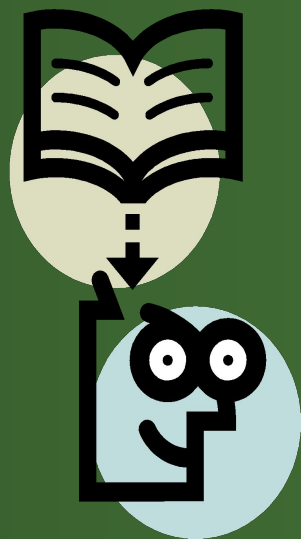


ЛОГАРИФМЫ И ИХ СВОЙСТВА.

Возведение в степень имеет два обратных действия. Если

$$a^x = b, \quad (1)$$

то отыскание a есть одно обратное действие – извлечение корня;
нахождение же b – другое,



логарифмирование.

Для чего были придуманы
логарифмы ?

Конечно, для ускорения и упрощения
вычислений.

Дальше



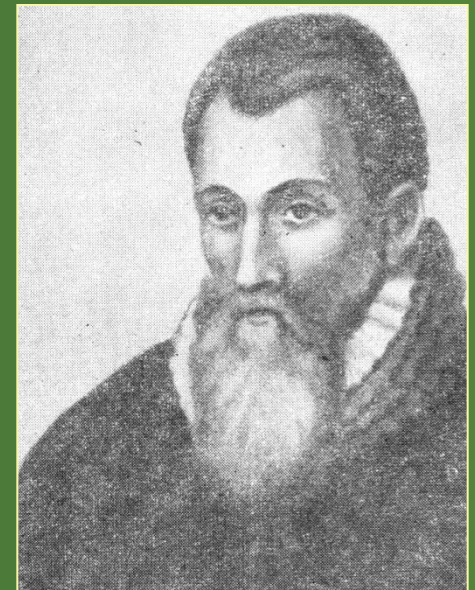
Изобретатель первых логарифмических таблиц,
Непер, так говорил о своих побуждениях:

Непер

«Я старался, насколько мог и умел, отделаться от трудности и скуки вычислений, докучность которых обычно отпугивает весьма многих от изучения математики».

Современник Непера, Бригг, прославившийся позднее изобретением десятичных логарифмов, писал, получив сочинение Непера:

«Своими новыми и удивительными логарифмами Непер заставил меня усиленно работать и головой и руками. Я надеюсь увидеть его летом, так как никогда не читал книги, которая нравилась бы мне больше и приводила бы в большее изумление».



Дальше



Бригг осуществил свое намерение и направился в Шотландию, чтобы посетить изобретателя логарифмов. При встрече Бригг сказал:

«Милорд, я предпринял это долгое путешествие только для того, чтобы видеть Вашу особу и узнать, с помощью какого инструмента разума и изобретательности Вы пришли впервые к мысли об этом превосходном пособии для астрономов, а именно – логарифмах; но, милорд, после того, как Вы нашли их, я удивляюсь, почему никто не нашел их раньше, настолько легкими они кажутся после того, как о них узнаёшь».

Великий математик говорил об астрономах, так как им приходится делать особенно сложные и утомительные вычисления. Но слова его с полным правом могут быть отнесены ко всем вообще, кому приходится иметь дело с числовыми выкладками.

Дальше



О П Р Е Д Е Л Е Н И Е .

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести основание a , чтобы получить b (где $a > 0$, $a \neq 1$).

Вспомните уравнение из первого слайда: $a^x = b$

Мы оговорили, что нахождение b – логарифмирование. Математики договорились записывать это так:

$\text{Log}_a b = x$
(читается: «логарифм b по основанию a »).

Например,

$$\log_5 25 = 2, \text{ так как } 5^2 = 25.$$

$$\text{Log}_4 (1/16) = -2, \text{ так как } 4^{-2} = 1/16.$$

$$\text{Log}_{1/3} 27 = -3, \text{ так как } (1/3)^{-3} = 27.$$

$$\text{Log}_{81} 9 = 1/2, \text{ так как } 81^{1/2} = 9.$$

Дальше



Вычислить:

$$\text{Log}_2 16;$$

$$\text{Log}_2 1 ;$$

$$\text{Log}_3 27;$$

$$\text{Log}_3 1;$$

$$\text{Log}_{1/2} 1/32;$$

$$\text{Log}_{0/5} (1/2);$$

$$\log_2 64;$$

$$\log_2 (1/2);$$

$$\log_3 81;$$

$$\log_3 (1/9);$$

$$\log_{1/2} 4;$$

$$\log_{0,5} 1;$$

$$\log_2 2;$$

$$\log_2 (1/8);$$

$$\log_3 3;$$

$$\log_3 (1/3);$$

$$\log_{0,5} 0,125;$$

$$\log_{1/2} 2.$$

Дальше



Сравните со своими ответами !

Таблица ответов.

$\text{Log}_2 16;$	$\log_2 64;$	$\log_2 2;$
$\text{Log}_2 1 ;$	$\log_2 (1/2);$	$\log_2 (1/8);$
$\text{Log}_3 27;$	$\log_3 81;$	$\log_3 3;$
$\text{Log}_3 1;$	$\log_3 (1/9);$	$\log_3 (1/3);$
$\text{Log}_{1/2} 1/32;$	$\log_{1/2} 4;$	$\log_{0,5} 0,125;$
$\text{Log}_{0,5} (1/2);$	$\log_{0,5} 1;$	$\log_{1/2} 2.$

4	6	1
0	-1	-3
3	4	1
0	-2	-1
5	-2	3
1	0	-1

Если Вы всё выполнили верно, перейдите к слайду 8. Если выполнили с ошибками – перейдите к слайду 7.

К слайду 7



К слайду 8



Правильное решение примеров 1 столбца:

$$\text{Log}_2 16 = 4, \text{ так как } 2^4 = 16.$$

$$\text{Log}_2 1 = 0, \text{ так как } 2^0 = 1.$$

$$\text{Log}_3 27 = 3, \text{ так как } 3^3 = 27.$$

$$\text{Log}_{1/2} 1/32 = 5, \text{ так как } (1/2)^5 = 1/32.$$

$$\text{Log}_{0,5} (1/2) = 1, \text{ так как } (0,5)^1 = (1/2)^1 = 1/2.$$

Проверьте 2 и 3 столбец, исправьте ошибки самостоятельно.
Если появились вопросы – обратитесь к учителю.

Назад к ответам



Дальше



Определение логарифма можно записать так:

$$a^{\log_a b} = b$$

Это равенство справедливо при $b > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$. Его обычно называют **основным логарифмическим тождеством**.

Например: $2^{\log_2 6} = 6$; $3^{-2 \log_3 5} = (3^{\log_3 5})^{-2} = 5^{-2} = 1/25$.

Вычислите:

$$3^{\log_3 18};$$

$$3^{5 \log_3 2};$$

$$5^{\log_5 16};$$

$$0,3^{2 \log_{0,3} 6};$$

$$10^{\log_{10} 2};$$

$$(1/4)^{\log_{(1/4)} 6};$$

$$8^{\log_2 5};$$

$$9^{\log_3 12}.$$

Дальше



Сравните со своими ответами !

Таблица ответов:

$$3^{\log_3 18};$$

$$3^{5 \log_3 2};$$

$$5^{\log_5 16};$$

$$0,3^{2 \log_{0,3} 6};$$

$$10^{\log_{10} 2};$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{(1/4)} 6};$$

$$8^{\log_2 5};$$

$$9^{\log_3 12}.$$

18	32
16	36
2	6
125	144

Если Вы выполнили всё правильно, перейдите к слайду 11.
Если выполнили с ошибками, откройте слайд 10 и разберите решение.

К слайду 10

К слайду 11



Правильное выполнение некоторых заданий.

По основному логарифмическому тождеству $3^{\log_3 18} = 18$

$$8 \log_2 5 = (2^3) \log_2 5 = 2^{3 \log_2 5} = (2^{\log_2 5})^3 = 5^3 = 125$$

$$0,3^{2 \log_{0,3} 6} = 0,3^{\log_{0,3} 6^2} = 0,3^{\log_{0,3} 36} = 36.$$

Остальные задания проверьте ещё раз самостоятельно. Если появился вопрос – обратитесь к учителю.

Назад к ответам



Дальше



СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ.

$$\text{Log}_a 1 = 0; \log_a a = 1; \log_a (1/a) = -1; \log_a a^m = m;$$

$$\text{Log}_a^m a = 1/m.$$

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Логарифм произведения:

$$\text{Log}_c (ab) = \log_c a + \log_c b.$$

Логарифм частного:

$$\text{Log}_c (a/b) = \log_c a - \log_c b.$$

Логарифм степени:

$$\text{Log}_c a^k = k \log_c a.$$

Переход к новому
основанию:

$$\text{Log}_b a = \log_c a / \log_c b.$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

$$\text{Log}_a b = 1 / \log_b a,$$

$$\text{Log}_a^m b^n = n/m (\log_a b).$$

Дальше



Приведем примеры применения формул:

$$1) \log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 (18 \cdot 2) = \log_6 36 = 2$$

$$2) \log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} (48/4) = \log_{12} 12 = 1$$

А здесь выполните вычисления самостоятельно:

$$\log_{10} 5 + \log_{10} 2;$$

$$\log_{12} 2 + \log_{12} 72;$$

$$\log_2 15 - \log_2 (15/16);$$

$$\log_{1/3} 54 - \log_{1/3} 2;$$

$$\log_5 75 - \log_5 3;$$

$$\log_8 (1/16) - \log_8 32;$$

$$\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20;$$

$$\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10;$$

Дальше



Примеры выполнения некоторых заданий... и таблица ответов:

$$\log_{10} 5 + \log_{10} 2 = \log_{10} (5 \cdot 2) = \log_{10} 10 = 1$$

$$\log_{1/3} 54 - \log_{1/3} 2 = \log_{1/3} (54/2) = \log_{1/3} 27 = -3$$

$$\begin{aligned} \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20 &= \log_8 (12/15) + \log_8 20 = \\ &= \log_8 (4/5 \cdot 20) = \log_8 16 = 2 \end{aligned}$$

1

2

4

-3

2

-3

4/3

3/2

Остальные задания проверьте самостоятельно. Если появился вопрос, обратитесь к учителю.

Дальше



* Вычислите :

$$\log_{\sqrt{2}}\left(\sin \frac{\pi}{8}\right) + \log_{\sqrt{2}}\left(\cos \frac{\pi}{8}\right);$$

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(\cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6}\right) + \log_{\frac{1}{2}}\left(\cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6}\right);$$

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_{\frac{1}{2}}\left(\cos \frac{\pi}{12}\right).$$

После выполнения этого задания обратитесь к учителю.

дальше



Домашнее задание.

Если со всеми предложенными заданиями Вы справились без ошибок, то Ваше домашнее задание:

п.37, № 489, № 490, № № 495(б,в), №496(б,в,г).

Если при выполнении предложенных заданий Вы испытывали затруднения и не смогли всё выполнить правильно, то Ваше домашнее задание:

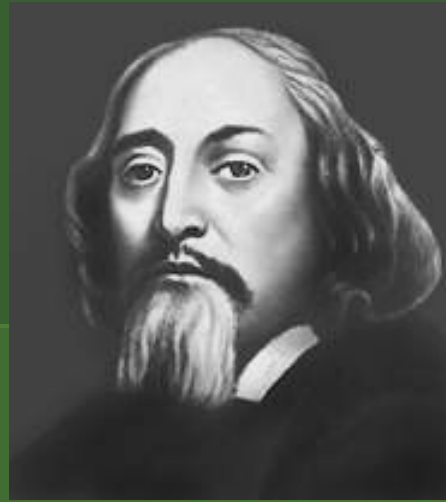
п.37, № 476, № 483(б,в), № 488, № 495(б,в).

К началу



Дальше





« СЧИТАЙ НЕСЧАСТНЫМ ТОТ ДЕНЬ ИЛИ ЧАС, В КОТОРЫЙ ТЫ НЕ УСВОИЛ НИЧЕГО НОВОГО И НИЧЕГО НЕ ПРИБАВИЛ К СВОЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ.»

Я. А. КОМЕНСКИЙ.

Дальше



СПАСИБО ЗА УРОК!