Моделирование физических процессов

Задача.

Построить математическую модель физического процесса — движения тела, брошенного под углом к горизонту.

Выяснить зависимость расстояния и времени полета тела от угла броска и начальной скорости.

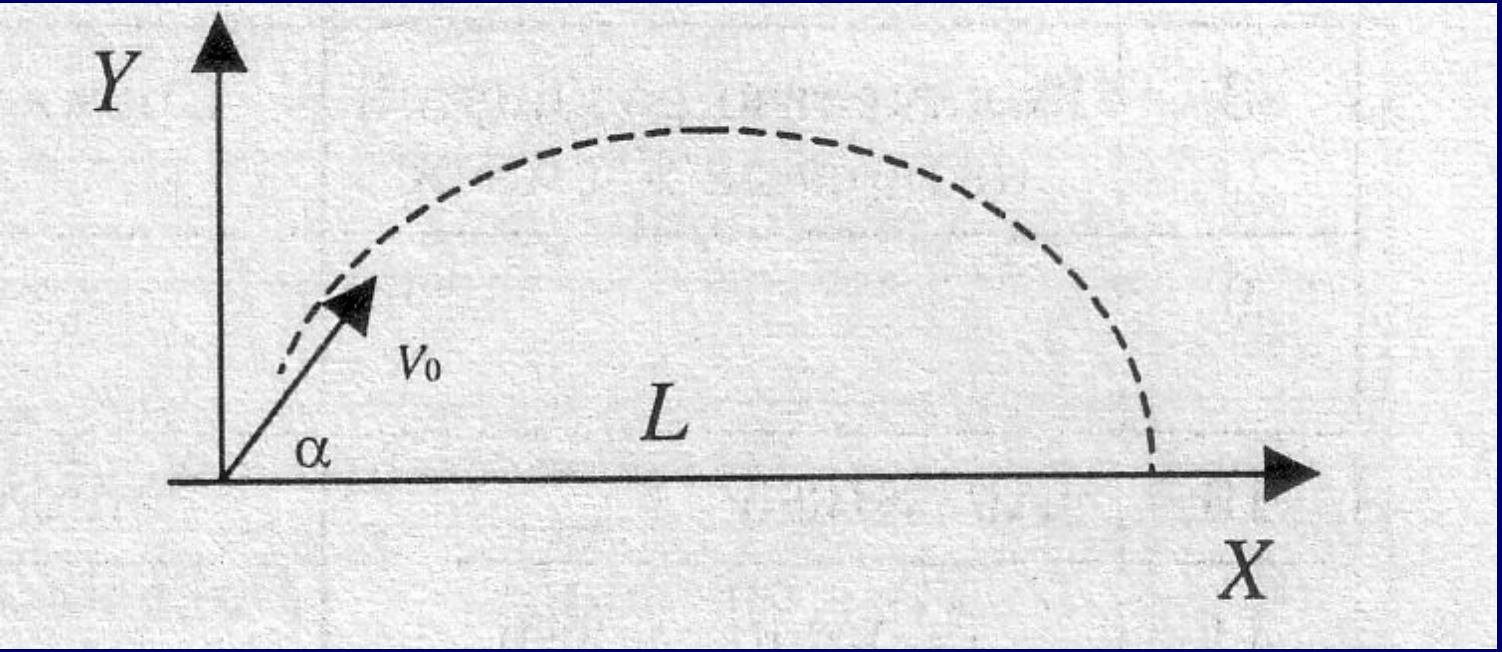
Угол броска и начальная скорость являются главными факторами процесса моделирования.

Решение.

Постановка задачи.

При расчетах будем использовать следующие допущения:

1. начало системы координат расположено в точке бросания;
2. тело движется вблизи поверхности Земли, т. е. ускорение свободного падения постоянно и равно 9,81 м/с^2;
3. сопротивление воздуха не учитывается, поэтому движение по горизонтали равномерное.



Пусть
Vo — начальная скорость (м/с),
α — угол бросания (радиан),
***L* — дальность полета (м).**

Движение тела, брошенного под углом к горизонту, описывается следующими формулами:

$V_x = V_o \cos \alpha$ — горизонтальная составляющая начальной скорости,

$V_y = V_x \sin \alpha$ — вертикальная составляющая начальной скорости,

$x = V_x t$ — так как движение по горизонтали равномерное,

$\frac{gt^2}{2}$

$y = V_y t - \frac{gt^2}{2}$ – так как движение по вертикали равноускоренное с отрицательным ускорением.

Искомым в этой задаче будет то значение $x = L$, при котором $y = 0$.

Математическая модель.

<u>**Дано:**</u>

Vo — начальная скорость (м/с),
α — угол бросания (радиан).

<u>**Найти:**</u>

***L* — дальность полета (м).**

Связь:

(1) $L = Vx\,t - \frac{gt^2}{2}$ — дальность полета,

(2) $0 = Vy\,t$ – — точка падения,

(3) $Vx = Vo \cos \alpha$ — горизонтальная проекция вектора начальной скорости,

(4) $Vy = Vo \sin \alpha$ — вертикальная проекция вектора начальной скорости,

$g = 9{,}81$ — ускорение свободного падения,

$Vo > 0$

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Подставляем в формулу (2)

значение *Vy* из формулы (4).

Получаем уравнение:

$$0 = V_0 \sin\alpha \, t - \frac{gt^2}{2} \qquad (5)$$

Чтобы решить это уравнение, найдем из формул (1) и (3) выражение для *t:*

$$t = \frac{L}{V_x} = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}$$

Подставив это значение в уравнение (5), получаем решение:

$$0 = V_0 \sin\alpha \frac{L}{V_0 \cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{L}{V_0 \cos\alpha}\right)^2 =$$

$$= \frac{L \sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{g L^2}{2V_0^2 \cos^2\alpha}$$

или

$$2V_0^2 \sin\alpha \cos\alpha = gL$$

Отсюда дальность полета равна:

$$L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

т. е. зависит от начальной скорости и угла наклона.

Компьютерный эксперимент.

I. Выяснить, как зависит дальность

полета от угла броска.

(Используем Excel)

В формульном виде:

	A	B	C
1	Задача о полете тела, брошенного под углом к горизонту		
2	Исходные данные		
3	Начальная скорость	60	
4	Угол бросания	15	
5	Шаг увеличения угла	15	
6	Расчеты		
7	Промежуточные расчеты		Результаты
8	Угол бросания	**Начальная скорость**	**Дальность полета**
9	15	60	=(B9^2*SIN(2*A9*3,14/180))/9,81
10	=A9+B5	**Заполнить вниз**	**Заполнить вниз**
11	**Заполнить вниз**		

	A	B	C
1	Задача о полете тела, брошенного под углом к горизонту		
2	Исходные данные		
3	Начальная скорость	60	
4	Угол бросания	15	
5	Шаг увеличения угла	15	
6	Расчеты		
7	Промежуточные расчеты		Результаты
8	Угол бросания	**Начальная скорость**	**Дальность полета**
9	15	60	183,40187
10	30	60	317,71003
11	45	60	366,97236
12	60	60	318,00213
13	75	60	183,90787

Делаем выводы:

- С увеличением угла бросания от 15 до 45° при постоянной начальной скорости полета дальность полета увеличивается.
- С увеличением угла бросания от 45 до 90° при постоянной начальной скорости полета дальность полета уменьшается.

2. Выяснить, как зависит на Луне дальность полета от угла броска ($g = 1{,}63$ м/с²)

3. Выяснить, при каком угле броска, тело улетит на наибольшее расстояние.

Начальная скорость – 15 м/с, величина угла лежит в пределах от 30 до 70°.

Какое при этом будет время полета?

Формулы в ячейках остаются такими же, как и в п. 1 и 2, меняются лишь исходные данные.