

**ГБОУ СПО «НТСТиСО»**

# **Логические величины, операции, выражения**

**Баландина Татьяна Александровна**  
**Преподаватель информатики**

# Основные понятия

- Слово *логика* означает совокупность правил, которым подчиняется процесс мышления. Сам термин "логика" происходит от древнегреческого «logos», означающего "слово, мысль, понятие, рассуждение, закон".
- *Формальная логика* - наука о формах и законах мышления. Законы логики отражают в сознании человека свойства, связи и отношения объектов окружающего мира. Логика как наука позволяет строить формальные модели окружающего мира, отвлекаясь от содержательной стороны. Основными формами мышления являются *понятия, суждения и умозаключения*.

*Понятие* - это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, отличающие его от других. Например, компьютер, человек, ученики.

*Суждения* - это форма мышления, в которой утверждается или отрицается связь между предметом и его признаком, отношения между предметами или факт существования предмета и которая может быть либо истинной, либо ложной.



# Логические выражения и логические операции

**Логическое выражение** - это символическая запись, состоящая из логических величин (констант или переменных), объединенных логическими операциями (связками).

В булевой алгебре простым высказываниям ставятся в соответствие **логические переменные**, значение которых равно 1, если высказывание истинно, и 0, если высказывание ложно. Обозначаются логические переменные буквами латинского алфавита.

Существуют разные варианты обозначения истинности и ложности переменных:

**Истина 1**

**Ложь 0**

Связки "**НЕ**", "**И**", "**ИЛИ**" заменяются логическими операциями **инверсия**, **конъюнкция**, **дизъюнкция**. Это основные логические операции, при помощи которых можно записать любое логическое выражение.

# Логическое отрицание (инверсия)

Нетрудно заметить, что значения истинности высказываний  $A$  и  $B$  находятся в определенной связи: если  $A$  истинно, то  $B$  ложно, и наоборот. Операция, с помощью которой из высказывания  $A$  получается высказывание  $B$ , называется логическим отрицанием и само высказывание  $B$  называется отрицанием высказывания  $A$  и обозначается  $\bar{A}$ .

Таким образом, отрицанием некоторого высказывания  $A$  называется такое высказывание, которое истинно, когда  $A$  ложно, и ложно, когда  $A$  истинно. Отрицание высказывания  $A$  обозначим  $\bar{A}$ . Определение отрицания может быть записано с помощью так называемой таблицы истинности:

$A$	$\bar{A}$
0	1
1	0

# Логическое умножение (конъюнкция)

Если два высказывания соединены союзом "И", то полученное сложное высказывание обычно считается истинным тогда и только тогда, когда истинны оба составляющие его высказывания. Если хотя бы одно из составляющих высказываний ложно, то и полученное из них с помощью союза "И" сложное высказывание также считается ложным. Таким образом, конъюнкцией двух высказываний А и В называется такое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны оба высказывания А и В.

Конъюнкцию высказываний А и В мы обозначим:  $A \& B$ . Знак  $\&$  - амперсant - читается как английское "and" (помните Procter & Gamble или Wash & Go?). Часто встречается обозначение  $A \wedge B$ .

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Логическое сложение (дизъюнкция)

Если два высказывания соединены союзом "ИЛИ", то полученное сложное высказывание обычно считается истинным, когда истинно, хотя бы одно из составляющих высказываний. Дизъюнкцией называется такое новое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из этих высказываний.

Дизъюнкцию высказываний  $A$  и  $B$  мы обозначим символом  $A \vee B$  и будем читать:  $A$  или  $B$ .

Определение дизъюнкции может быть записано в виде таблицы истинности:

$A$	$B$	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Логическое следование (импликация)

Импликацией называется высказывание, которое ложно тогда и только тогда, когда  $A$  истинно и  $B$  ложно.

Запишем это определение в виде таблицы истинности:

$A$	$B$	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Логическое тождество (эквиваленция)

Эквиваленцией двух высказываний  $A$  и  $B$  называется такое высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда оба эти высказывания  $A$  и  $B$  истинны или оба ложны.

Отметим, что высказывание типа " $A$ , если и только если  $B$ " можно заменить высказыванием " $\text{Если } A, \text{ то } B \text{ и, если } B, \text{ то } A$ " (обдумайте это на досуге и обратите внимание на символ). Следовательно, функцию эквиваленции можно заменить комбинацией функций импликации и конъюнкции. Запишем таблицу истинности для эквиваленции:

$A$	$B$	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Построение таблиц истинности для логических функций

**Логическая функция** - это функция, в которой переменные принимают только два значения: логическая единица или логический ноль. Истинность или ложность сложных суждений представляет собой функцию истинности или ложности простых. Эту функцию называют булевой функцией суждений  $f(a, b)$ .

Любая логическая функция может быть задана с помощью таблицы истинности, в левой части которой записывается набор аргументов, а в правой части - соответствующие значения логической функции.

При построении таблицы истинности необходимо учитывать порядок выполнения логических операций. Операции в логическом выражении выполняются слева направо с учетом скобок в следующем порядке:

1. инверсия;
2. конъюнкция;
3. дизъюнкция;
4. импликация и эквивалентность.

Для изменения указанного порядка выполнения логических операций используются круглые скобки.

# Логические функции и их преобразования. Законы логики

Для операций конъюнкции, дизъюнкции и инверсии определены законы булевой алгебры, позволяющие производить *тождественные (равносильные) преобразования логических выражений*.

## Законы логики

1. закон двойного отрицания;
2.  $A \& B = B \& A$  коммутативность конъюнкции;
3.  $A \vee B = B \vee A$  коммутативность дизъюнкции;
4.  $A \& (B \& C) = (A \& B) \& C$  ассоциативность конъюнкции;
5.  $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$  ассоциативность дизъюнкции;
6.  $A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$  дистрибутивность конъюнкции относительно дизъюнкции;
7.  $A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$  дистрибутивность дизъюнкции относительно конъюнкции;
8.  $A \& A = A$
9.  $A \vee A = A$
10.  $A \vee (A \& B) = A$ ;  $A \& (A \vee B) = A$  законы поглощения
11.  $(A \& B) \vee (\& B) = B$ ;  $(A \vee B) \& (\vee B) = B$  законы исключения (склеивания)
12.  $(A \vee B) = (B \vee A)$  закон контрапозиции (правило перевертывания)

# Вопросы для самоконтроля

1. Основные логические операции:  
конъюнкция, дизъюнкция (оба вида),  
отрицание, импликация, эквивалентность.  
Примеры логических выражений.
2. Таблица истинности. Примеры.  $A$  and not  $A$ ;  $A$   
or not  $A$