Алгебра 8 класс.

Квадратные уравнения

Немного из истории

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне.

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до нашей веры вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения.

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводя только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены. Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилонии, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.

Франсуа Виет

Пусть вспомнится
известный всем
<u>Виет,</u>
открывший формулу
для уравненья.

Теорема Виета.

Если приведенное квадратное уравнение $x^2+px+q=0$ имеет действительные корни, то их сумма равна $-p$, а произведение равно q, то есть

$x_1 + x_2 = -p$,

$x_1 x_2 = q$

(сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену).

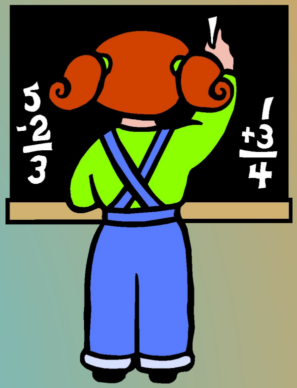
Не верите? Проверьте!

$X^2 – 14X + 24 = 0$

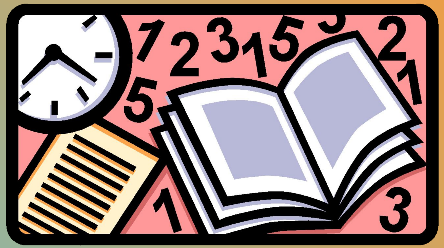
$D=b^2 – 4ac = 196 – 96 = 100$

$X_1 = 2, \; X_2 = 12$

$X_1 + X_2 = 14, \; X_1 \bullet X_2 = 24$



Угадываем корни



$X^2 + 3X – 10 = 0$

$X_1 \cdot X_2 = – 10$, значит корни имеют разные знаки

$X_1 + X_2 = – 3$, значит больший по модулю корень - отрицательный

Подбором находим корни: $X_1 = – 5$, $X_2 = 2$

Игра "Домино"

Реши устно уравнения:

	$x^2 – 7x + 12 = 0$	$x = 3, x = 4$	$x^2 + 18x + 32 = 0$
$x = - 16, x = -2$	$x^2 – 5x – 14 = 0$	$x = -2, x = 7$	$x^2 + 5x + 6 = 0$
$x = -3, x = -2$	$x^2 – 8x + 12 = 0$	$x = 2, x = 6$	$x^2 + 5x + 4 = 0$
$x = -4, x = -1$	$x^2 – 5x – 6 = 0$	$x = -1, x = 6$	

Определение квадратного уравнения.

Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где x - переменная, a, b, c - некоторые числа, причем $a\neq0$.

Алгоритм решения квадратного уравнения:

Найти число, называемое дискриминантом квадратного уравнения и равное $D=b^2-4ac$.

- если $\boldsymbol{D<0}$, то данное квадратное уравнение не имеет корней;

- если $\boldsymbol{D=0}$, то данное квадратное уравнение имеет единственный корень, который равен $x=-\dfrac{b}{2a}$

если $\boldsymbol{D>0}$, то данное квадратное уравнение имеет два корня,которые равны

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a};\qquad x_2=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$$

2).

Решение примера.

$$3x^2 + 9 = 12x - x^2$$

$$3x^2 + 9 - 12x + x^2 = 0$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$D = (-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 144 - 144 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{-12}{8} = \frac{3}{2}$$

Ответ: $x = \frac{3}{2}$

Например решаю квадратное уравнение.

$$3X^2 - 18X + 24 = 0$$

- $D_1 = K^2 - ac = 9^2 - 3 \cdot 24 = 72 = 9 > 0$

- $X_1 = \dfrac{-\kappa - \sqrt{D_1}}{a} = \dfrac{9-3}{3} = 2$

- $X_2 = \dfrac{-K + \sqrt{D_1}}{a} = \dfrac{9+3}{3} = 4$