

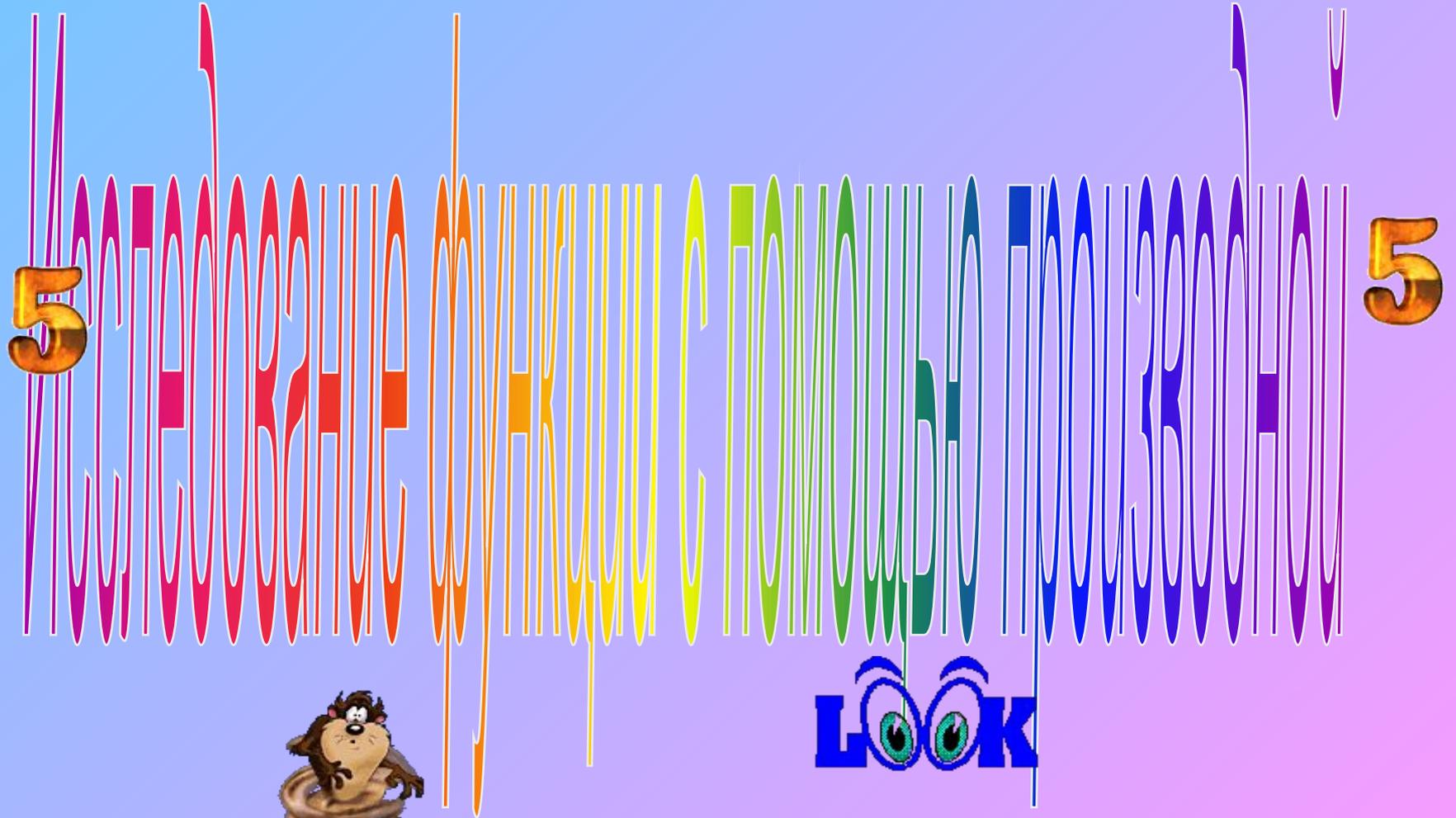


# Здравствуйте!!!



Сальтяшева А.И., ГБОУ НПО ПУ № 19,  
г.Салават. [www.uchportal.ru](http://www.uchportal.ru)

5



Сальтяшева А.И., ГБОУ НПО ПУ № 19, г.  
Салават. [www.uchportal.ru](http://www.uchportal.ru)

# УСТНЫЙ ОПРОС

- Достаточный признак возрастания функции.
- Достаточный признак убывания функции.
- Какие точки области определения функции являются критическими точками.
- Необходимое условие экстремума (или теорема французского математика – теорема Ферма)
- Какая точка называется точкой максимума? (упрощенная формулировка этого признака).
- Какая точка называется точкой минимума? (упрощенная формулировка этого признака)

# Достаточный признак возрастания функции

**Если функция  $f$   
имеет неотрицательную  
производную в каждой точке  
интервала  $(a;b)$ ,  
то функция  $f$  возрастает  
на интервале  $(a;b)$ .**

# Достаточный признак убывания функции

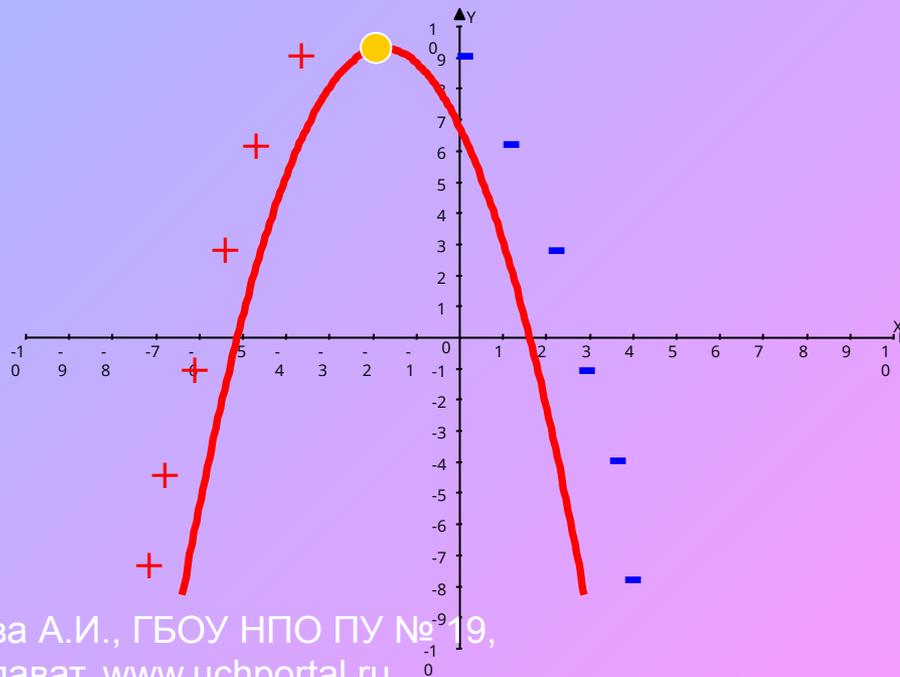
**Если функция  $f$   
имеет неположительную  
производную в каждой точке  
интервала  $(a;b)$ ,  
то функция  $f$  убывает на  
интервале  $(a;b)$ .**

Необходимое условие  
экстремума  
(Теорема Ферма)

Если точка  $x_0$  является точкой экстремума функции  $f$  и в этой точке существует производная  $f'(x)$ , то она равна нулю:  $f'(x) = 0$ .

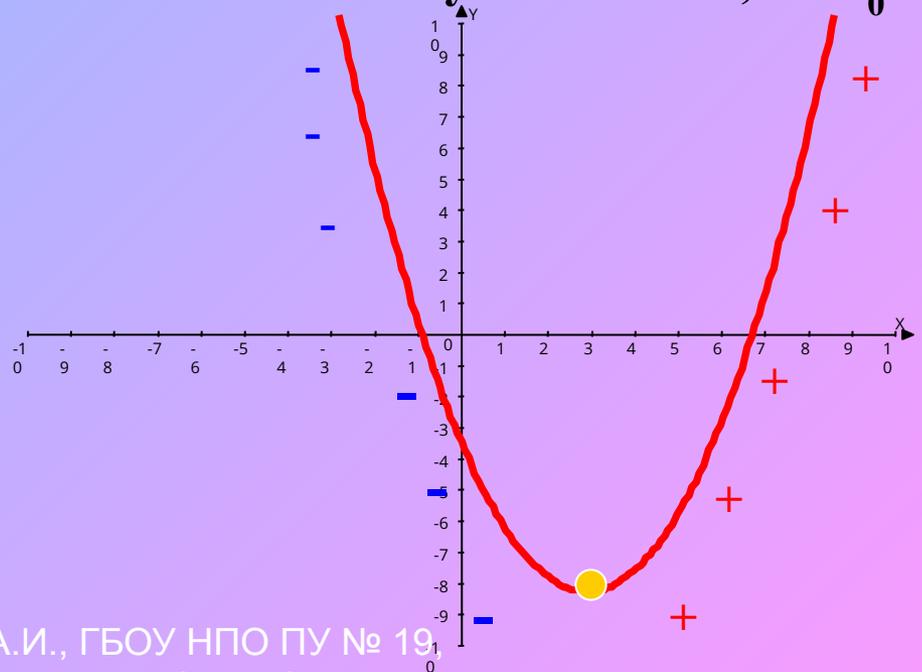
# Признак максимума функции

- Если функция  $f$  непрерывна в точке  $x_0$ , а  $f'(x) > 0$  на интервале  $(a; x_0)$ , и  $f'(x) < 0$  на интервале  $(x_0; b)$ , то точка  $x_0$  является точкой максимума функции  $f$ .
- Если в точке  $x_0$  производная меняет знак с плюса на минус, то точка  $x_0$  максимума.



# Признак минимума функции

- Если функция  $f$  непрерывна в точке  $x_0$ ,  $f'(x) < 0$  на интервале  $(a; x_0)$  и  $f'(x) > 0$  на интервале  $(x_0; b)$ , то точка  $x_0$  является точкой минимума функции  $f$ .
- Если в точке  $x_0$  производная меняет знак с минуса на плюс, то  $x_0$  есть точка минимума.



# Практическая работа

- Найти промежутки возрастания и убывания функции, точки экстремума

$$f(x) = x^2 - 4x + 2$$

1. Какова область определения функции?

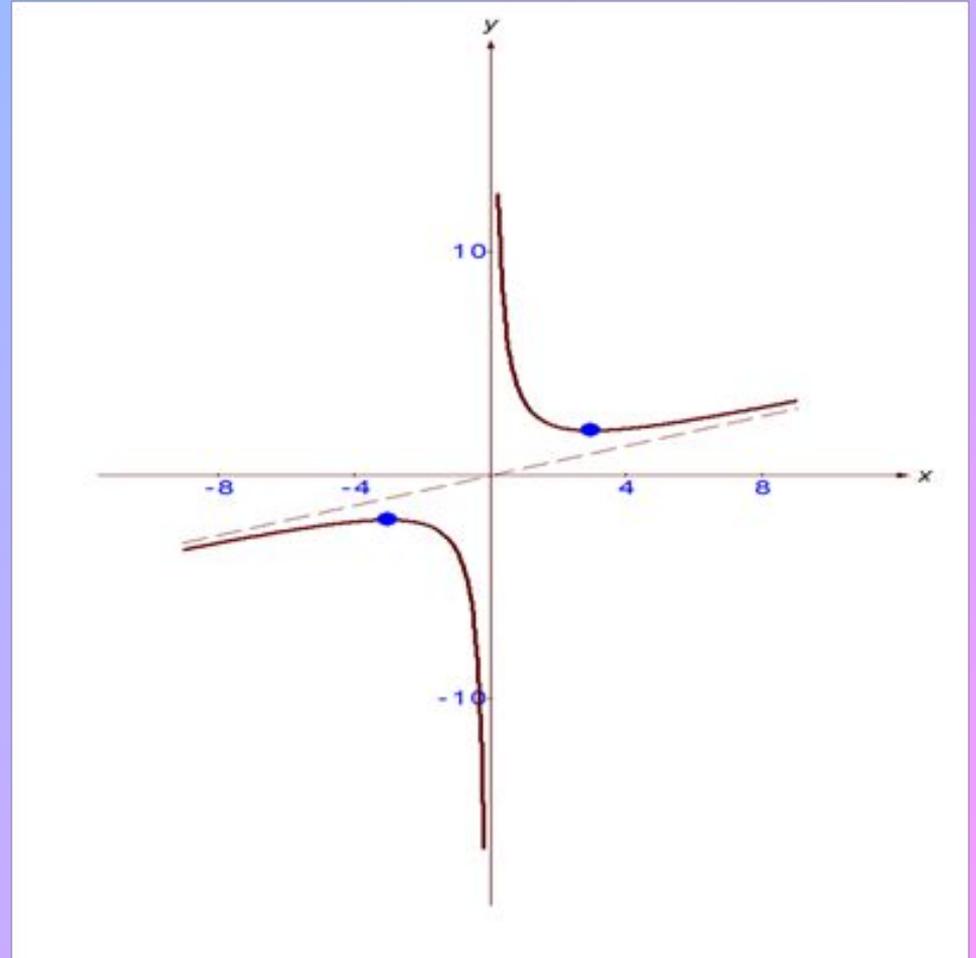
$$y = \sqrt{x - 2}$$

2. Найдите область определения функции

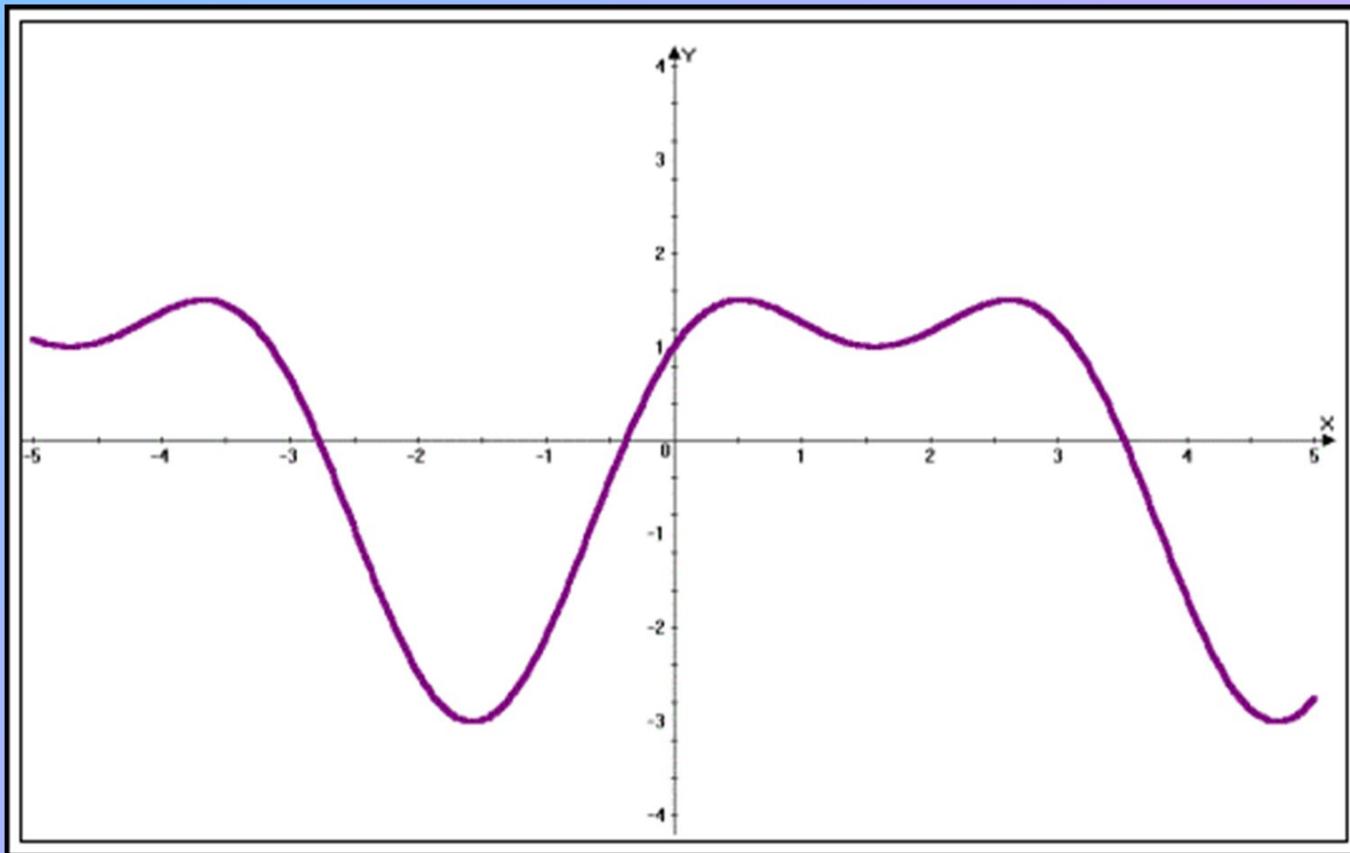
$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$$

3. Какая это функция: четная или нечетная?

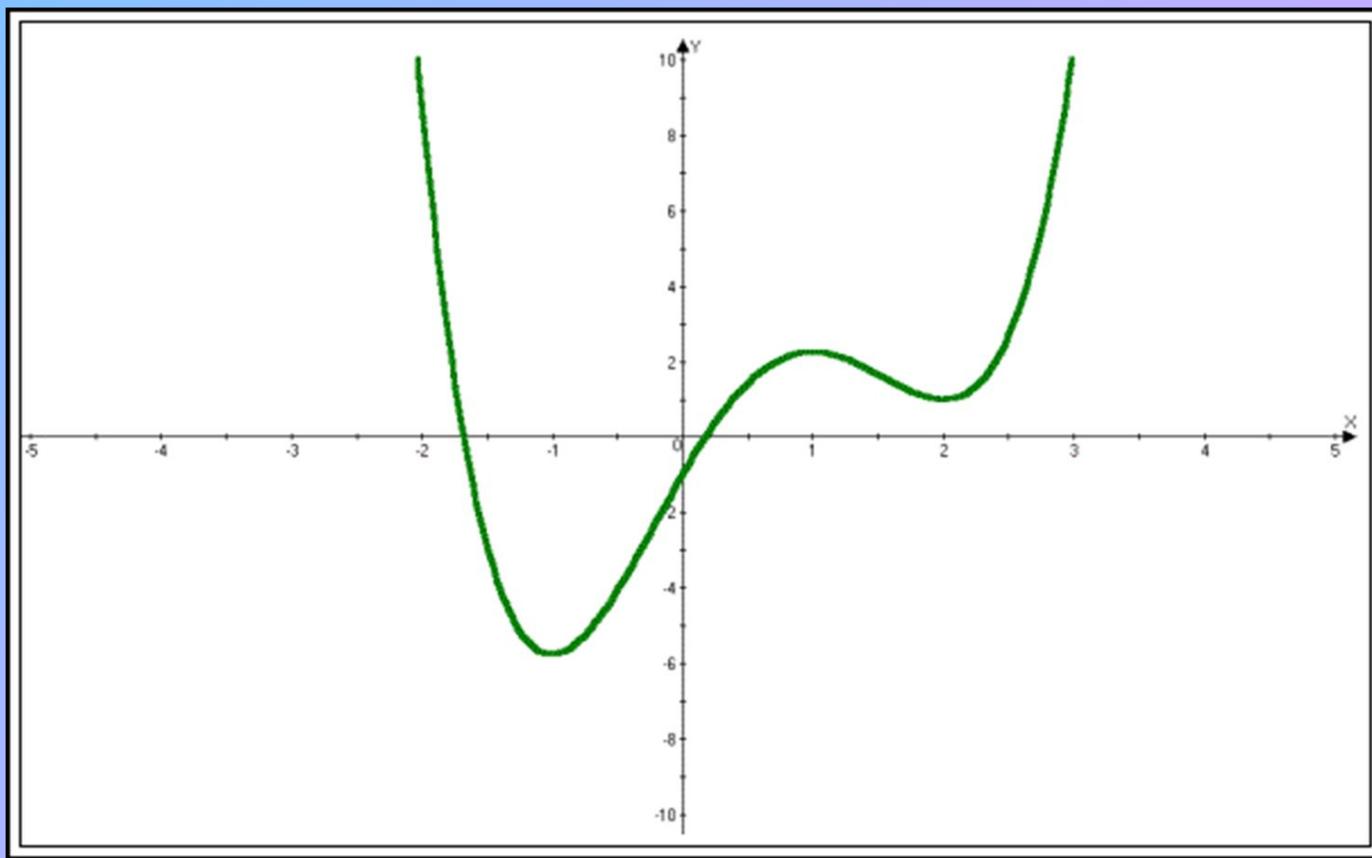
$$y = \frac{x^2 + 9}{3x}$$

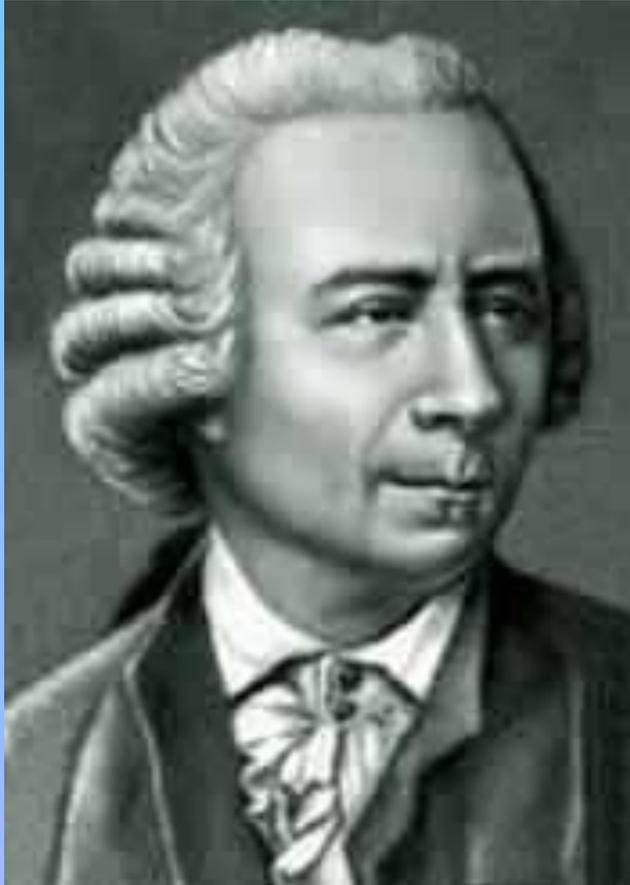


4. По графику производной некоторой функции укажите интервалы, на которых функция монотонно возрастает, убывает, имеет максимум, имеет минимум.



5. На рисунке изображён график производной функции  $y=f(x)$ . Сколько точек максимума имеет эта функция? Назовите их.





# ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР

(1707-1783)

Математик, механик,  
физик и астроном.

По происхождению швейцарец.

В 1726 был приглашен в  
Петербургскую академию  
наук и переехал в 1727

в Россию.

# СХЕМА ИССЛЕДОВАНИЯ ГРАФИКА ФУНКЦИИ

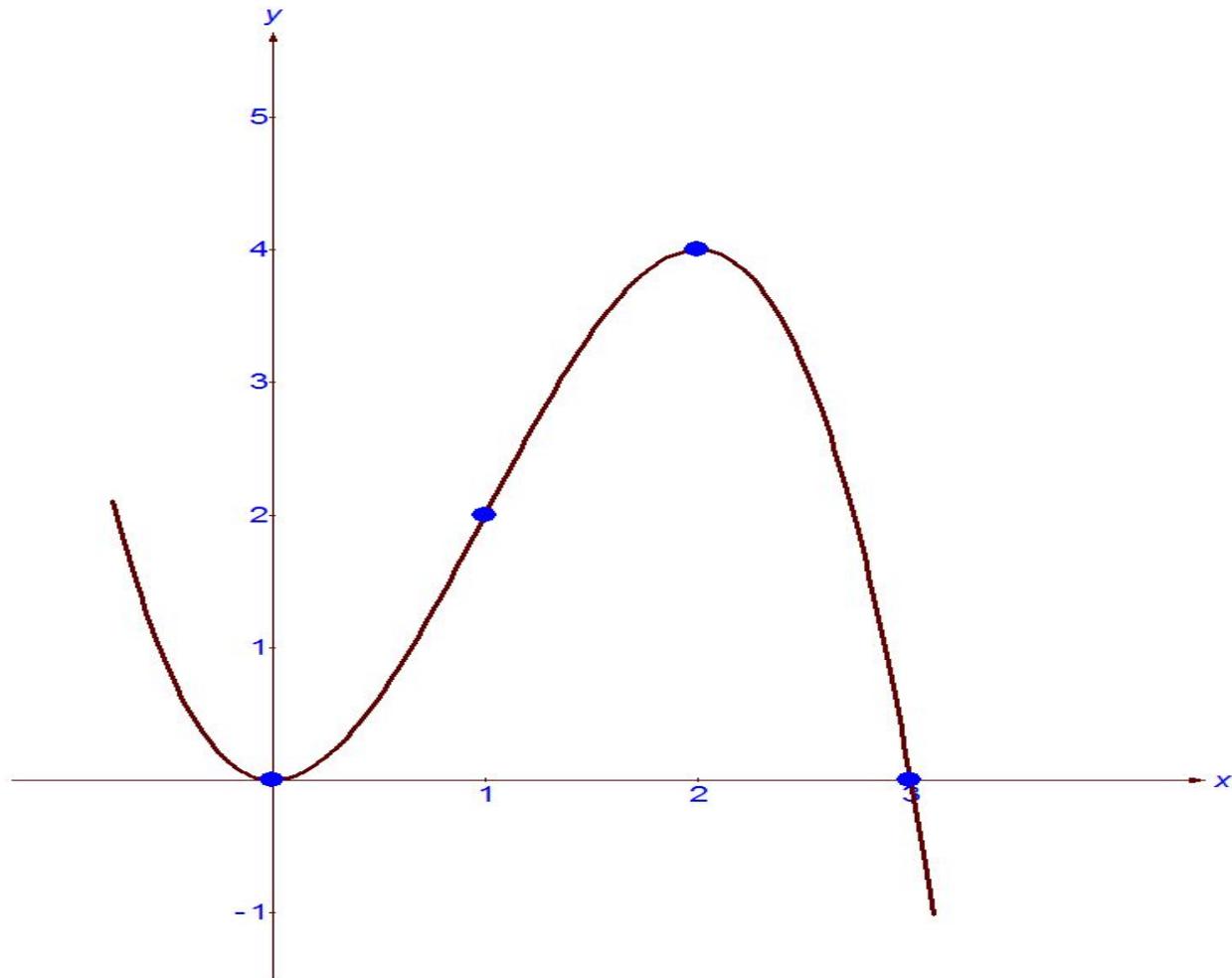
- **Найти область определения функции.** (Указать множество значений переменной  $x$ , при которых данная функция определена).
- **Исследовать функцию на четность.** (Выяснить, симметрична ли область определения функции относительно начала координат и найти  $y = f(-x)$ . Если  $f(-x) = f(x)$ , то функция четная, если  $y = f(-x) = -f(x)$ , то функция нечетная).
- **Найти нули функции.** (Точки пересечения с осями координат).
- **Исследовать функцию на монотонность.** (Если  $f'(x) > 0$ , то функция возрастает, если  $f'(x) < 0$ , то функция убывает).
- **Записать точки экстремума и экстремумы функции.** (Найти значение функции в точках экстремума).
- **Дополнительные точки.**
- **Построение графика.**

# ПРИМЕР

- Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = 3x^2 - x^3$$

# ГРАФИК ФУНКЦИИ

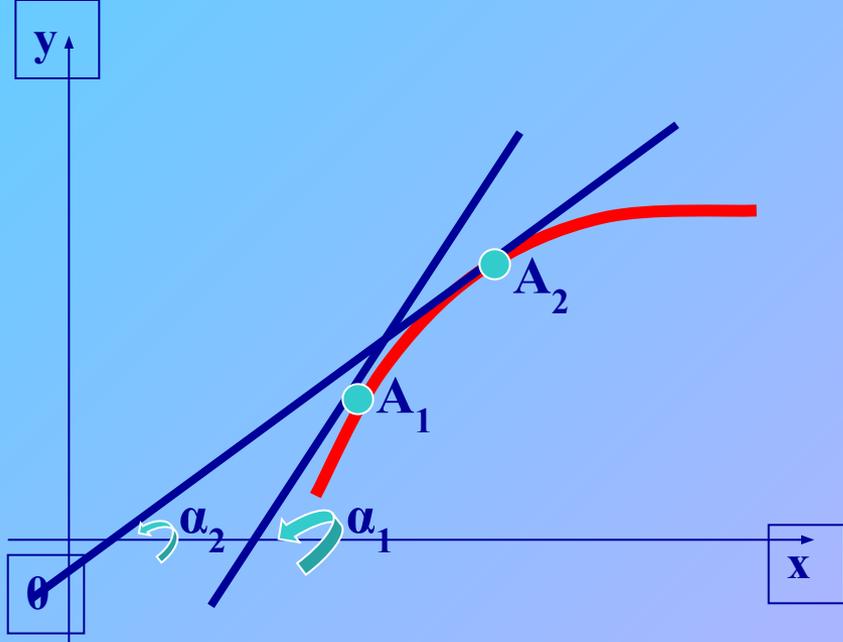




# ФИЗКУЛЬТУРНАЯ МИНУТКА



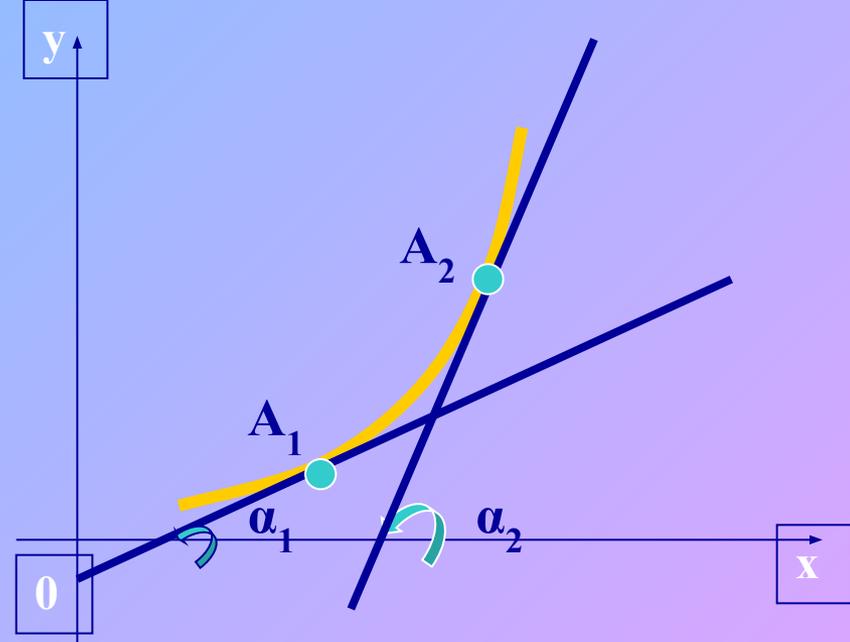
Сальтяшева А.И., ГБОУ НПО ПУ № 19,  
г.Салават. [www.uchportal.ru](http://www.uchportal.ru)



## График выпуклый

$f'(x)$  – убывает

$$f''(x) < 0$$



## График вогнутый

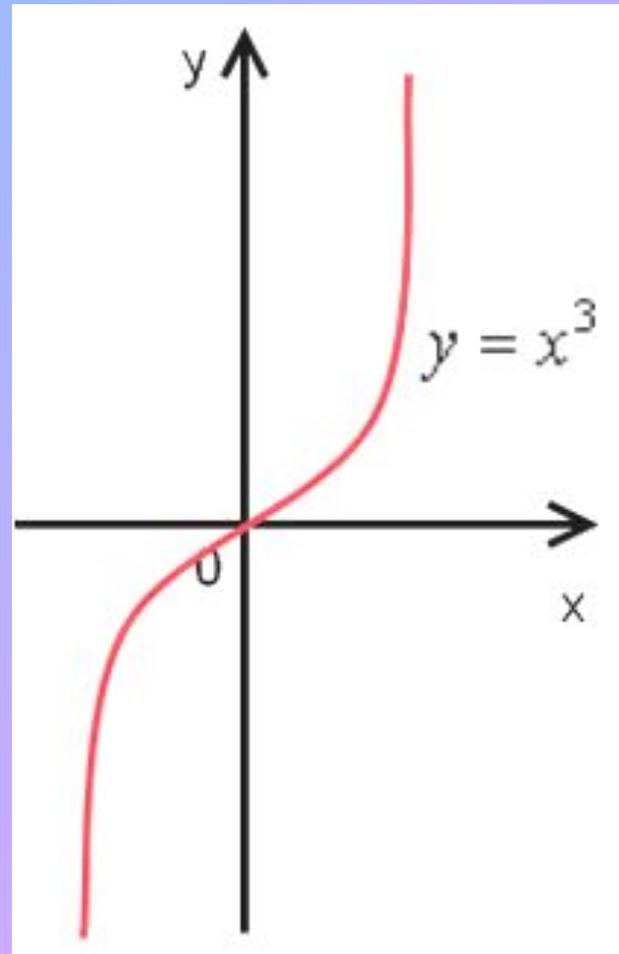
$f'(x)$  – возрастает

$$f''(x) > 0$$



# ПРИМЕР

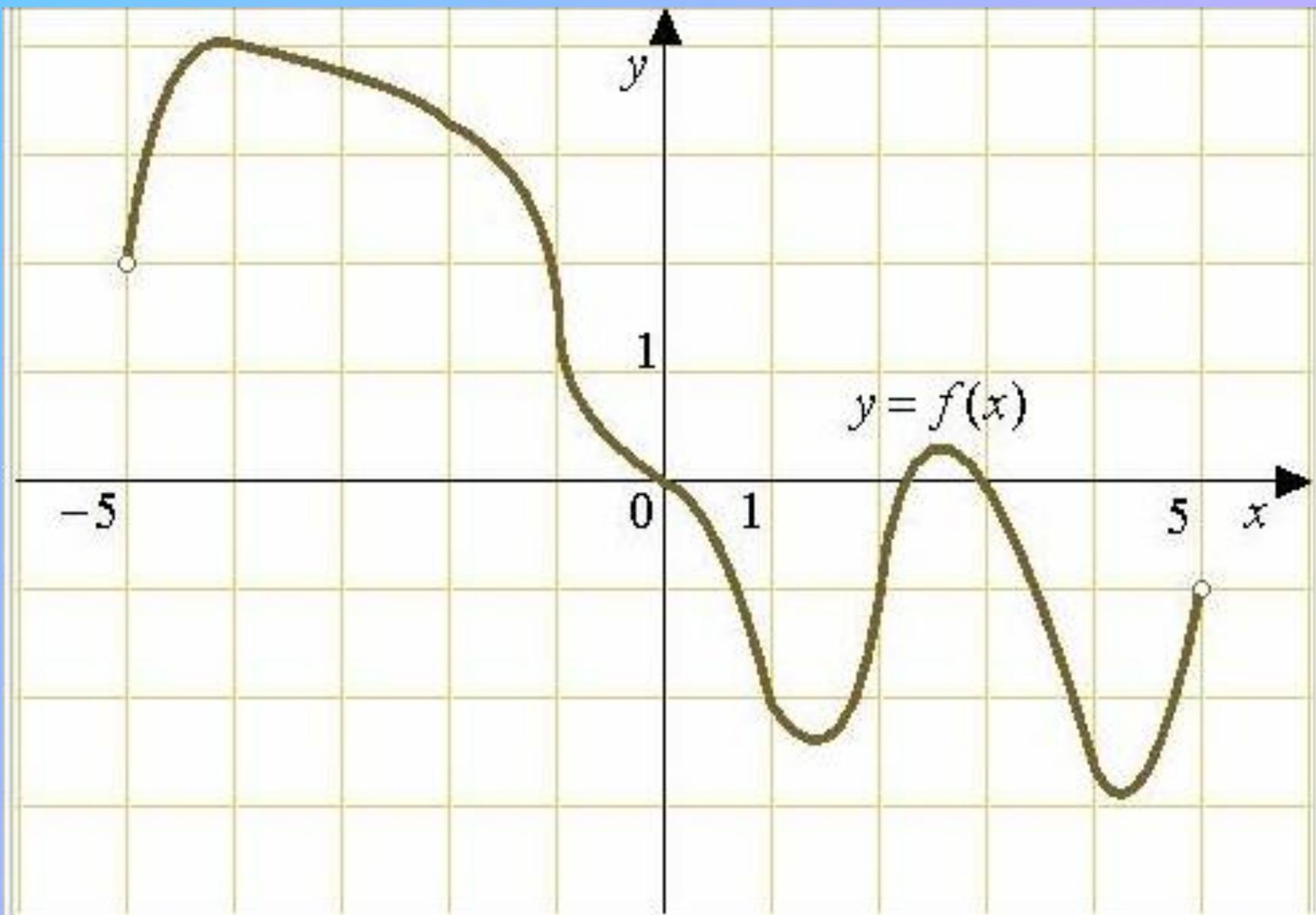
$$y = x^3$$

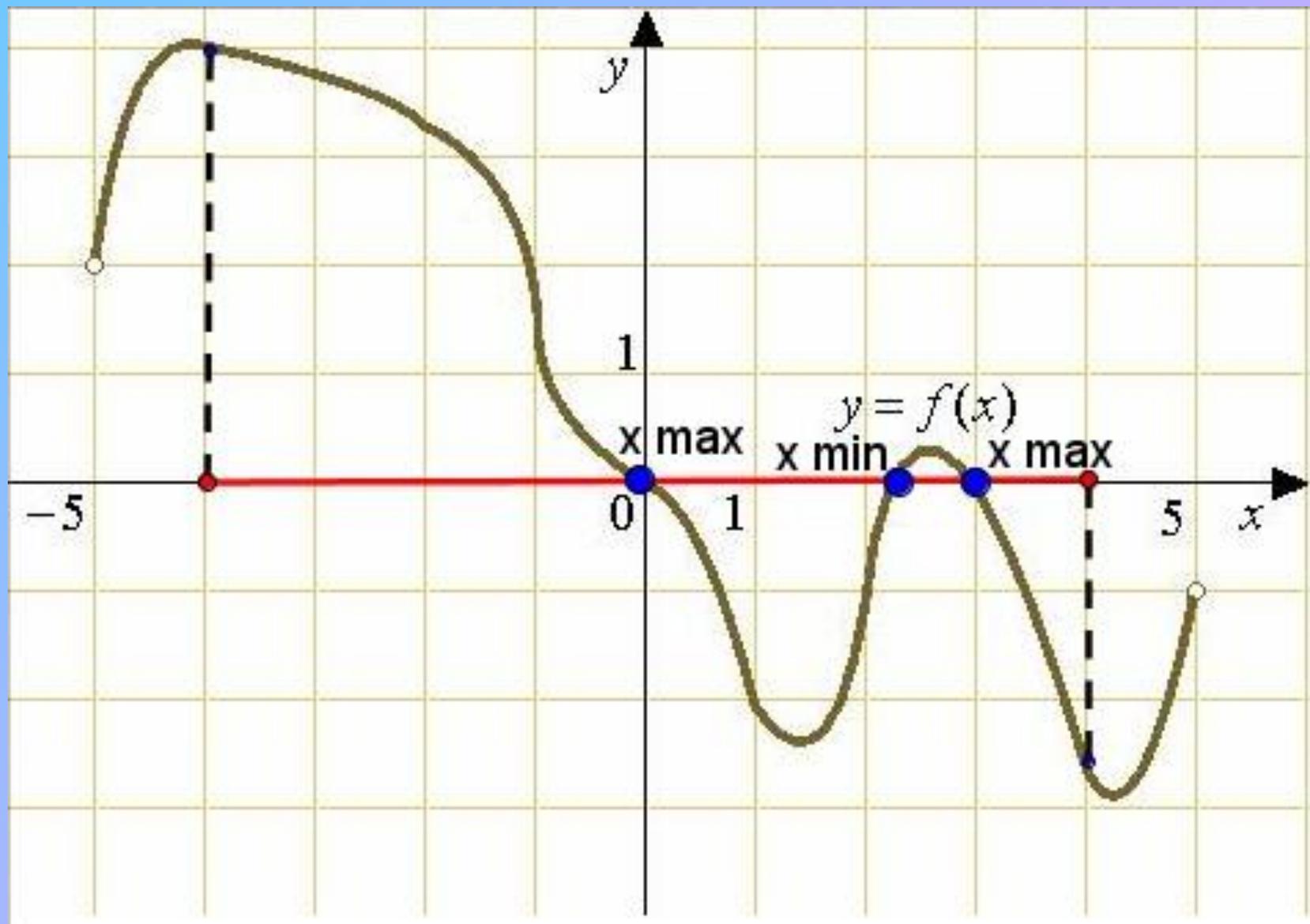


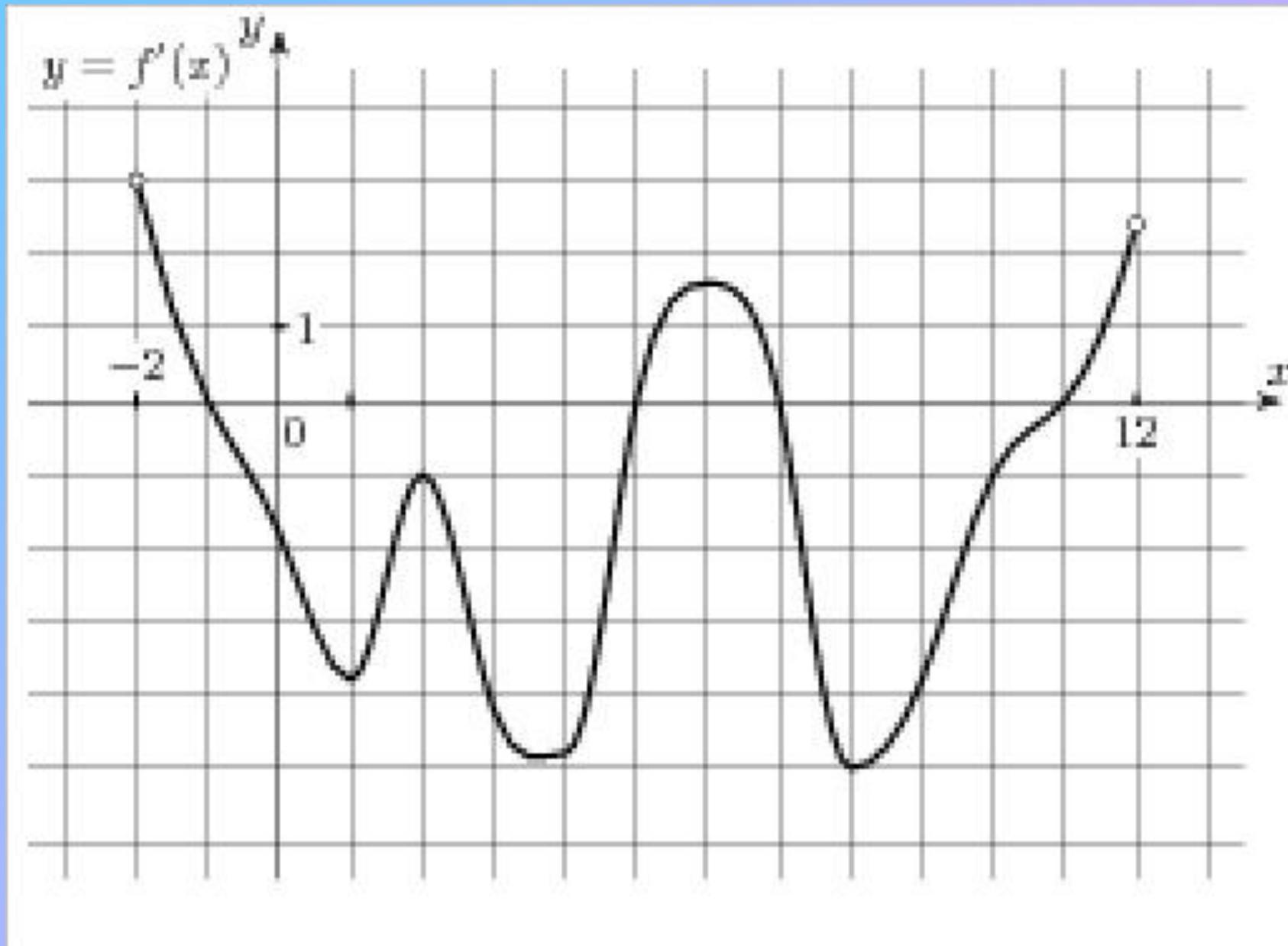
# ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА

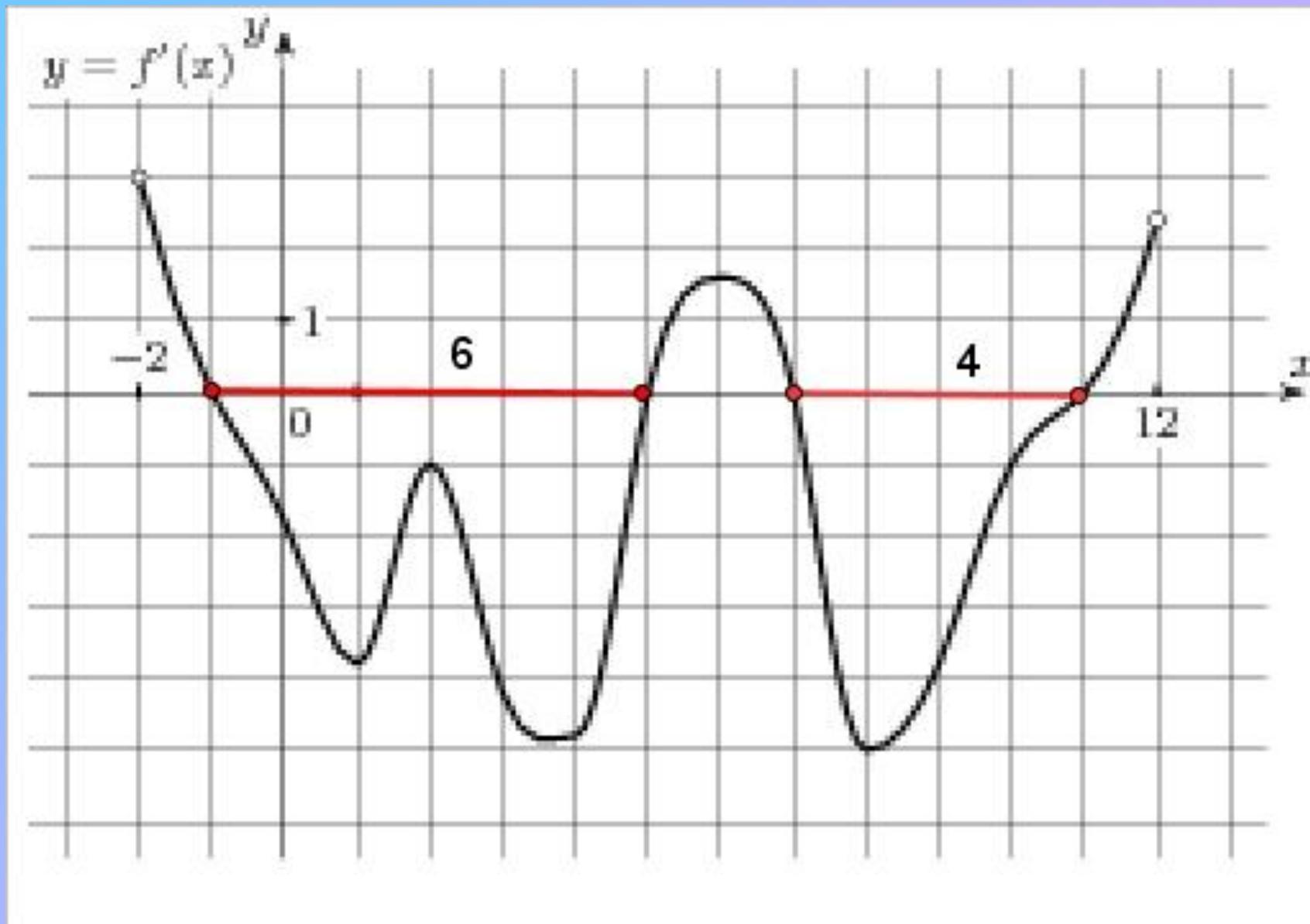
Найти интервалы  
выпуклости и точку  
перегиба, если

$$y = x^4 - 6x^2 + 4$$









# ТВОРЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

*Я – функция сложная, это известно,  
Еще расскажу, если вам интересно,  
Что точку разрыва и корень имею,  
И есть интервал, где расти не посмею.  
Во всём остальном положительна, право,  
И это, конечно, не ради забавы.  
Для чисел больших я стремлюсь к единице.  
Найдите меня среди прочих в таблице.*

$$f(x) = x(1-x)$$

$$f(x) = \left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2-1}$$

# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

- 1. № 300 (а, б).
- 2. Нестандартное задание: найдите функции, описывающие реальные физические процессы, которые вы изучали на уроках физики и исследуйте их.

# ИТОГ УРОКА

- Рассмотрите взаимосвязь между свойством функции и производной. Как влияет знак второй производной на выпуклость функции.
- Выставление оценок за фронтальный опрос, за блиц-опрос и за практическую работу у доски.
- Будьте добры, покажите, пожалуйста, ваше настроение в конце нашего урока.



Спасибо за активное участие на уроке!!!

Сальтяшева А.И., ГБОУ НПО ПУ № 19, г.  
Салават. [www.uchportal.ru](http://www.uchportal.ru)