Задания с производной при подготовке к ЕГЭ

Задания B8 и B14

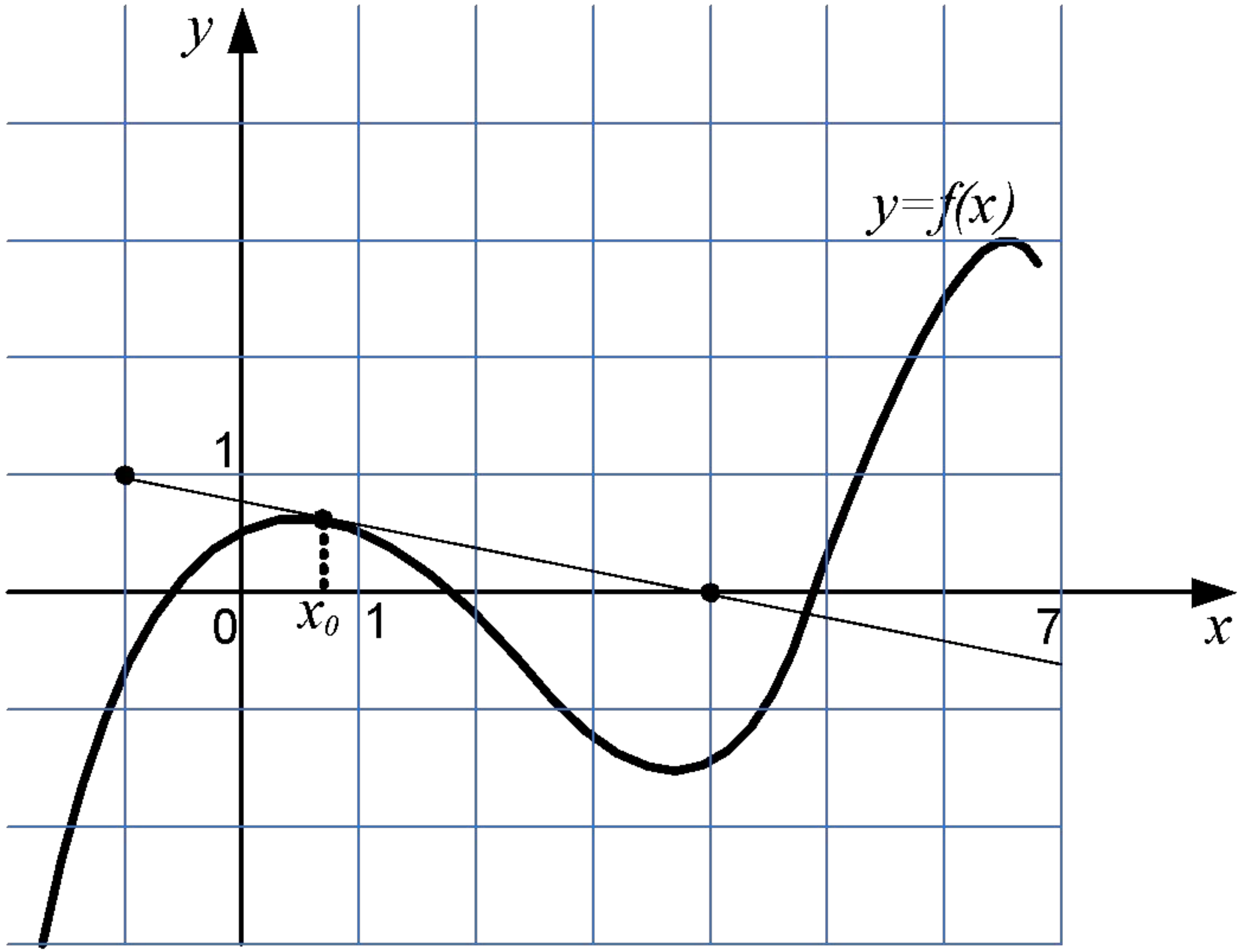
Типы заданий

- Геометрический смысл производной
  - Касательная в точке
- Механический смысл производной
- Промежутки возрастания-убывания
- Локальные экстремумы
- Наибольшие/наименьшие значения на отрезке

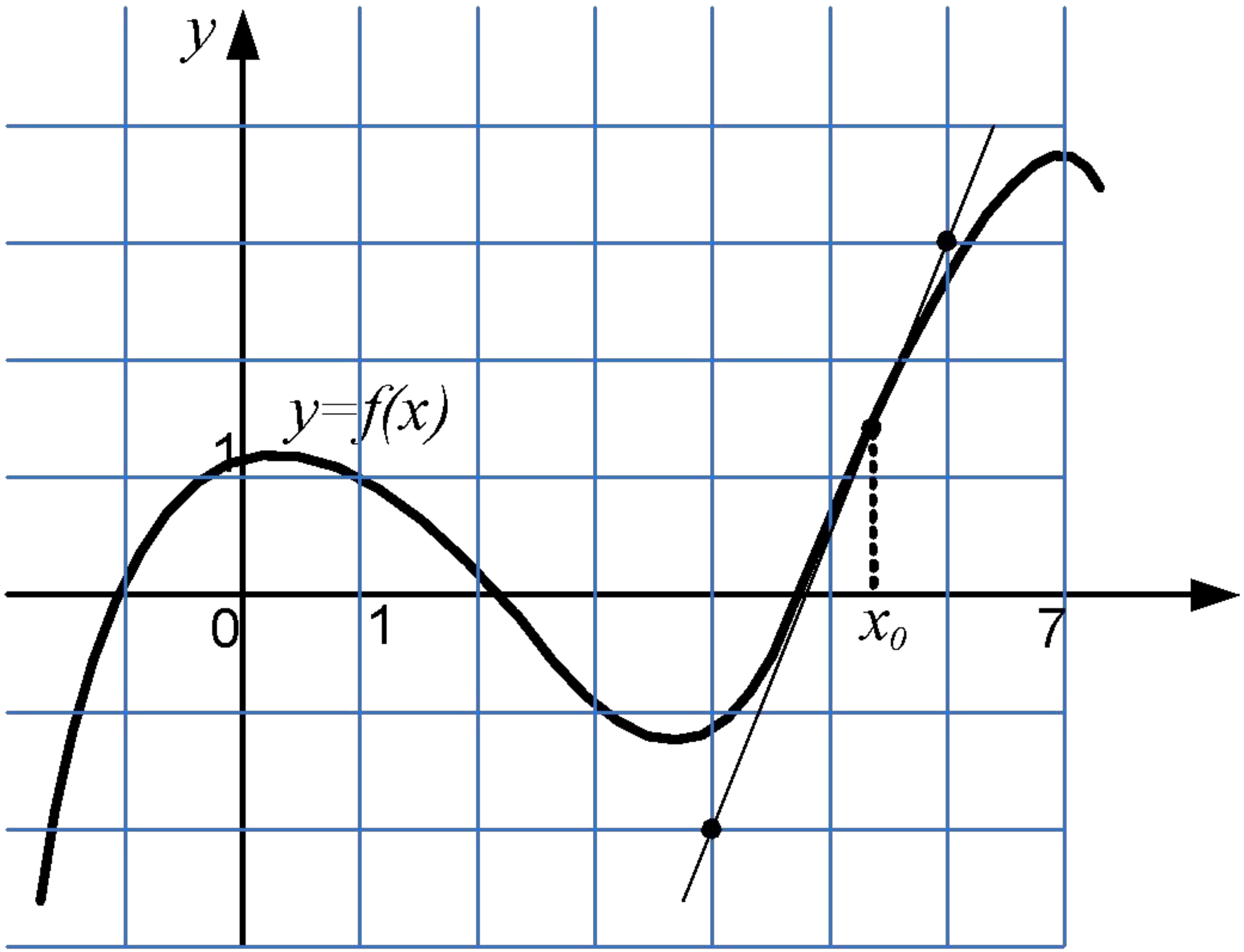
Геометрический смысл производной (теория)

- Следующие величины равны
  - Значение производной $f'(x_0)$ в точке x_0
  - Тангенс угла наклона касательной к графику функции $y=f(x_0)$ в точке x_0
  - Угловой коэффициент касательной к графику функции $y=f(x_0)$ в точке x_0

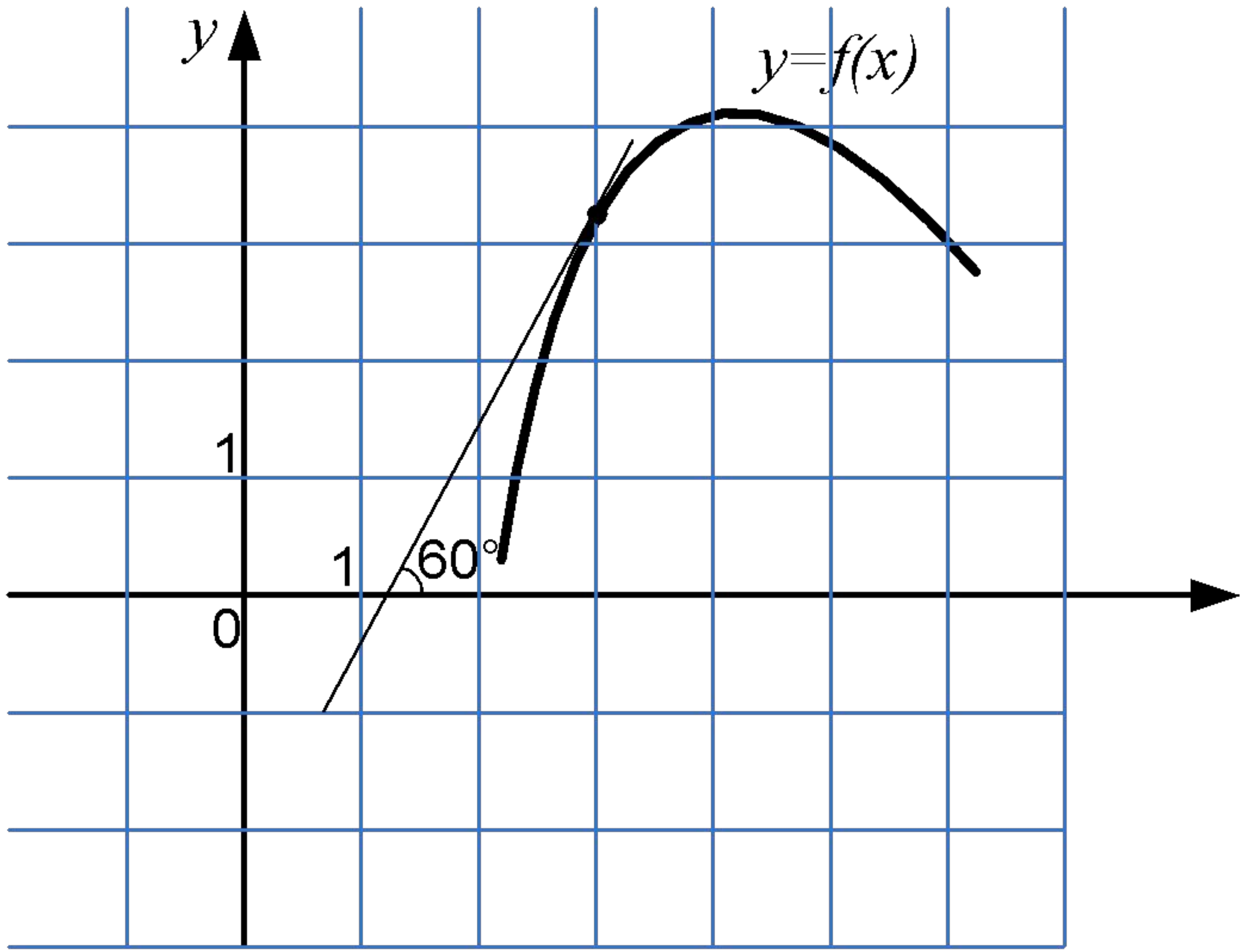
1. Вычислить производную



2. Вычислить производную

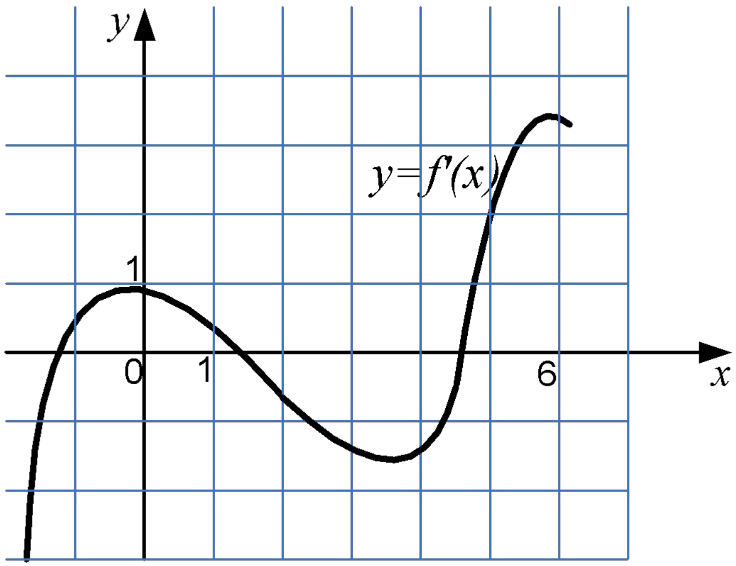


3. Вычислите величину $\sqrt{3}\, f'(3)$



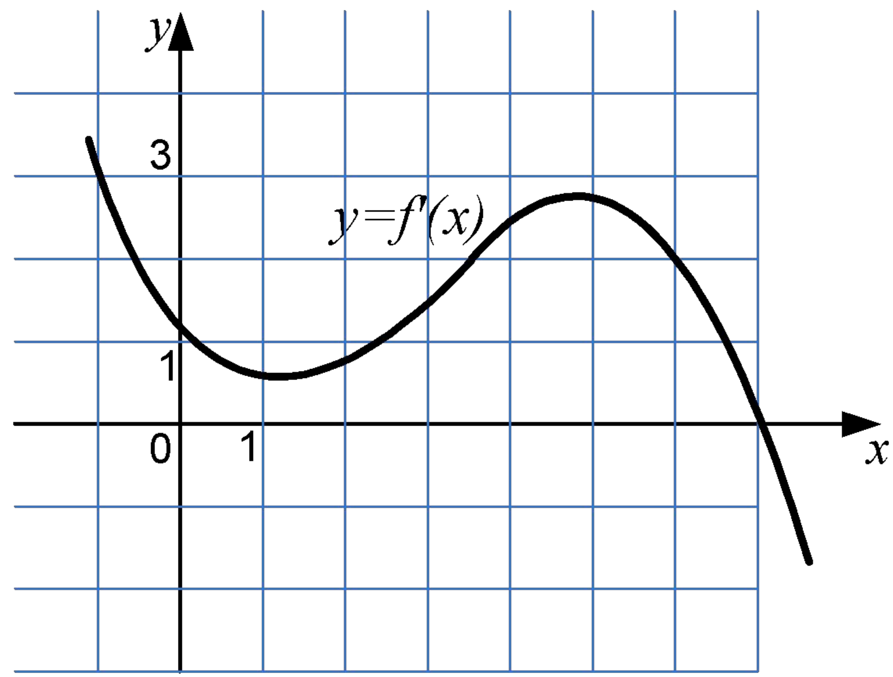
4. Точка касания

- На рисунке изображен график производной функции ***y= f (x)***. Прямая ***y= 2x+1*** является касательной к графику этой функции. Найдите ординату точки касания.



5. Точка касания

- На рисунке изображен график производной функции ***y= f (x)***. Прямая ***y= 3x-4*** является касательной к графику этой функции. Найдите ординату точки касания.



Задачи 6-8

- Касательная к графику функции $y = 3 - 2x - x^2$ параллельна прямой $y = 4x$. Найдите абсциссу точки касания.
- Касательная к графику функции $y = 3 - 2x - x^2$ проходит через точки $A(1, 1)$ и $B(-1, 5)$. Найдите абсциссу точки касания
- Найдите положительное значение параметра b, при котором прямая $y = -3$ является касательной к графику функции $y = 2x^2 + bx - 1$.

Задачи 9 - 12

- Прямая $y = x+2$ является касательной к графику функции $y = ax^2 - x + 6$. Найдите a.
- Прямая $y = 2x$ является касательной к графику функции $y = -x^2 + 7x + c$. Найдите c.
- Прямая $y = kx + b$ является касательной к графику функции $y = -x^2 + 4x - 1$ в точке $A(1,2)$. Найдите b.
- Касательная к графику функции $y = x(x-2)$ проходит через точки $A(1, -2)$ и $B(-3, 6)$. Найдите ординату точки касания

Механический смысл производной

- Если $s(t)$ – функция, задающая закон движения материальной точки (пройденный путь в зависимости от времени), то $v(t)=s'(t)$ – мгновенная скорость точки

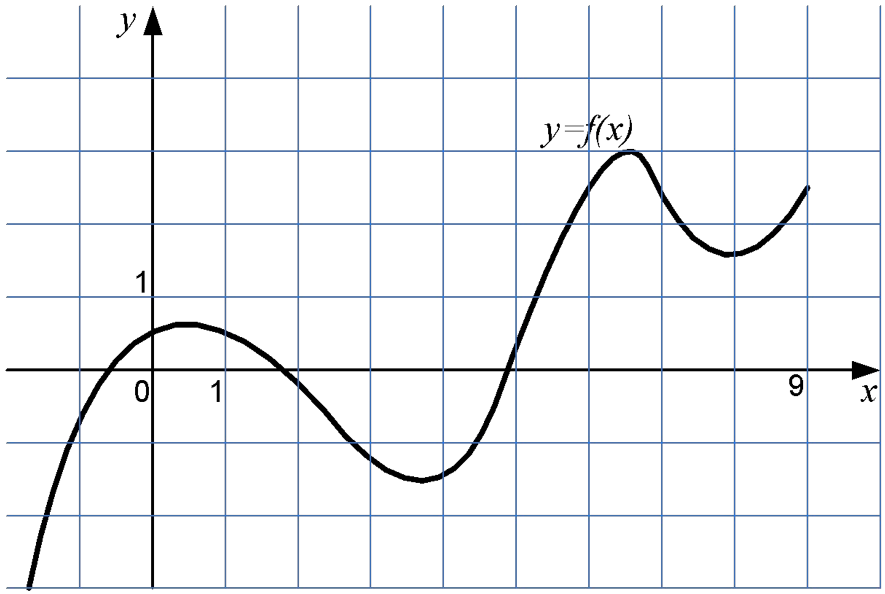
Движение материальной точки

- Материальная точка движется прямолинейно по закону $s(t)=1/3\,t^3 + ½\,t^2 - 9t + 1$, где s – расстояние от точки отсчета в метрах, а t – время в секундах с начала движения. Через сколько секунд после начала движения скорость точки будет равна **3 *м/с*?**
- Материальная точка движется прямолинейно по закону $s(t)=6 + 2t - 0{,}25t^2$, где s – расстояние от точки отсчета в метрах, а t – время в секундах с начала движения. Через сколько секунд после начала движения точка остановится?
- Материальная точка движется прямолинейно по закону $s(t)= 4 + 2t - t^2$, где s – расстояние от точки отсчета в метрах, а t – время в секундах с начала движения. Какова была начальная скорость точки (в м/с)?

Промежутки возрастания-убывания

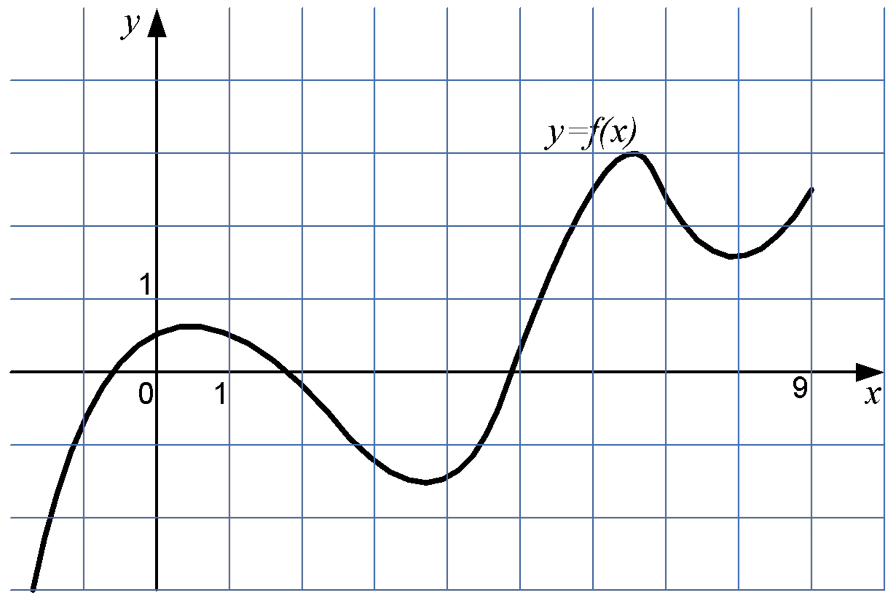
- Определение возрастающей (убывающей) функции на промежутке
- Функция является возрастающей на промежутке $\leftrightarrow$ когда ее производная положительна в любой точке промежутка
- Функция является убывающей на промежутке $\leftrightarrow$ когда ее производная отрицательна в любой точке промежутка

Возрастание/убывание



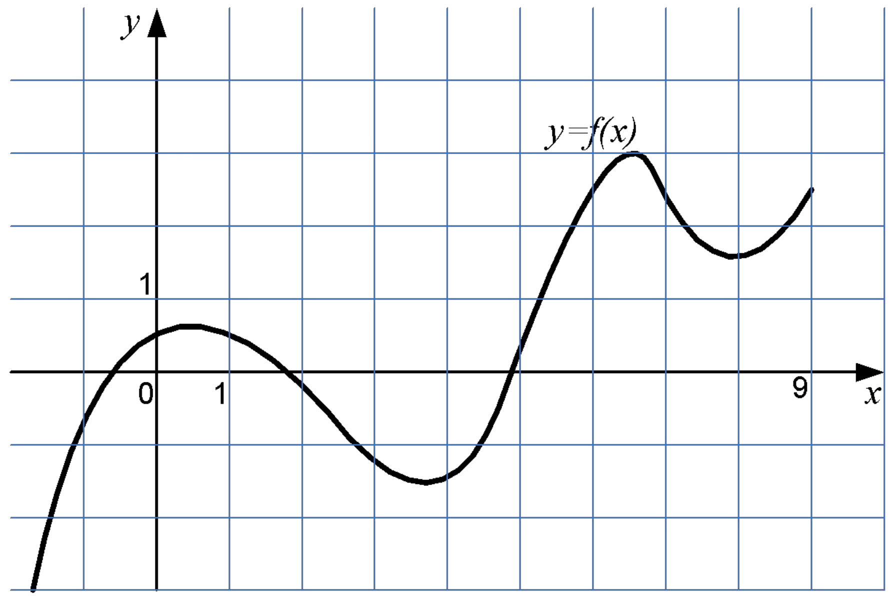
- На рисунке изображен график функции ***y=f(x)***. Определите количество целых точек на интервале **[-1; 9],** в которых производная функции отрицательна.

Возрастание/убывание



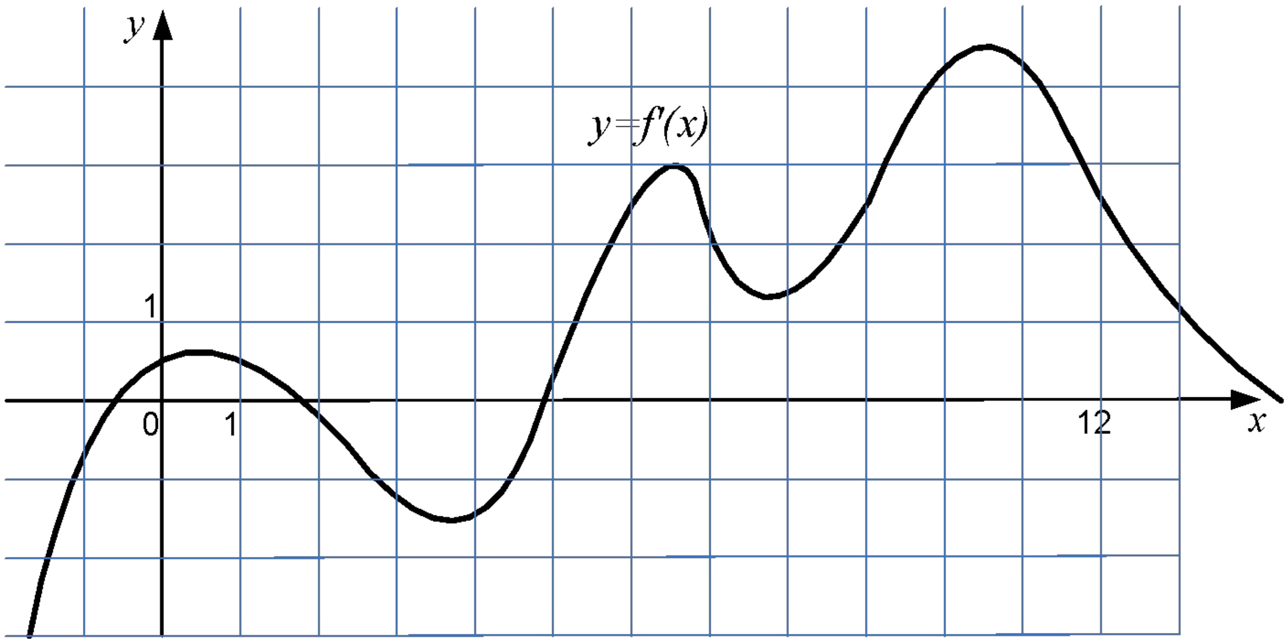
- На рисунке изображен график функции ***y=f(x)***. Определите количество целых точек на интервале **[0; 9]**, в которых касательная к графику функции параллельна прямой ***y = 4***.

Возрастание/убывание



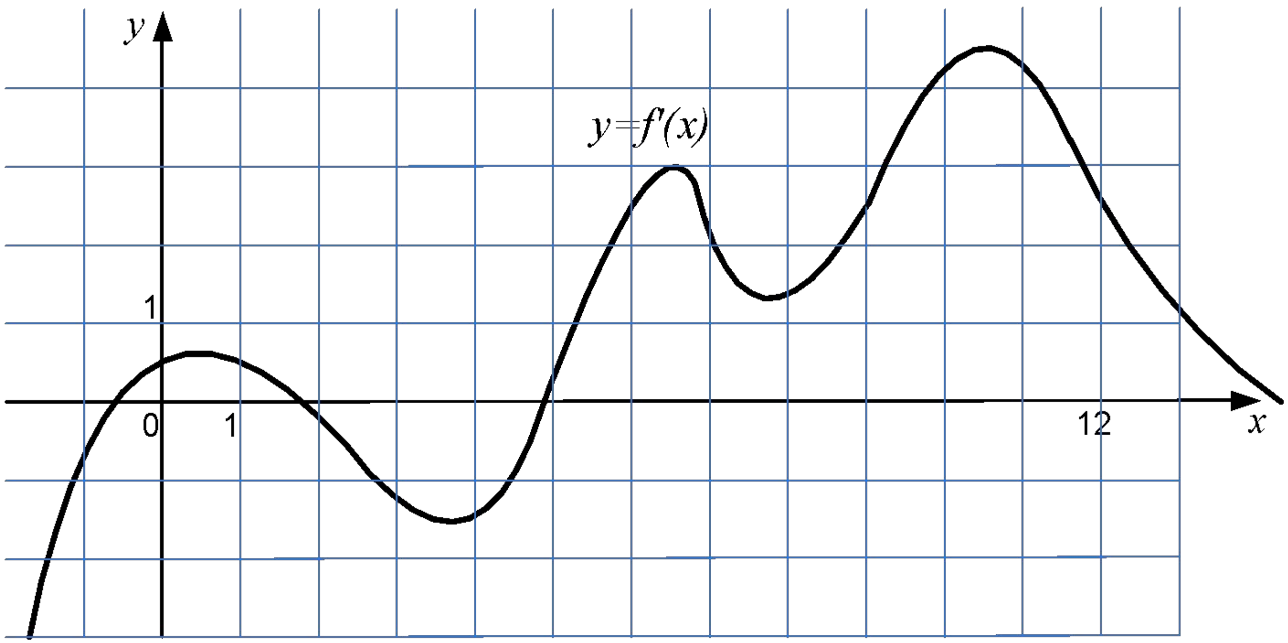
- На рисунке изображен график функции *y=f(x)*. Определите, в какой точке промежутка **[5; 9]** функция принимает наибольшее значение?

Возрастание/убывание



- На рисунке изображен график производной функции ***y=f(x)***. Найдите промежутки возрастания данной функции, принадлежащие отрезку **[-1,5; 12,5]**. (В ответе укажите общее число целых точек на этих промежутках).

Возрастание/убывание



- На рисунке изображен график производной функции ***y=f(x)***. Найдите сумму целочисленных абсцисс точек, лежащих на отрезке **[0; 12]**, в которых данная функция убывает.

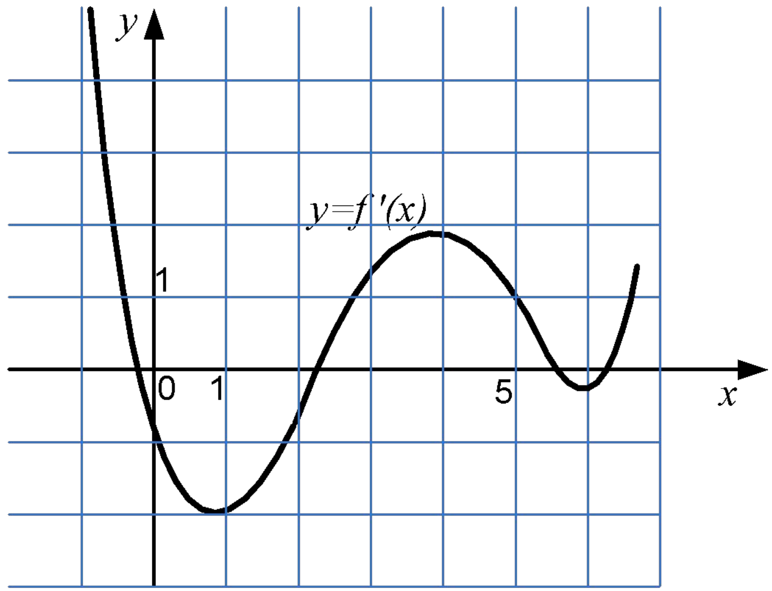
Возрастание/убывание

- Найдите количество промежутков убывания функции $y=f(x)$, если ее производная имеет вид $f'(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 9)(x - 4)^2$

Локальные экстремумы

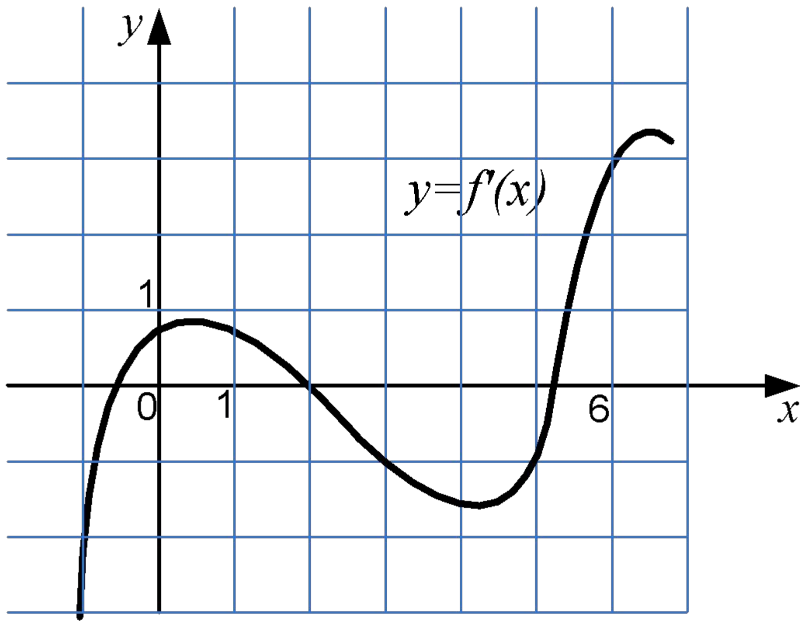
- Определение максимума (минимума) функции
- Точка x_0 является точкой максимума функции $y=f(x)$, если $f'(x_0)=0$ и при переходе через эту точку производная меняет знак с плюса на минус.
- Точка x_0 является точкой минимума функции $y=f(x)$, если $f'(x_0)=0$ и при переходе через эту точку производная меняет знак с минуса на плюс.

Локальный экстремум



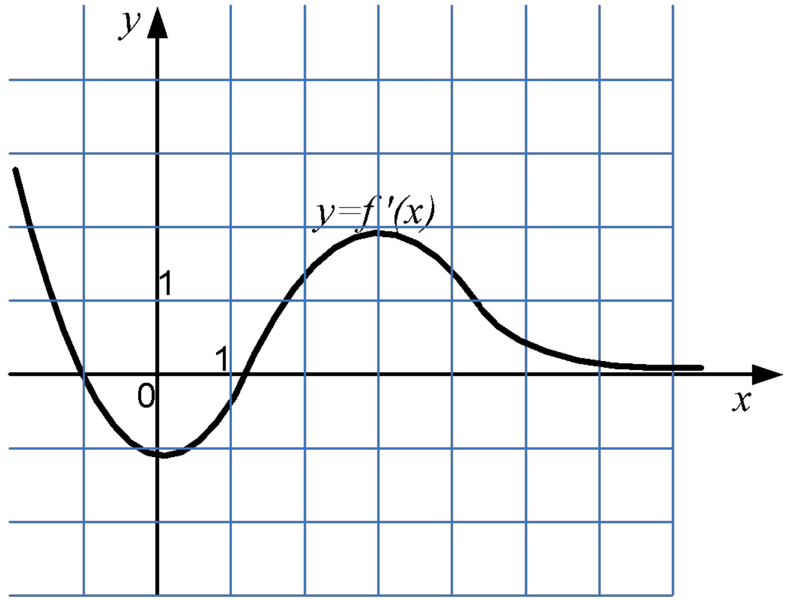
- На рисунке изображен график производной функции ***y=f(x)***. Найдите целое положительное число ***n*** такое, что максимум функции ***f(x)*** лежит на отрезке ***[n,n+1]***.

Локальный экстремум



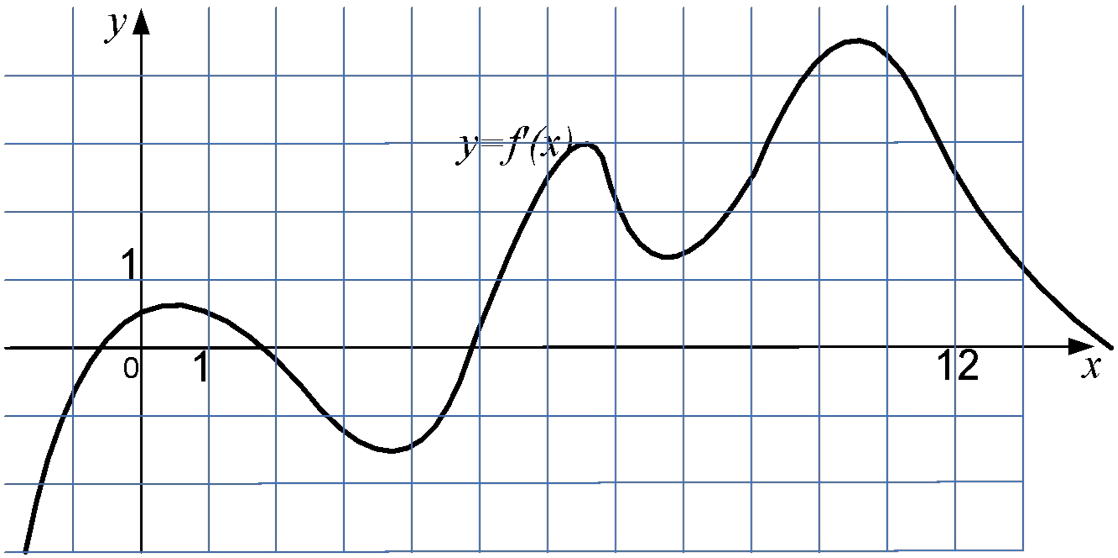
- На рисунке изображен график производной функции ***y=f(x)***. В точке максимума к графику функции проведена касательная, пересекающая ось ***y*** в точке с ординатой ***-1***. Найдите сумму абсциссы и ординаты точки касания.

Локальный экстремум



- На рисунке изображен график производной функции ***y=f(x)***. В точке максимума к графику функции ***f(x)*** проведена касательная, пересекающая ось ***y*** в точке с ординатой ***2,5***. Найдите сумму абсциссы и ординаты точки касания.

Локальный экстремум



- На рисунке изображен график производной функции ***y=f(x)***. Сколько минимумов имеет данная функция на отрезке **[-1; 6]**?

Локальный экстремум

- Найдите количество точек максимума функции $y=f(x)$, если $f'(x) = (x^2 + 3x - 4)(x^2 - 16)(x^2 - 1)$

Экстремумы на отрезке

- Наибольшее значение функции на отрезке находится как наибольшее из локальных максимумов и значений на границах
- Наименьшее значение функции на отрезке находится как наименьшее из локальных минимумов и значений на границах

Экстремумы на отрезке

- Найдите точку, в которой функция $y=2x^3 + 9x^2 - 60x + 1$ принимает наибольшее значение на промежутке [-6; 6].
- Найдите значение функции $y=1/4x^4 - 2x^2 + 5$ в точке максимума
- Найдите наименьшее значение функции $y=\pi/\sqrt{3} - \sqrt{3}\,x - 2\cos x + 11$ на отрезке $[0; \pi/2]$

Экстремумы на отрезке

- Найдите количество целых значений а, при которых функция $y = -x^3/3 + (a+2)x^2 - 4x + 10$ не имеет точек экстремума.
- Найдите количество целых значений функции $y = x + 16/(x-1)$ на отрезке [-4; 0]
- Найдите наименьшее значение функции $y = 2^{2x} + 2^{x+1} - x\ln 16 + 3$ на отрезке [-1;2]
- Найдите наименьшее значение функции $y = x|x^2 + 2x - 3| + (x-1)^2$ на отрезке [-2; 0]