | 63 |

Если обозначить машинный порядок M_p , а математический — p , то связь между ними выразится такой формулой:

$$M_p = p + 64.$$

- Итак, машинный порядок смещён относительно математического на 64 единицы и имеет только положительные значения. При выполнении вычислений с плавающей точкой процессор это смещение учитывает.
- В двоичной системе счисления смещение:

$$M_{p2} = p_2 + 100\ 0000_2$$

Теперь мы можем записать внутреннее представление числа 25,324 в форме с плавающей точкой.

1) Переведем его в двоичную систему счисления с 24 значащими цифрами.

$$\square \quad 25,324_{10} = 11001,0101001011110001101_2$$

2) Запишем в форме нормализованного двоичного числа с плавающей точкой:

$$\square \quad 0,110010101001011110001101 * 10^{101}$$

Здесь мантисса, основание системы счисления ($2_{10} = 10_2$) и порядок ($5_{10} = 101_2$) записаны в двоичной системе.

3) Вычислим машинный порядок.

$$M_p2 = 101 + 100\ 0000 = 100\ 0101.$$

4) Запишем представление числа в ячейке памяти.



Число в форме с плавающей точкой занимает в памяти компьютера 4 байта (число обычной точности) или 8 байт (число двойной точности).

Мы рассмотрели пример представления числа 25,324 обычной точности

Для того, чтобы получить внутреннее представление отрицательного числа -25,324, достаточно в полученном выше коде заменить в разряде знака числа 0 на 1.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Задание.

Представьте двоичное число $-100,1_2$ в четырёхбайтовом формате.

Представьте число сначала в форме с плавающей запятой.

