

Алгебра 8 класс.



Квадратные уравнения



Немного из истории

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне.

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики.

Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до нашей эры вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения.

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены. Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилонии, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.

Франсуа Виет



**Пусть вспомнится
известный всем
Виет,
открывший формулу
для уравнения.**

Теорема Виета.

Если приведенное квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет действительные корни, то их сумма равна $-p$, а произведение равно q , то есть

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 x_2 = q$$

(сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену).

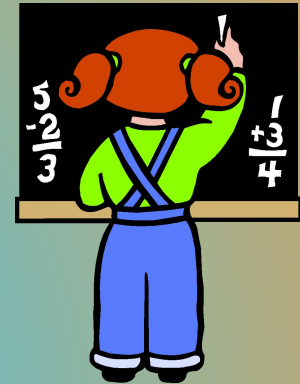
Не верите? Проверьте!

$$X^2 - 14X + 24 = 0$$

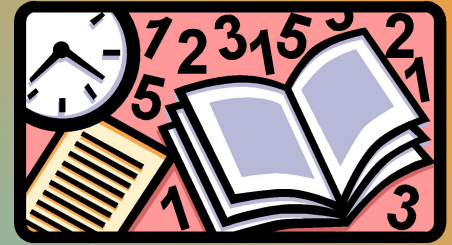
$$D = b^2 - 4ac = 196 - 96 = 100$$

$$X_1 = 2, X_2 = 12$$

$$X_1 + X_2 = 14, X_1 \cdot X_2 = 24$$



Угадываем корни



$$X^2 + 3X - 10 = 0$$

$X_1 \cdot X_2 = -10$, значит корни имеют разные
знаки

$X_1 + X_2 = -3$, значит больший по модулю
корень - отрицательный

Подбором находим корни: $X_1 = -5$, $X_2 = 2$

Игра "Домино"

Реши устно уравнения:

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x = 3, x = 4 \quad x^2 + 18x + 32 = 0$$

$$x = -16, x = -2 \quad x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$x = -2, x = 7 \quad x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x = -3, x = -2 \quad x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x = 2, x = 6 \quad x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$x = -4, x = -1 \quad x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = -1, x = 6$$

Определение квадратного уравнения.

Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где x - переменная, a, b, c - некоторые числа, причем $a \neq 0$.

Алгоритм решения квадратного уравнения:

Найти число, называемое дискриминантом квадратного уравнения и равное $D=b^2-4ac$.

- если $D < 0$, то данное квадратное уравнение не имеет корней;

- если $D = 0$, то данное квадратное уравнение имеет единственный корень,

который равен $x = -\frac{b}{2a}$

если $D > 0$, то данное квадратное уравнение имеет два корня, которые равны

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a};$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

Решение примера.

$$3x^2 + 9 = 12x - x^2$$

$$3x^2 + 9 - 12x + x^2 = 0$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$D = (-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 144 - 144 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{-12}{8} = \frac{3}{2}$$

Ответ:

$$x = \frac{3}{2}$$

Например решаю квадратное уравнение.

$$3X^2 - 18X + 24 = 0$$

$$\square D_1 = K^2 - ac = 9^2 - 3 \cdot 24 = 72 - 24 = 48 > 0$$

$$\square X_1 = \frac{-K - \sqrt{D_1}}{a} = \frac{9 - 3}{3} = 2$$

$$\square X_2 = \frac{-K + \sqrt{D_1}}{a} = \frac{9 + 3}{3} = 4$$

