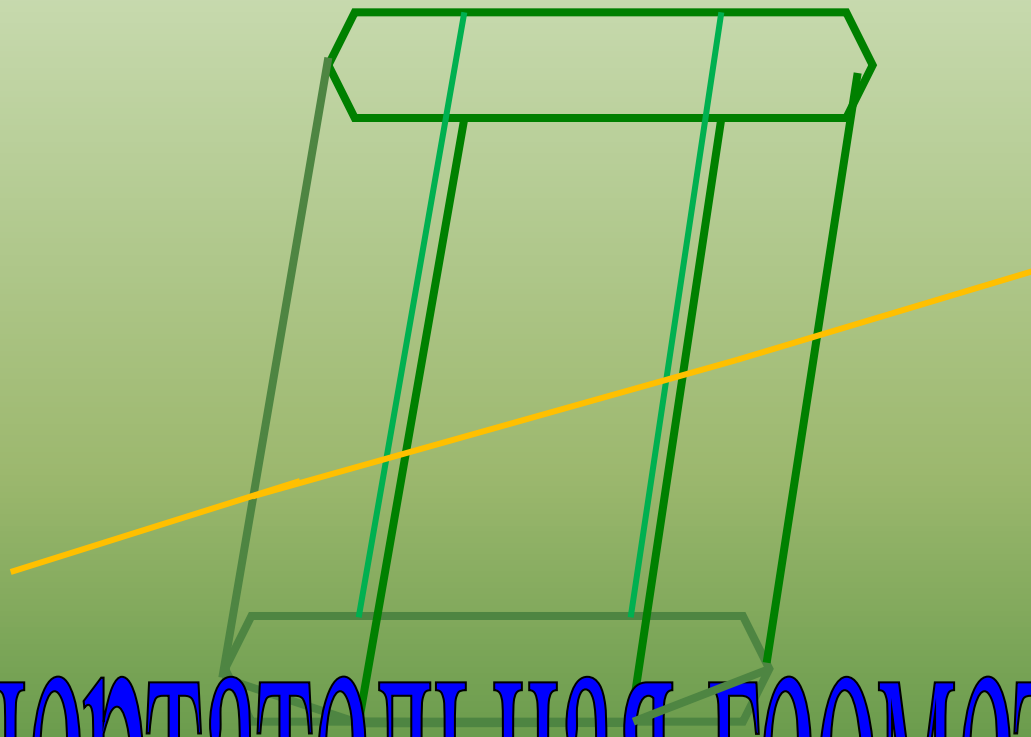


*Демонстративно – методическое пособие
по решению типовых задач из курса*



« начертательная геометрия »

МКОУ «СОШ№3» г. Лодейное Поле
Автор учитель технологии и черчения
Василий Владимирович Потников

Оглавление

1.1 ТОЧКА

- Проецирование точки на плоскости проекций
- Точка на комплексном чертеже



1.2 ПРЯМАЯ

- Следы прямой
- Определение истинной величины отрезка прямой и углов наклона прямой к плоскостям проекций



1.3 ПЛОСКОСТЬ

- Следы плоскости
- Пересечение двух плоскостей
- ✓ Плоскости общего положения



✓ Геометрические фигуры

- Точка встречи прямой с плоскостью общего положения , определение видимости прямой относительно плоскости



2 ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА

- Пересечение прямой с геометрическими телами



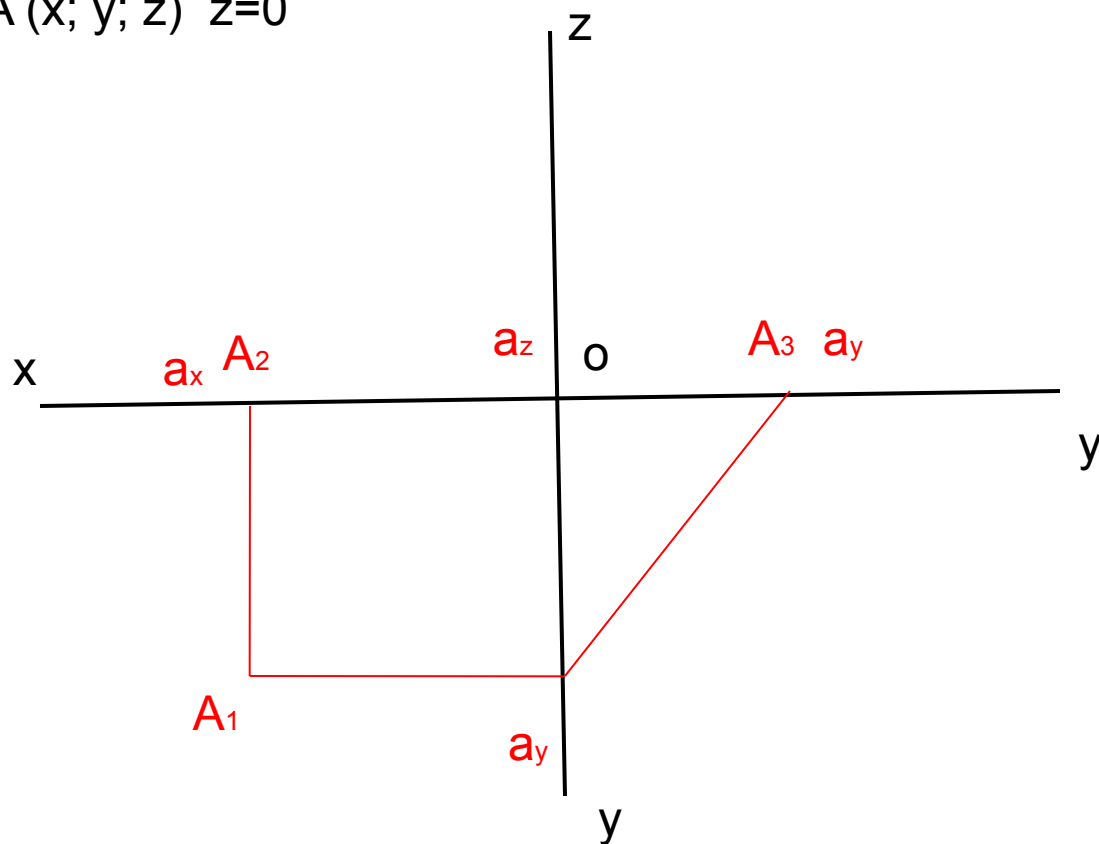
3 ЗАДАЧИ



Точка на плоскости

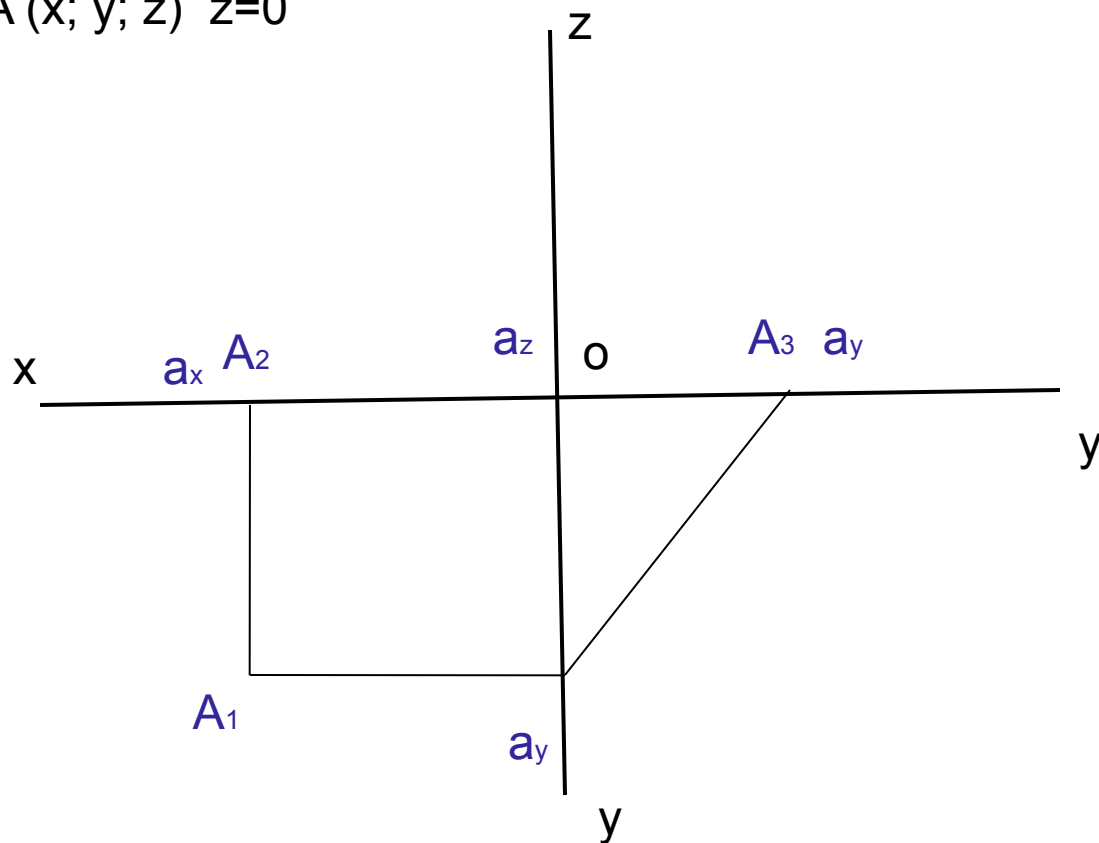
Построить проекции точек с координатами:

$$A(x; y; z) \quad z=0$$



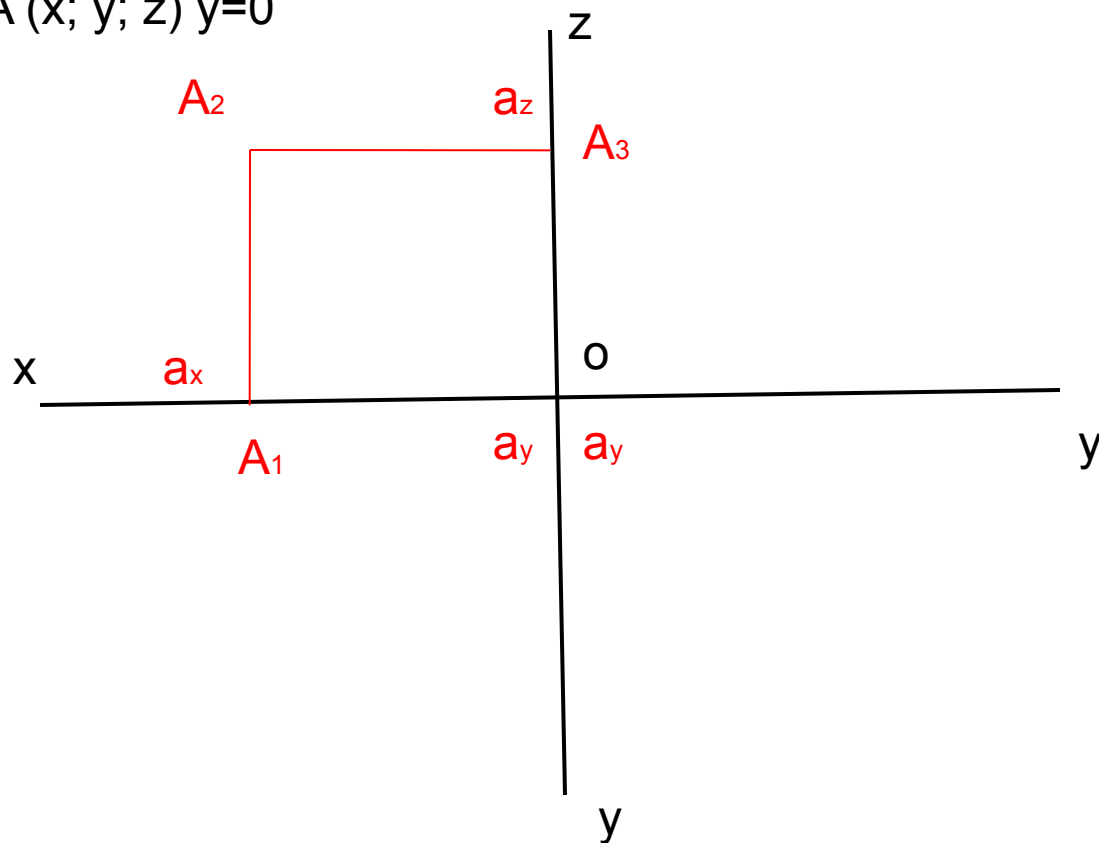
Построить проекции точек с координатами:

$$A(x; y; z) \quad z=0$$



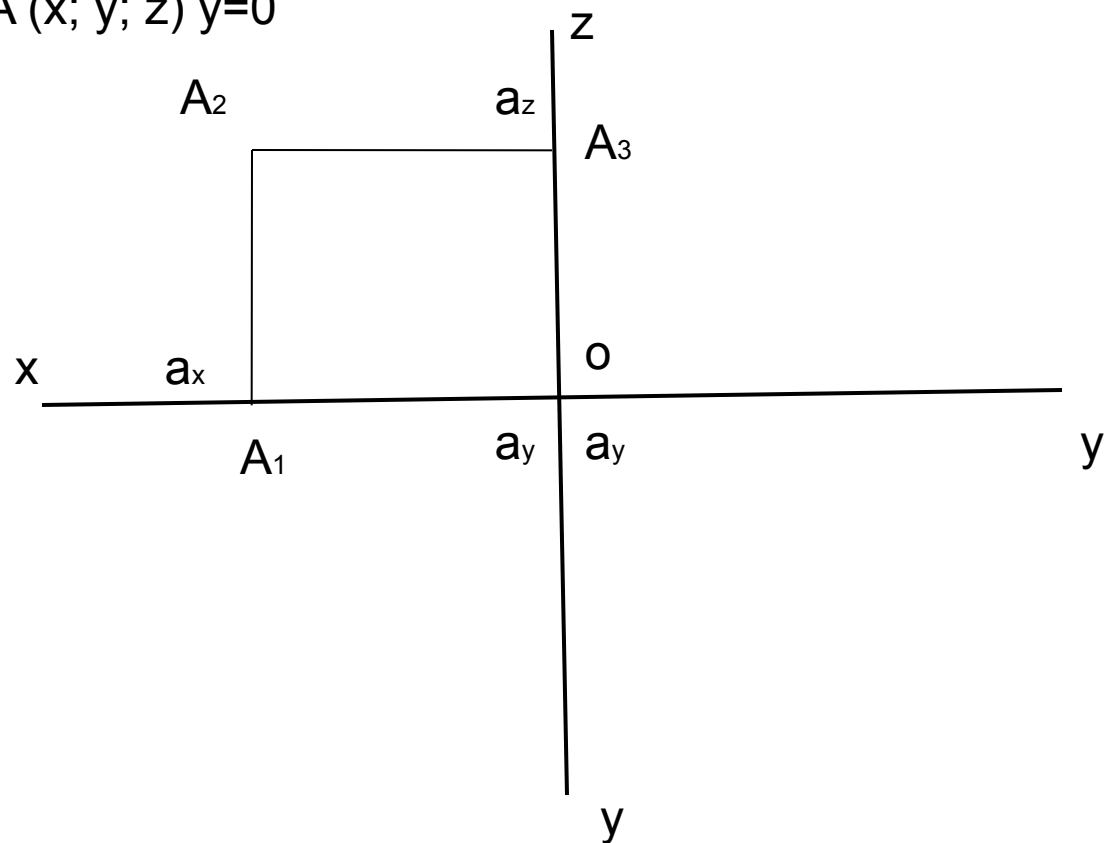
Построить проекции точек с координатами:

$$A(x; y; z) \quad y=0$$



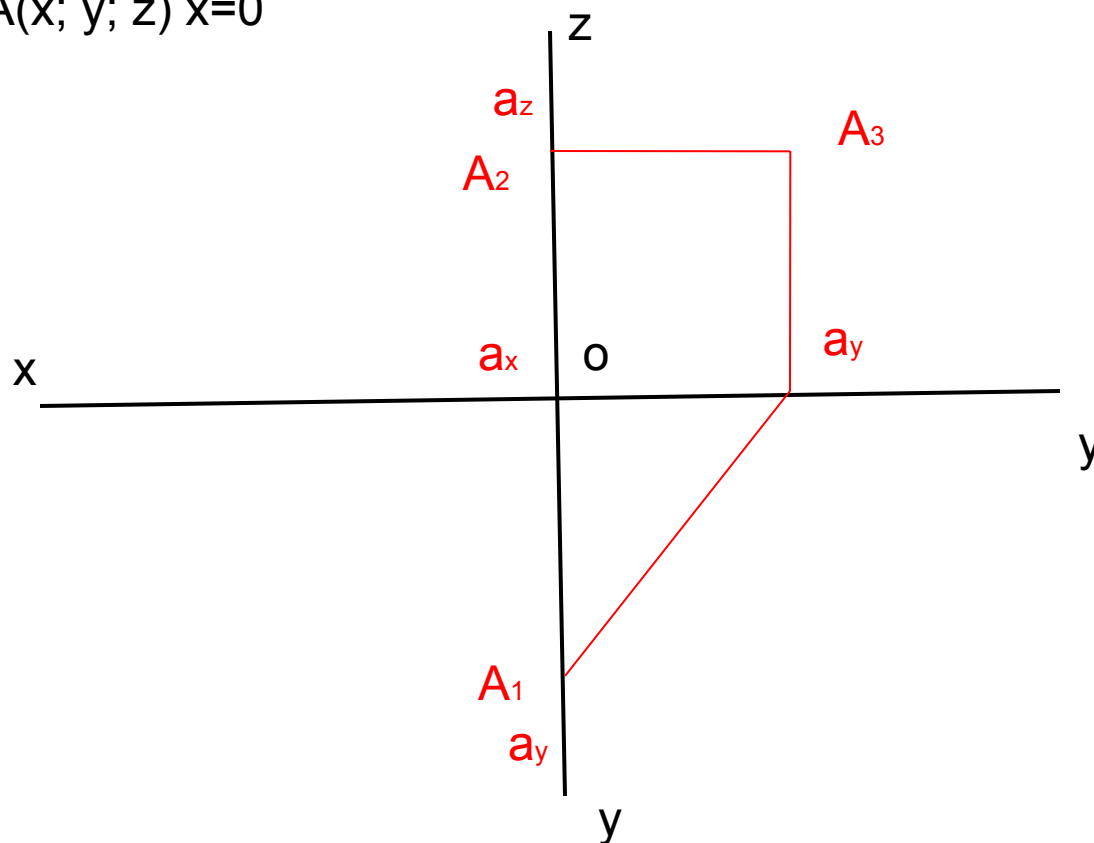
Построить проекции точек с координатами:

$A(x; y; z) \quad y=0$



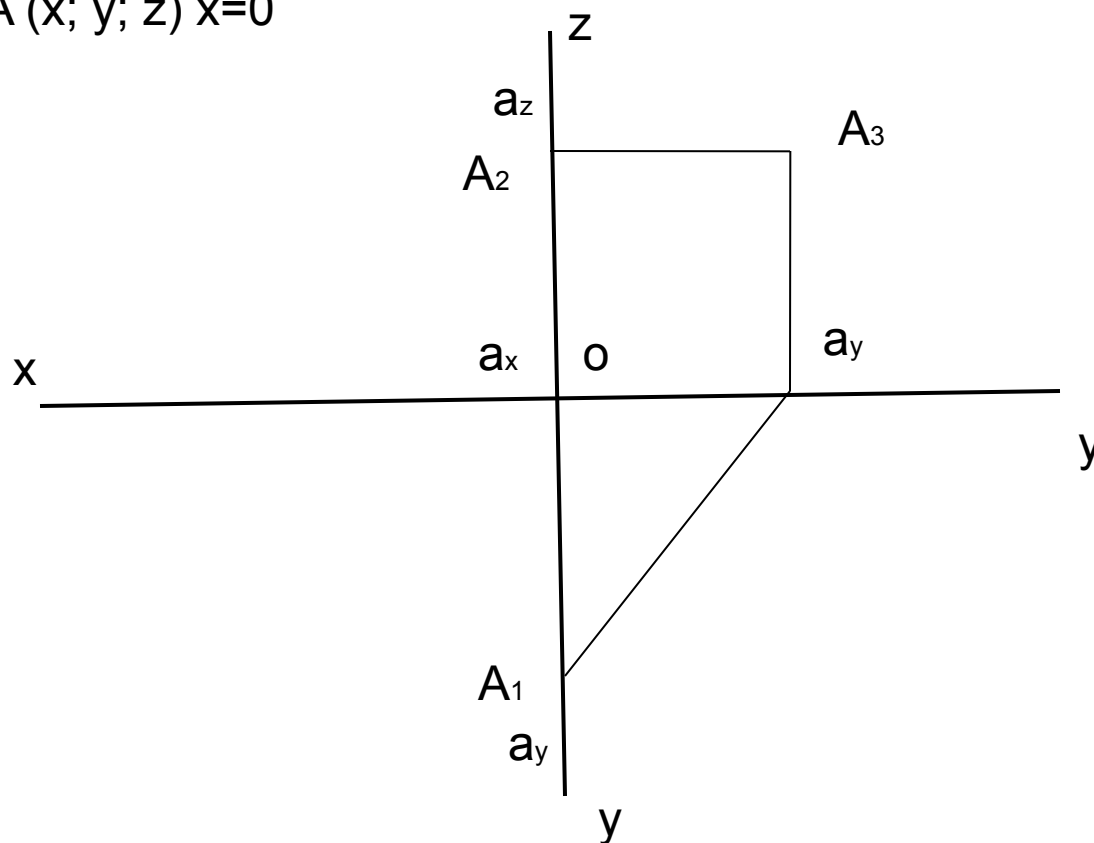
Построить проекции точек с координатами:

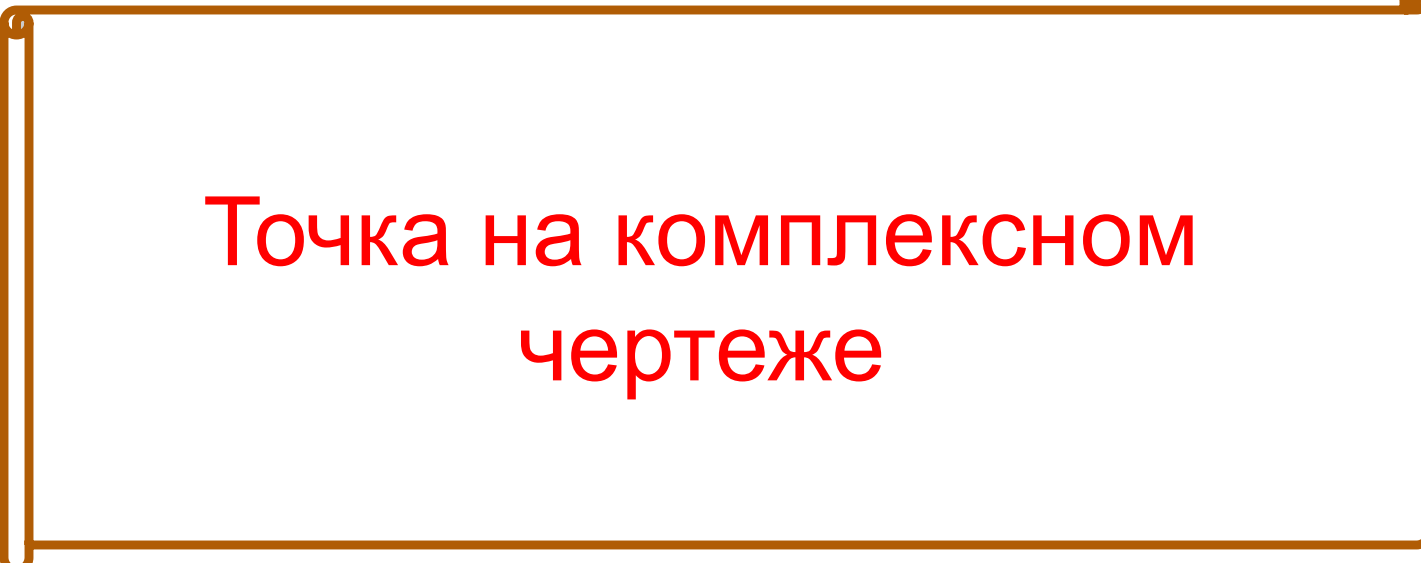
$A(x; y; z) \quad x=0$



Построить проекции точек с координатами:

$A(x; y; z) \quad x=0$

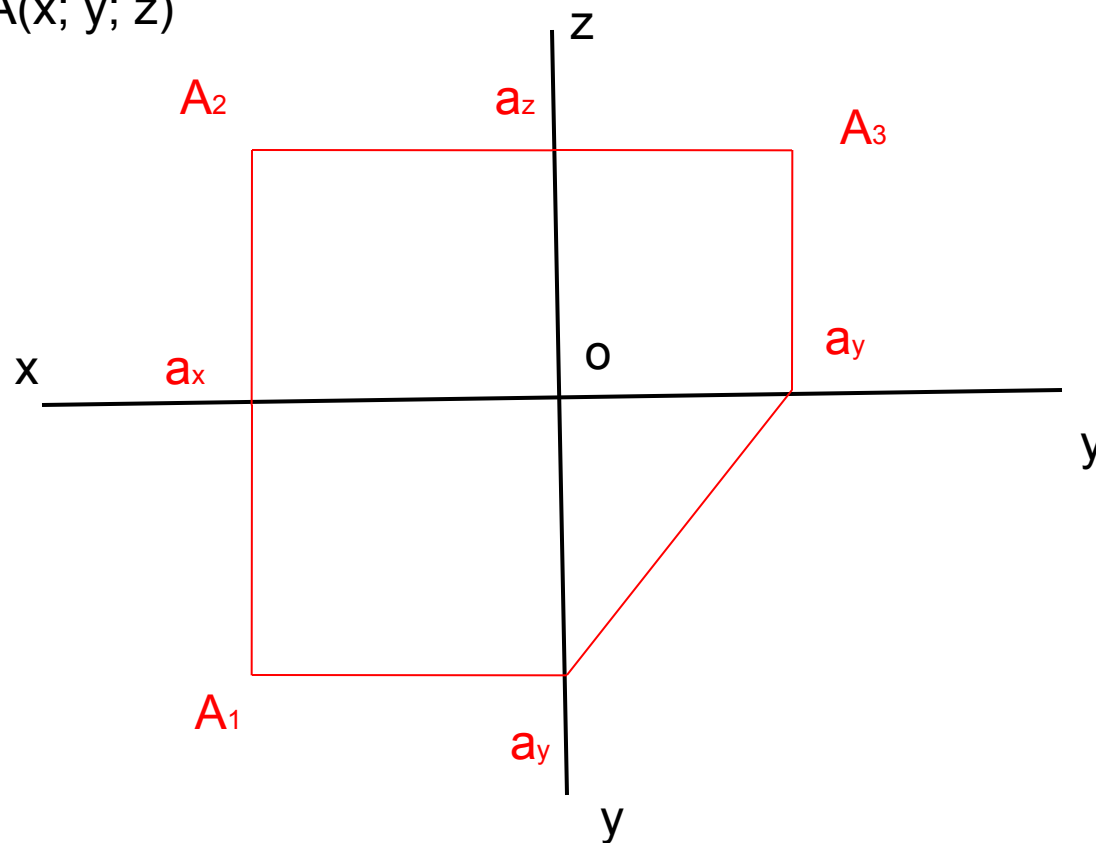




Точка на комплексном чертеже

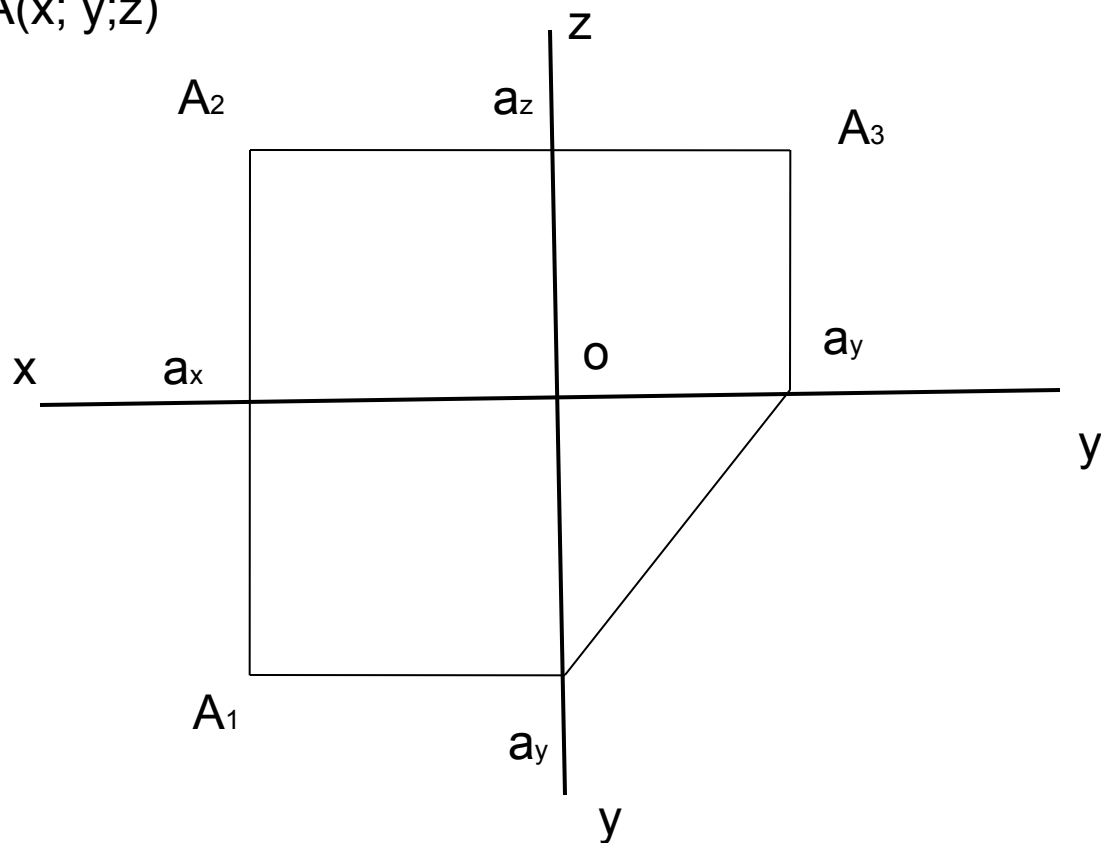
Построить проекции точек с координатами:

$A(x; y; z)$



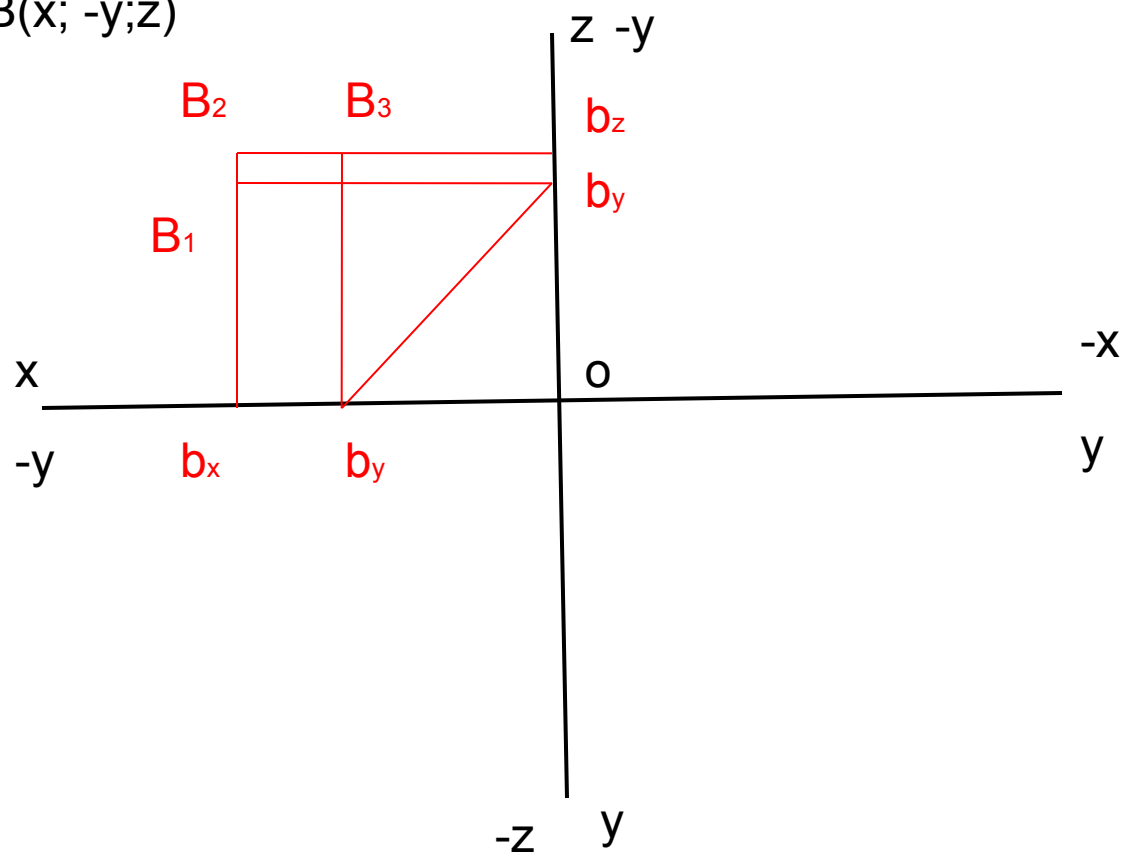
Построить проекции точек с координатами:

$A(x; y; z)$



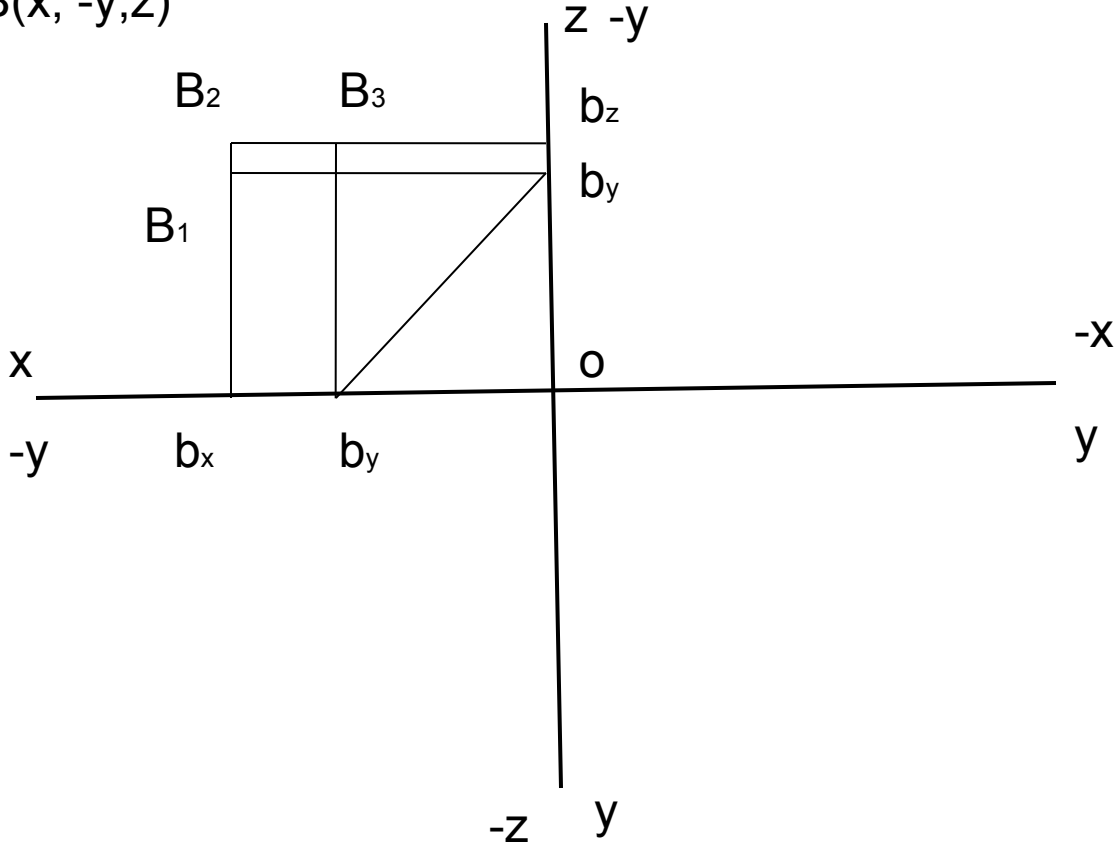
Построить проекции точек с координатами:

$B(x; -y; z)$



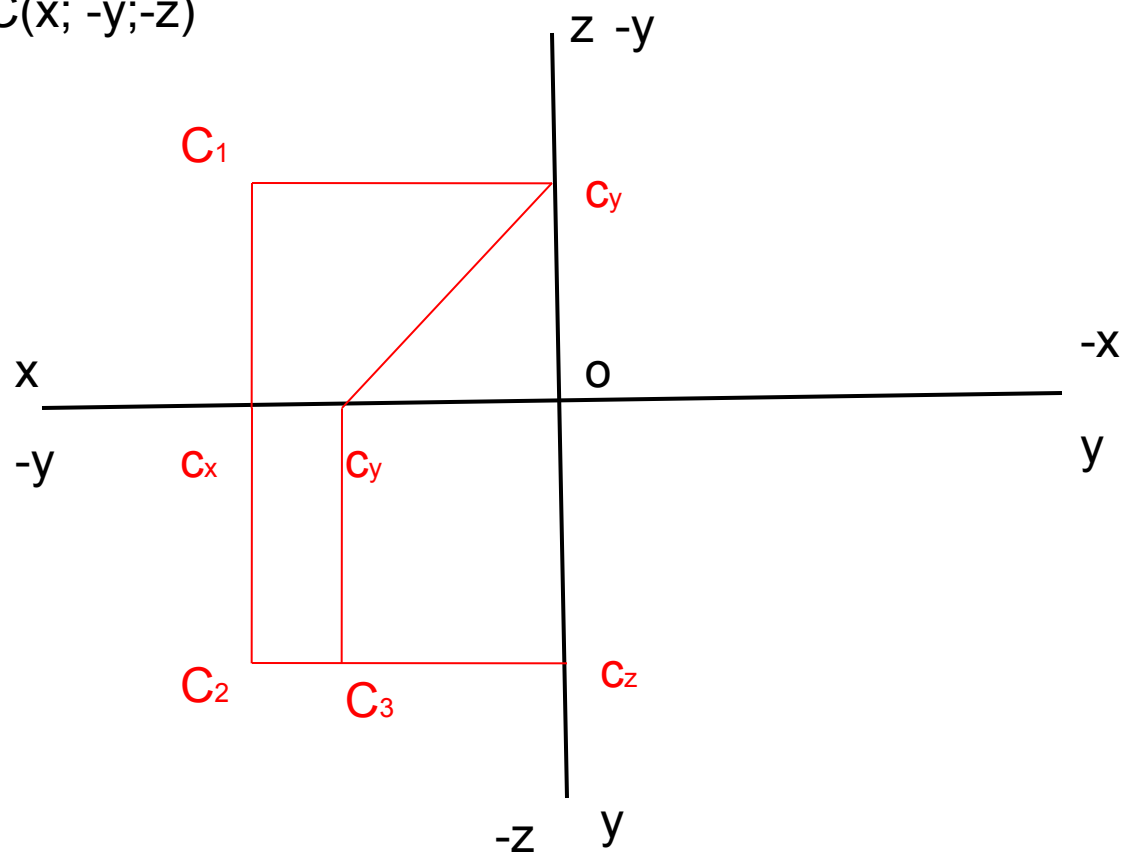
Построить проекции точек с координатами:

$B(x; -y; z)$



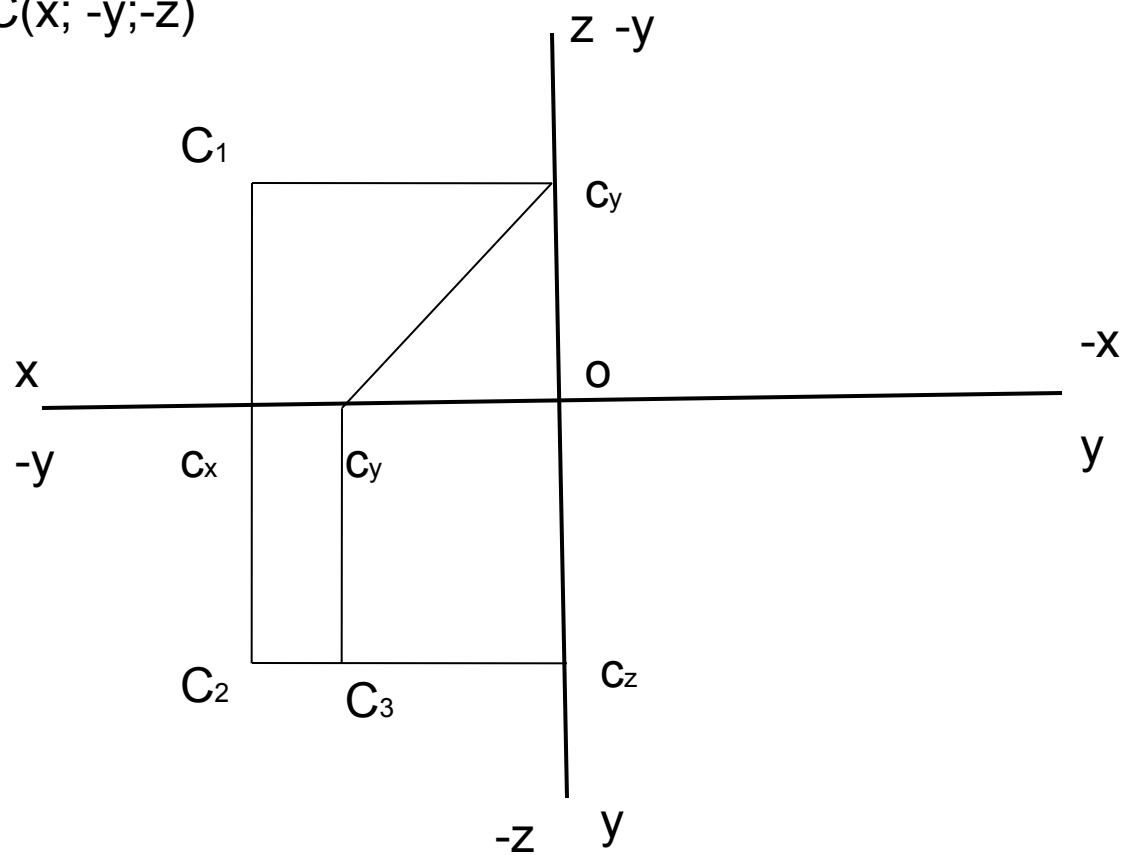
Построить проекции точек с координатами:

$C(x; -y; -z)$



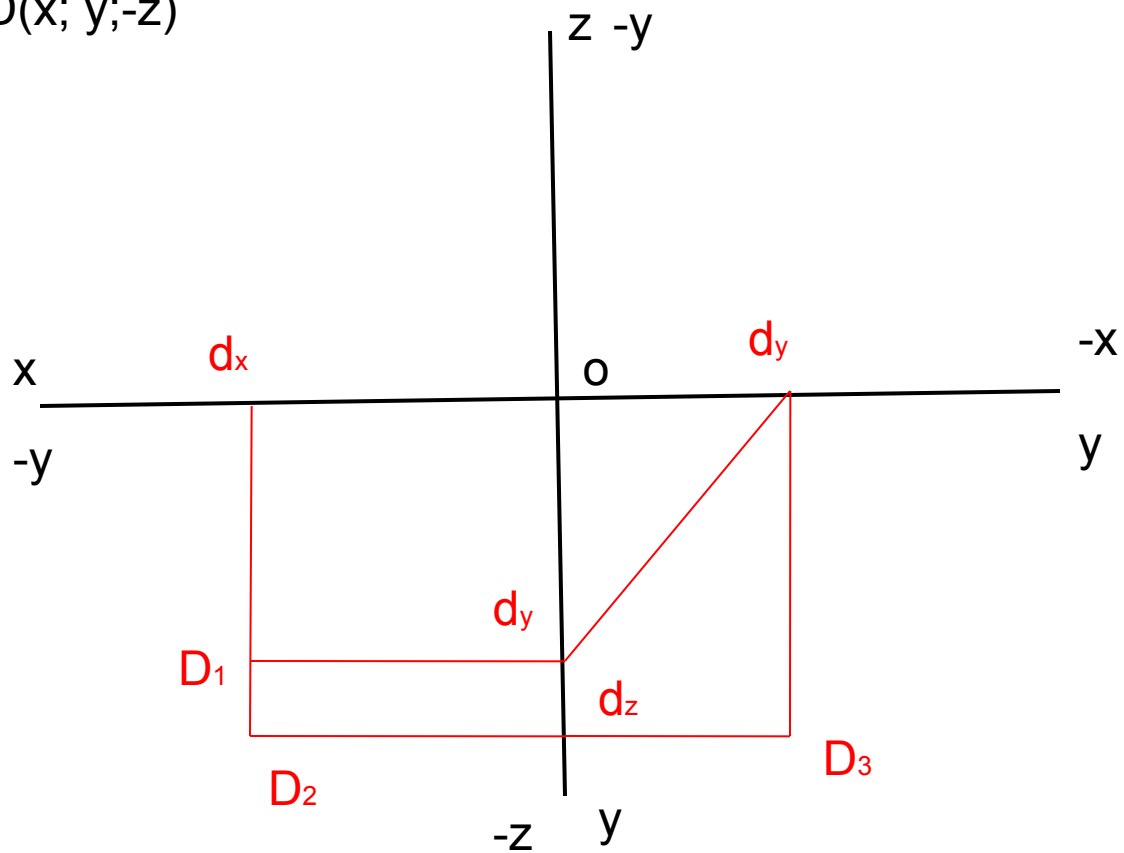
Построить проекции точек с координатами:

$C(x; -y; -z)$



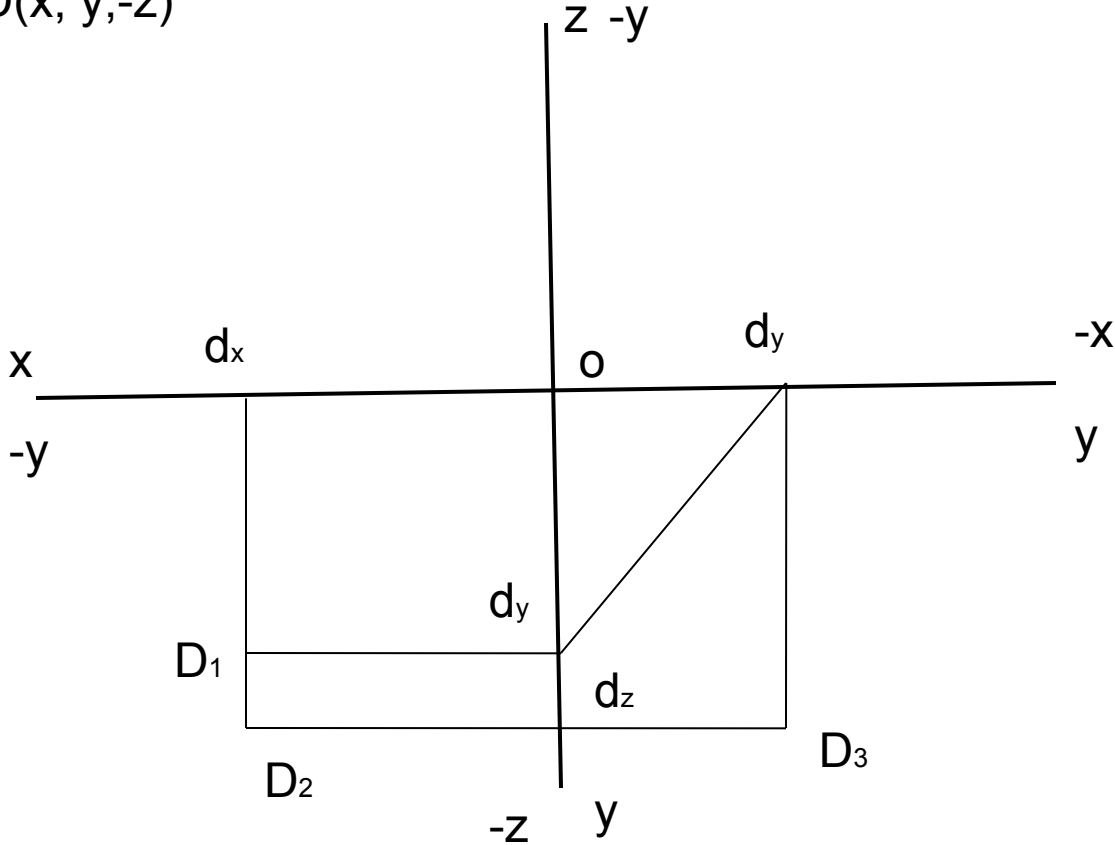
Построить проекции точек с координатами:

$D(x; y; -z)$



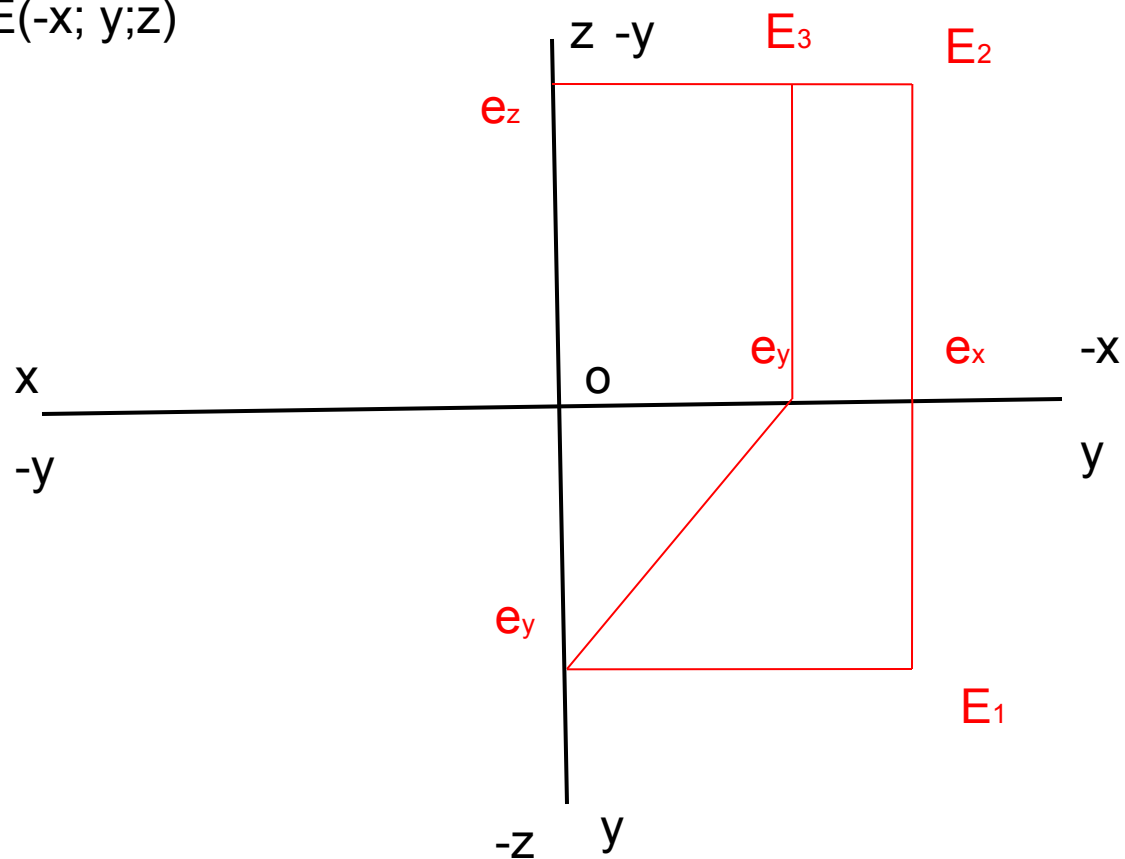
Построить проекции точек с координатами:

$D(x; y; -z)$



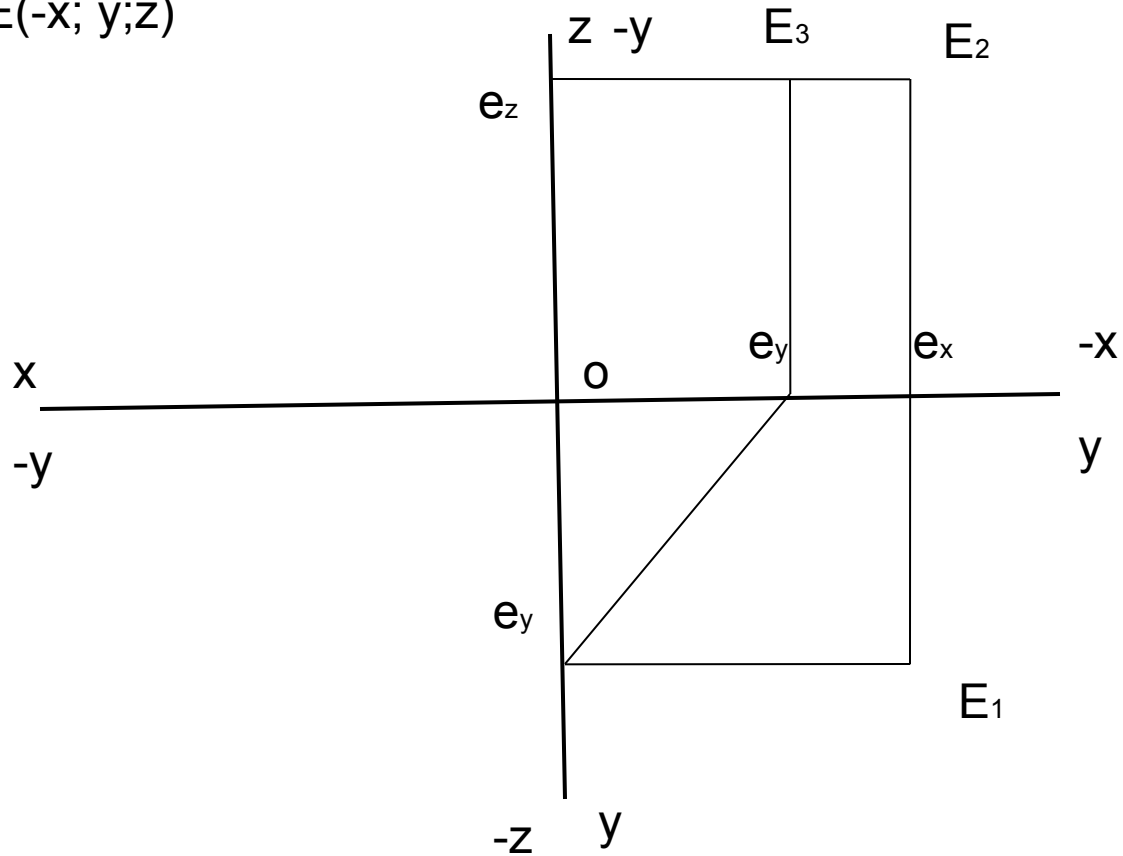
Построить проекции точек с координатами:

$E(-x; y; z)$



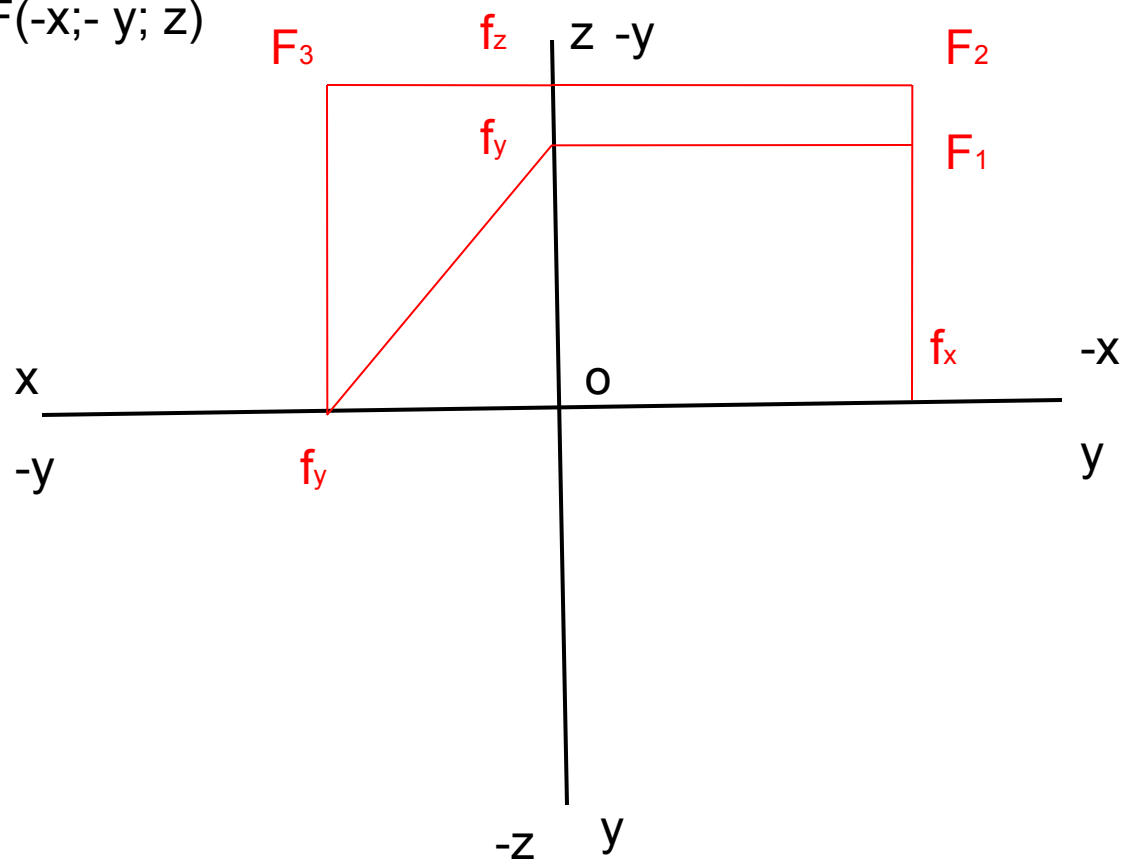
Построить проекции точек с координатами:

$E(-x; y; z)$



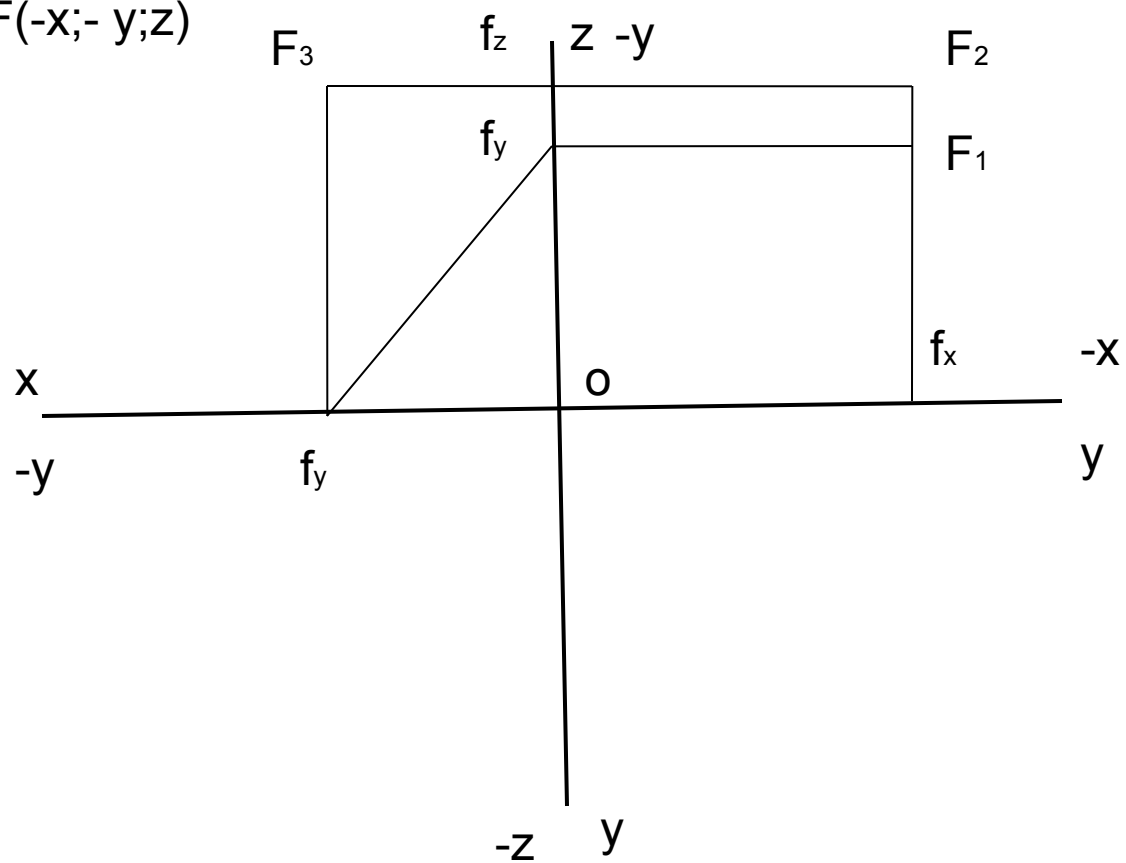
Построить проекции точек с координатами:

$F(-x; -y; z)$



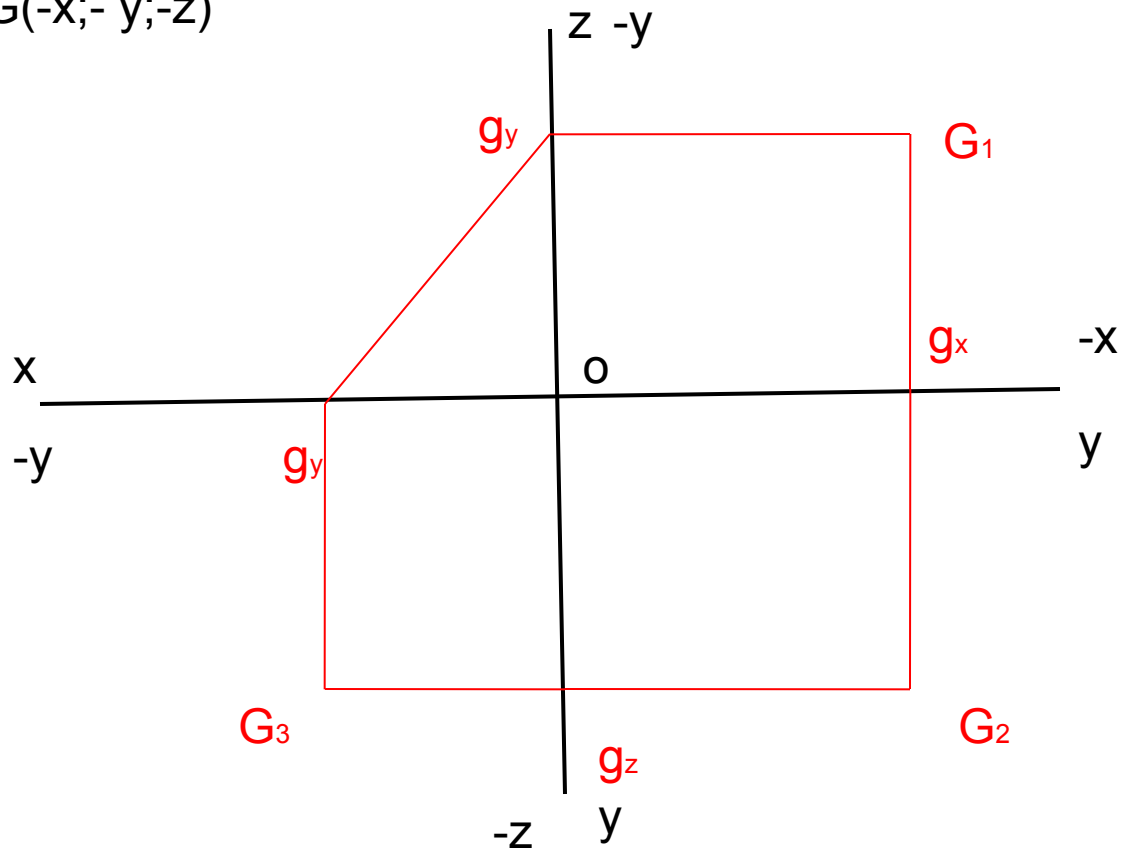
Построить проекции точек с координатами:

$F(-x; -y; z)$



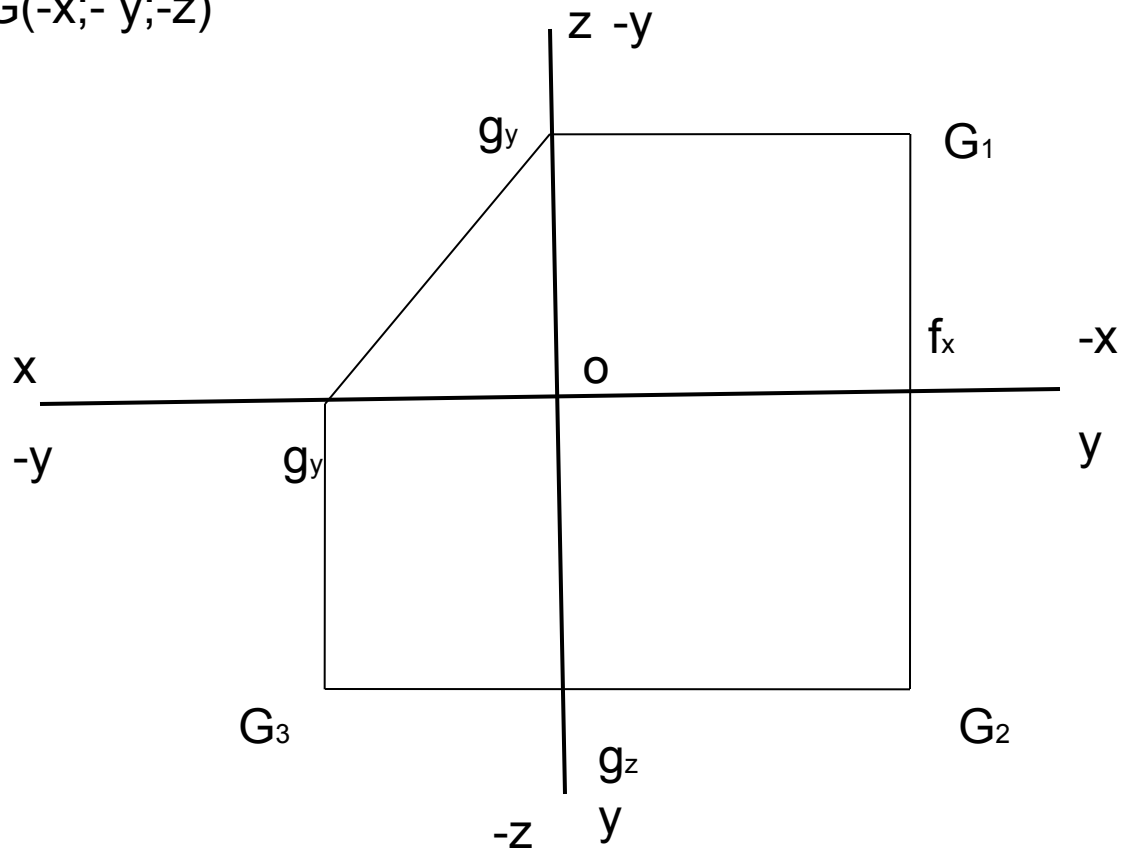
Построить проекции точек с координатами:

$G(-x; -y; -z)$



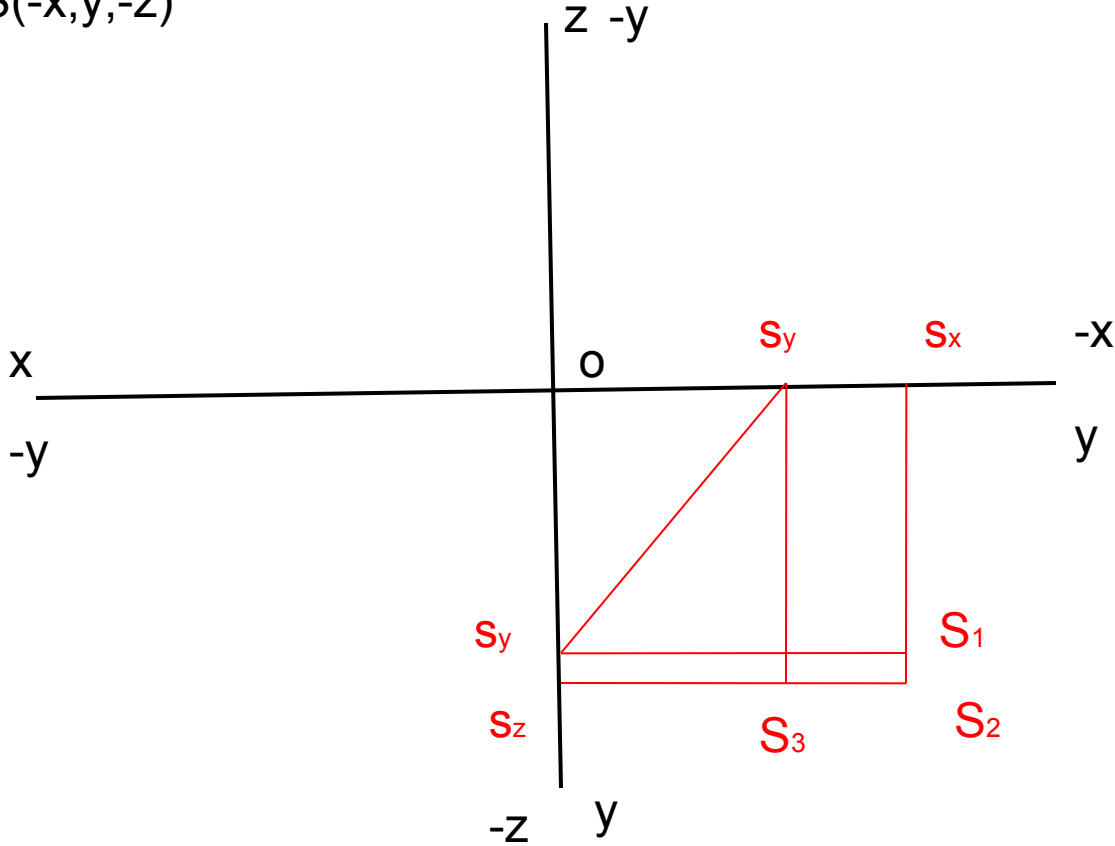
Построить проекции точек с координатами:

$G(-x; -y; -z)$



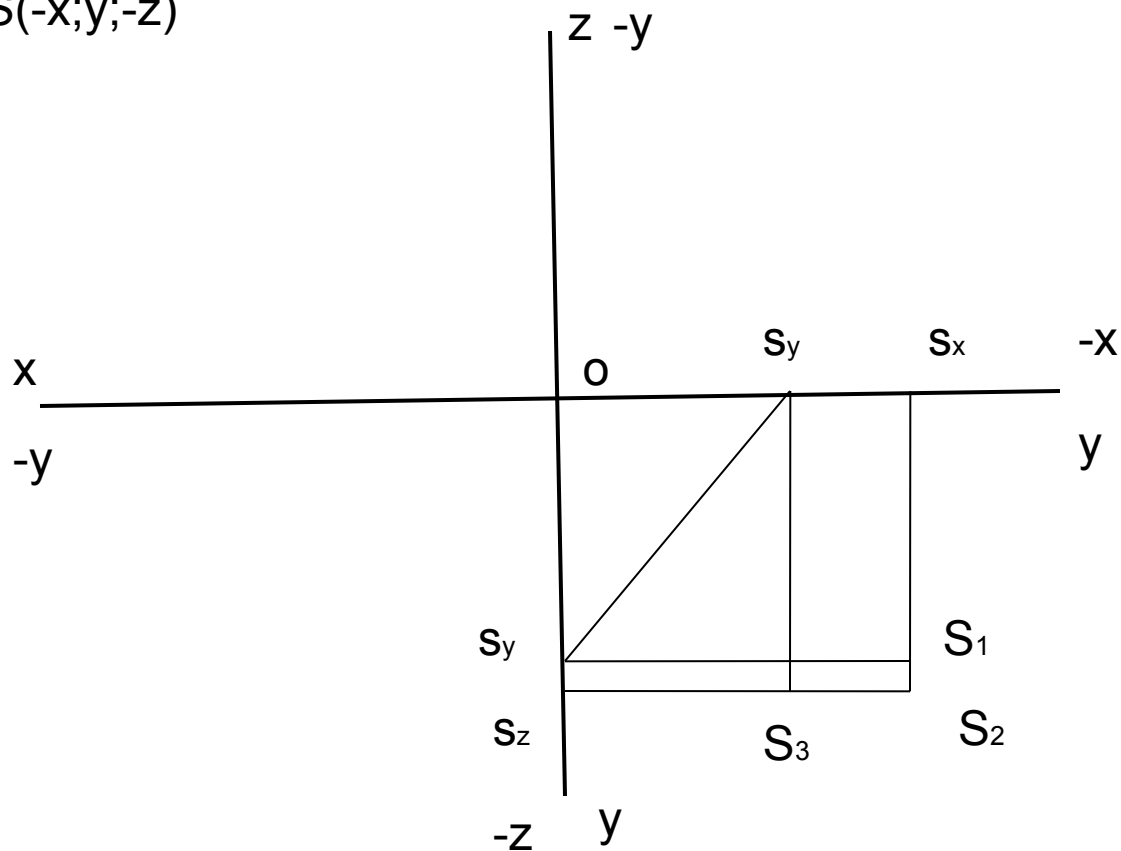
Построить проекции точек с координатами:

$S(-x; y; -z)$



Построить проекции точек с координатами:

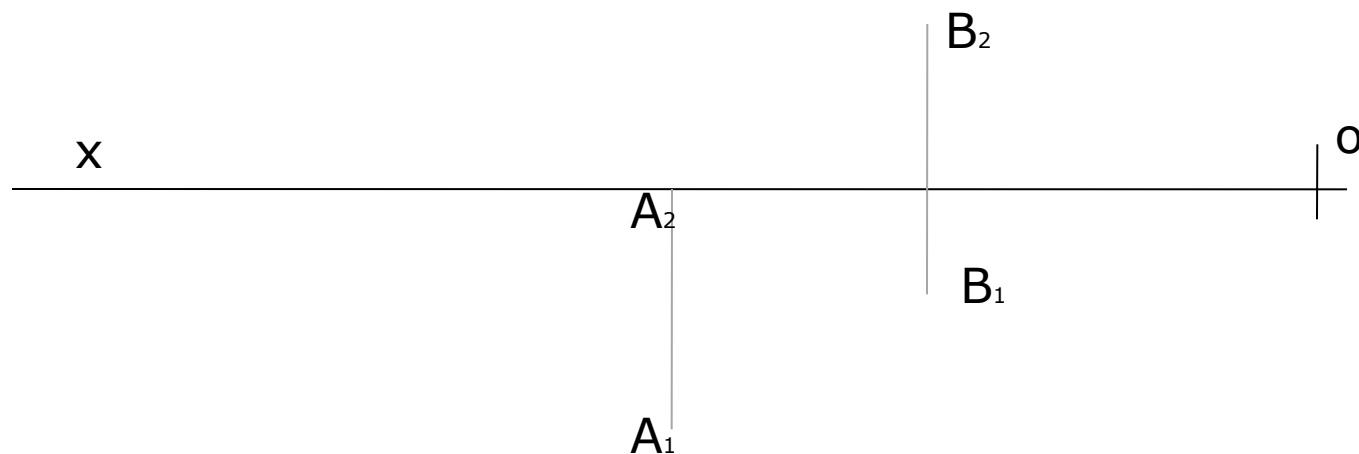
$S(-x; y; -z)$



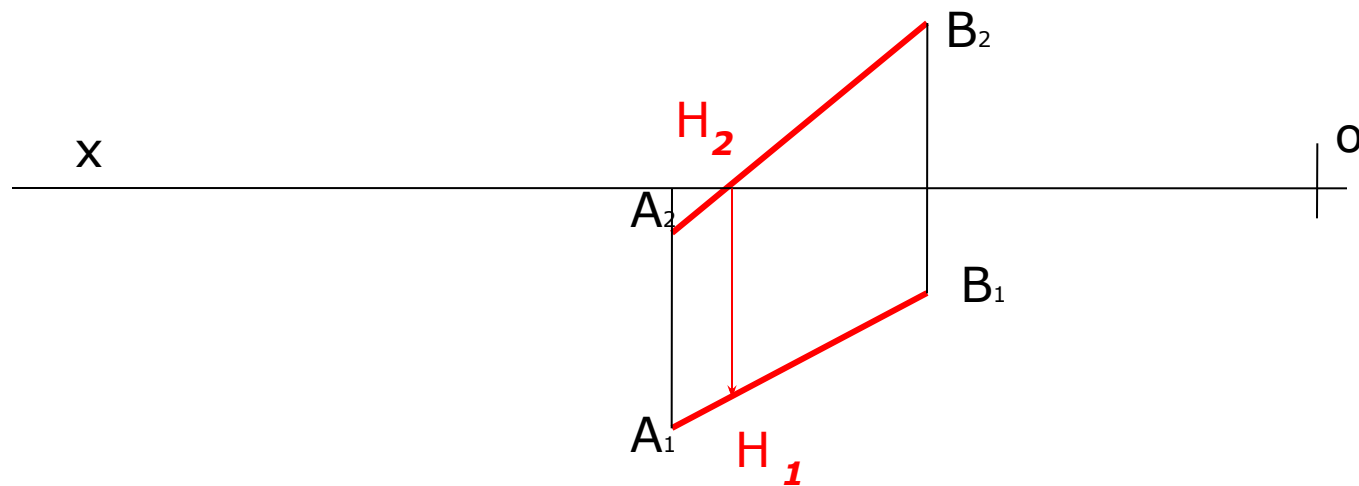


Следы прямой

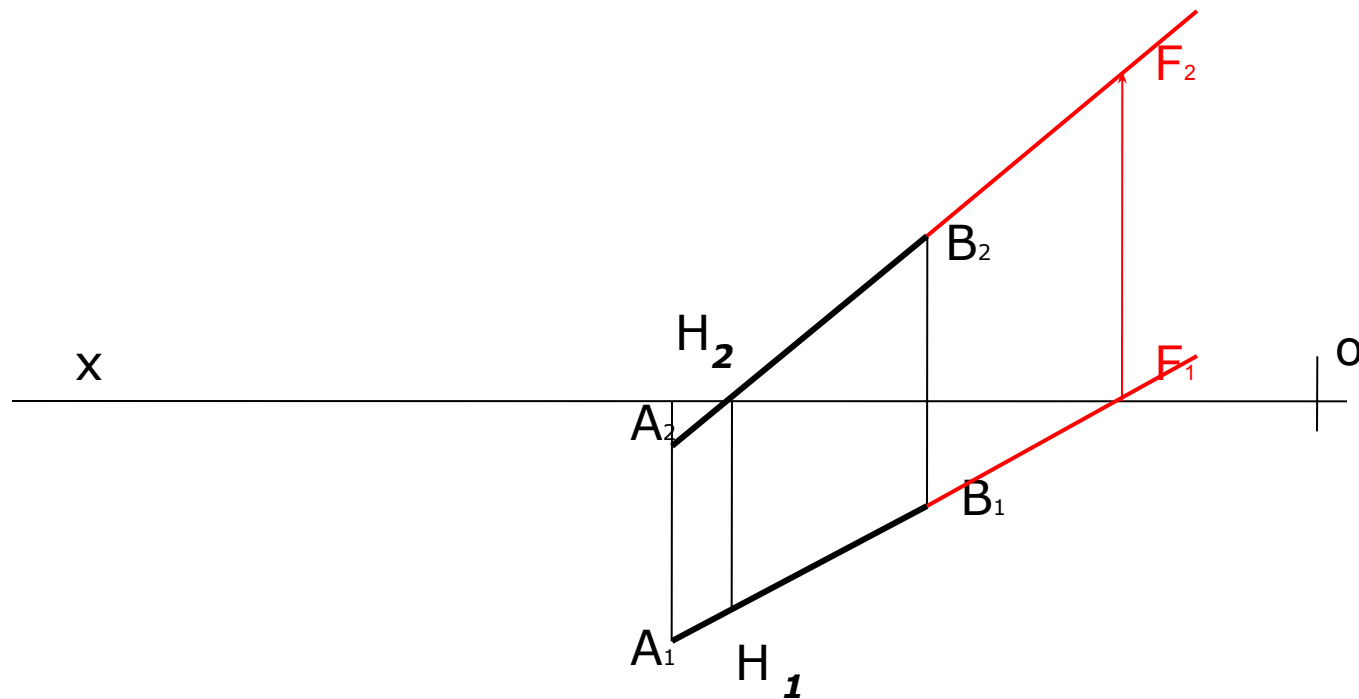
ЗАДАЧА Построить следы прямой AB , показать видимость прямой, дать характеристики положения прямой в пространстве относительно плоскостей проекций.



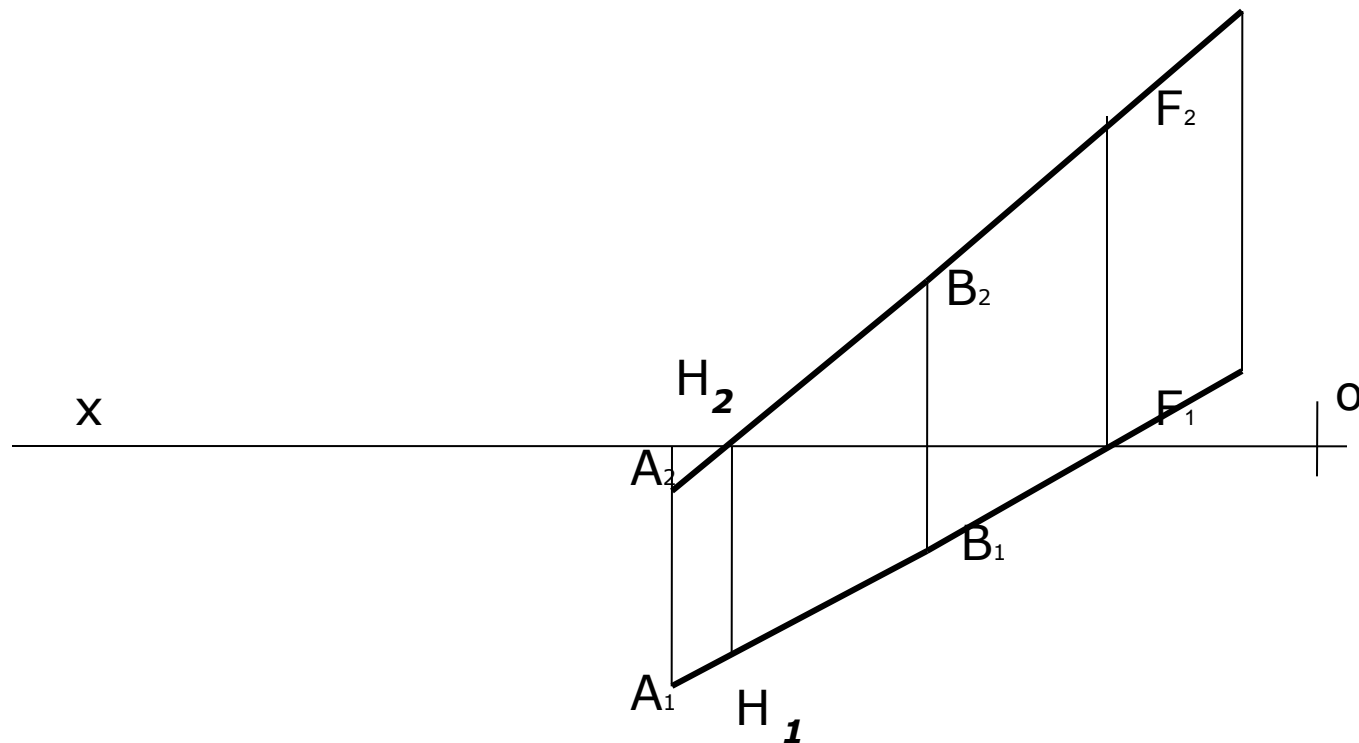
2. Соединить одноименные проекции точек и определить горизонтальный след прямой - точку H ($H_2 H_1$)



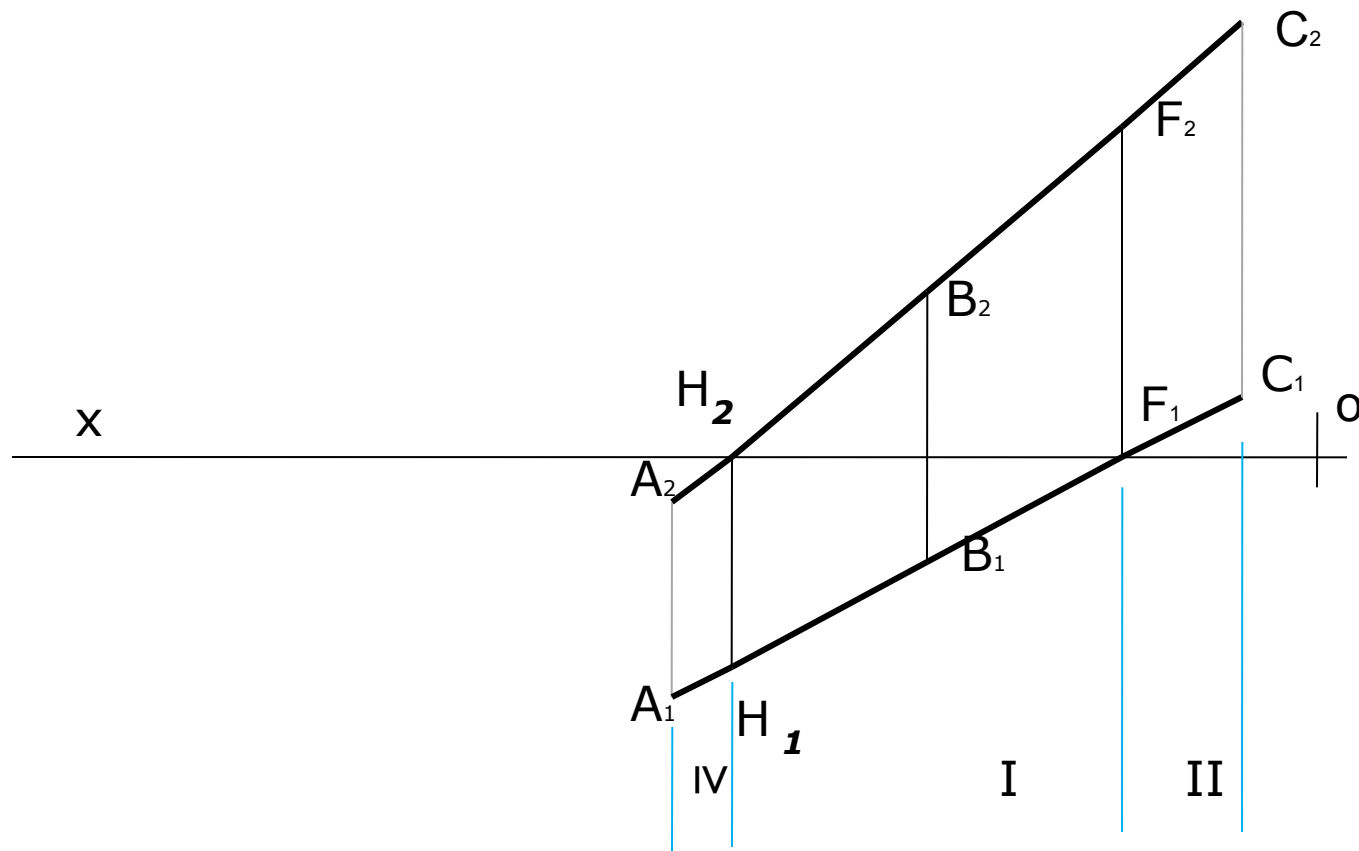
2. Определить фронтальный след прямой AB - точку $F (F_2, F_1)$



**3. Определить характеристики положения прямой в пространстве относительно плоскостей проекций (точка C - произвольная).
Показать видимость прямой**

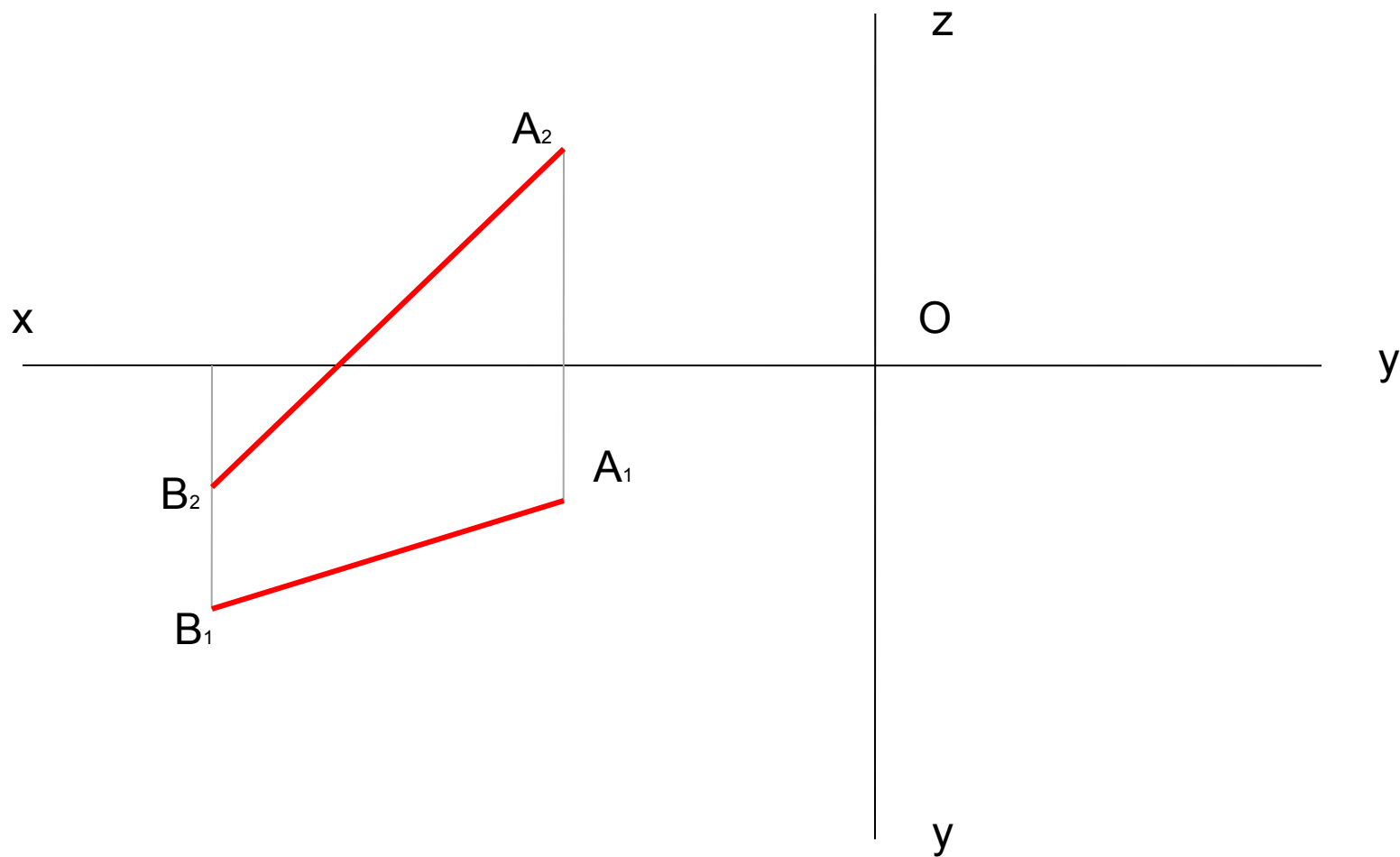


3. Определить характеристики положения прямой в пространстве относительно плоскостей проекций (точка C - произвольная). Показать видимость прямой.

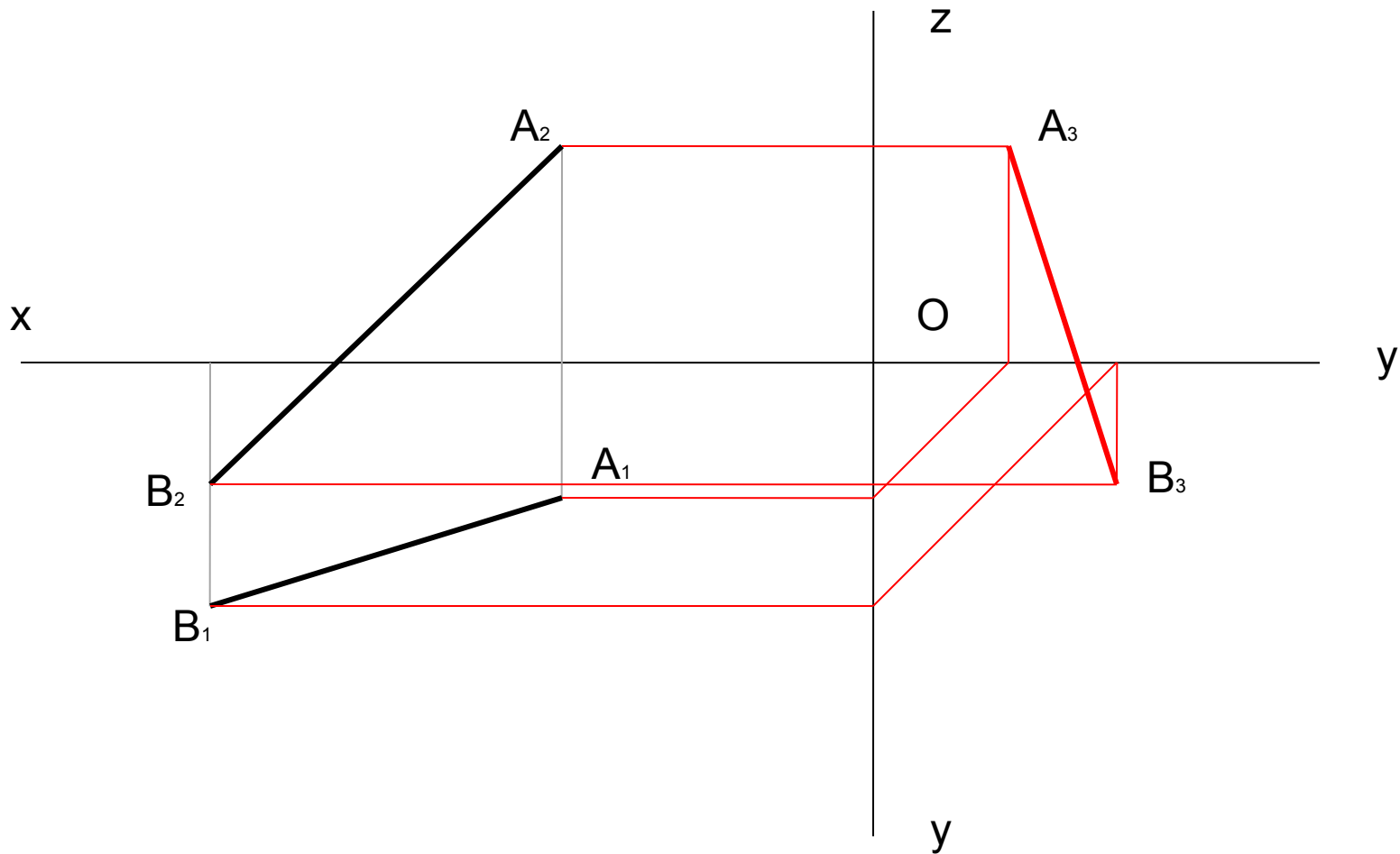


Определение истинной величины
отрезка прямой и углов наклона
прямой к плоскостям проекций

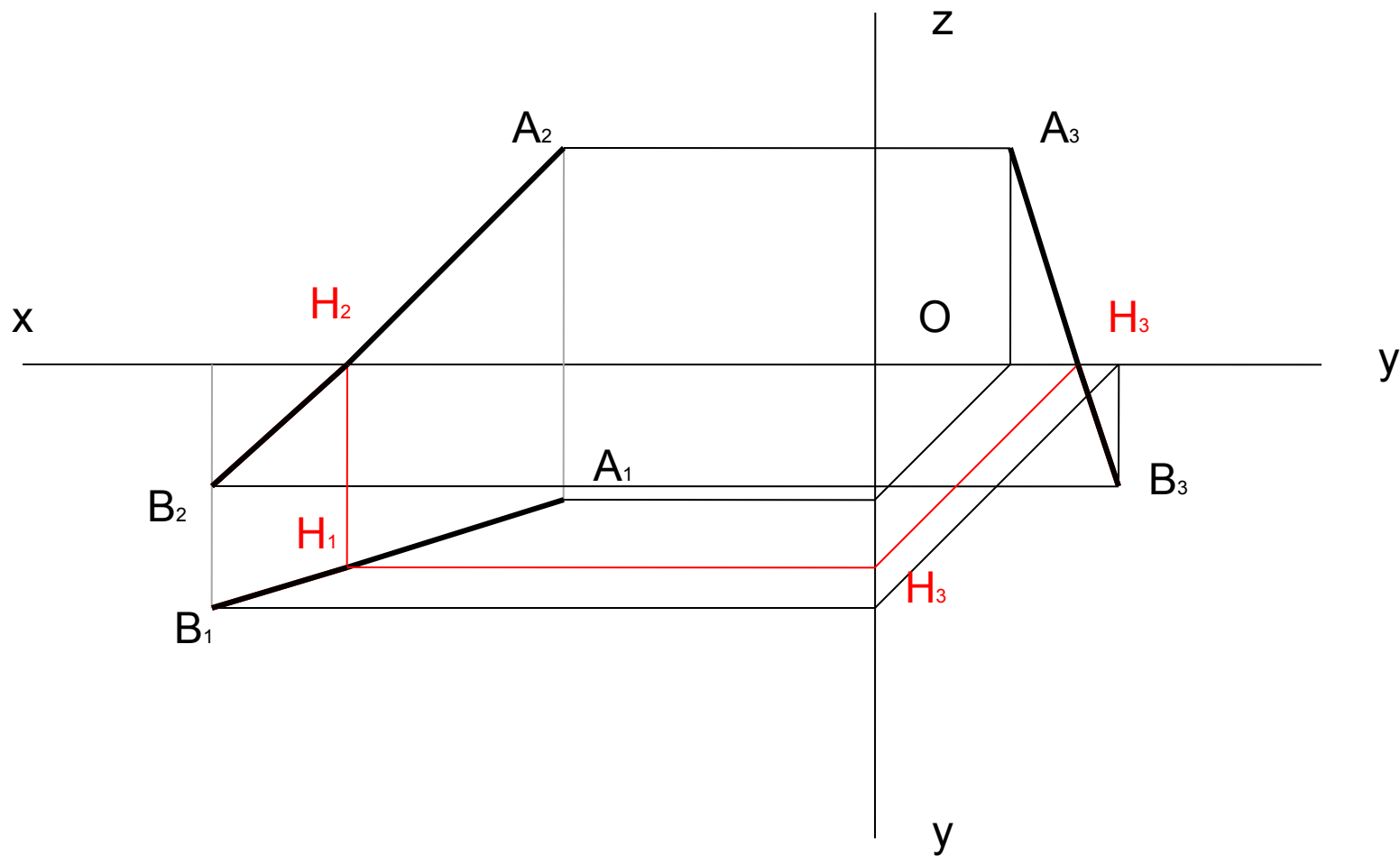
ЗАДАЧА По двум заданным проекциям отрезка найти его истинную величину и углы наклона его к плоскостям проекций.



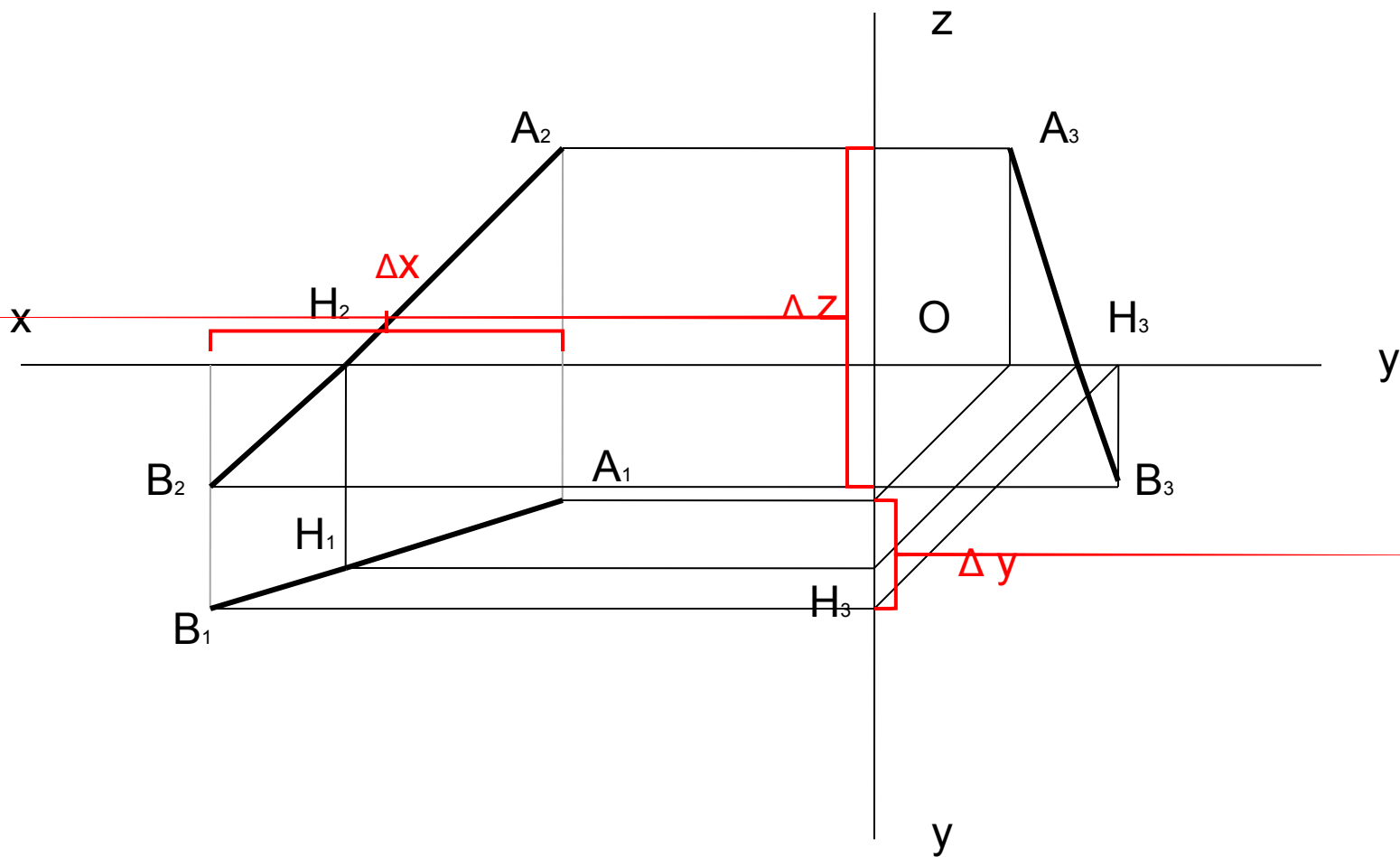
1. Построить профильную проекцию заданного отрезка AB



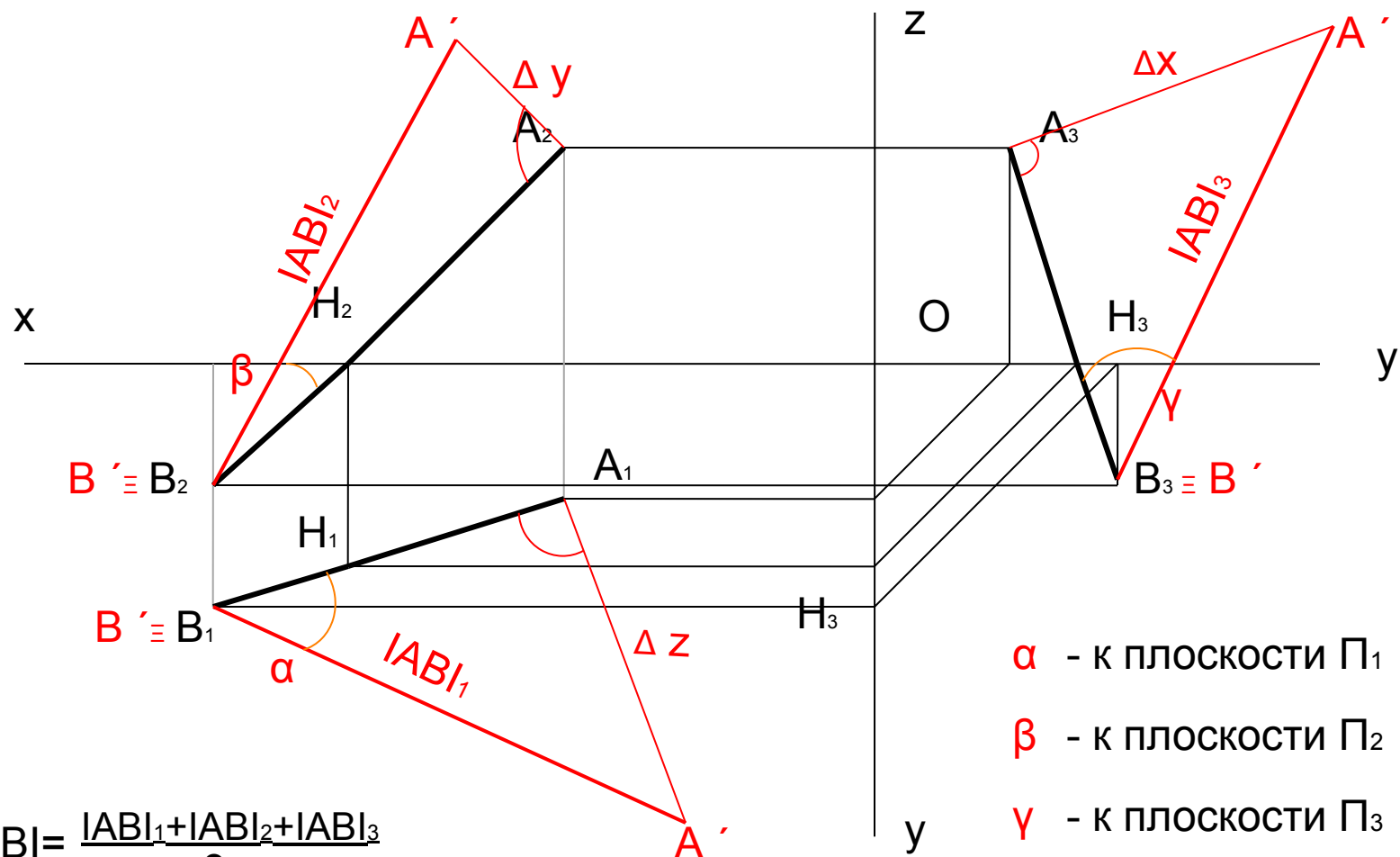
2. Определить следы отрезка и показать видимость его.



3. Определить графически алгебраическую разность координат концов заданного отрезка: $x = x_B - x_A$ $y = y_B - y_A$ $z = z_A - z_B$



4. Найти истинную величину отрезка и углы наклона его к плоскостям проекций



- α - к плоскости Π_1
- β - к плоскости Π_2
- γ - к плоскости Π_3

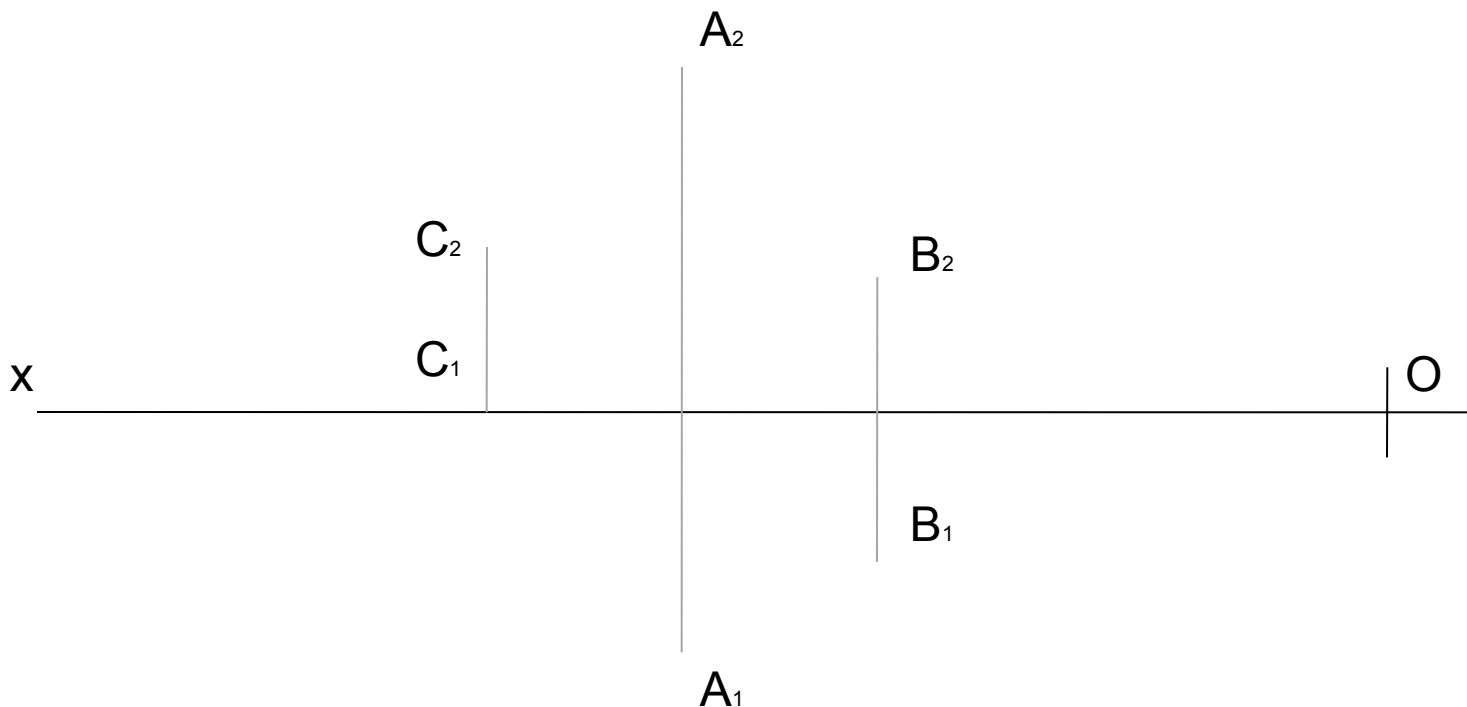
$$|AB| = \frac{|AB|_1 + |AB|_2 + |AB|_3}{3}$$



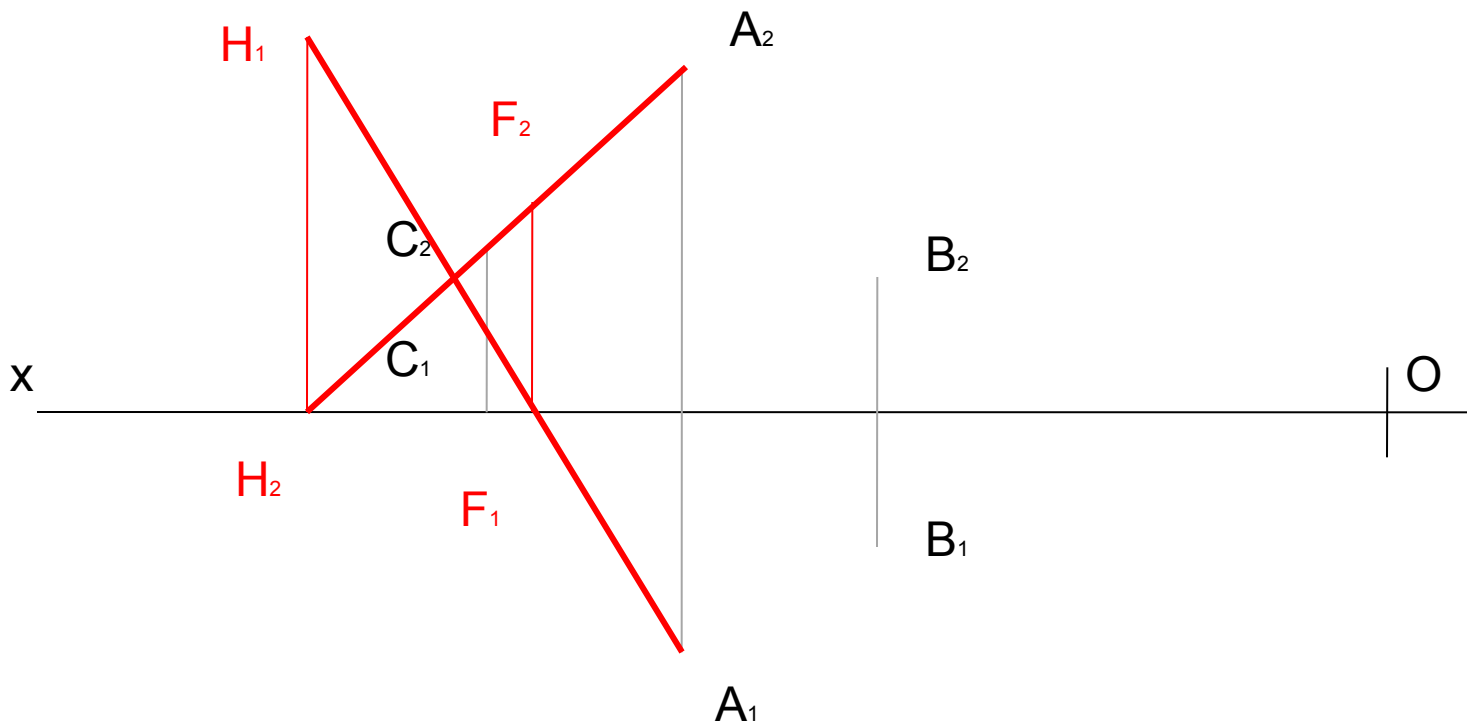


Следы плоскости

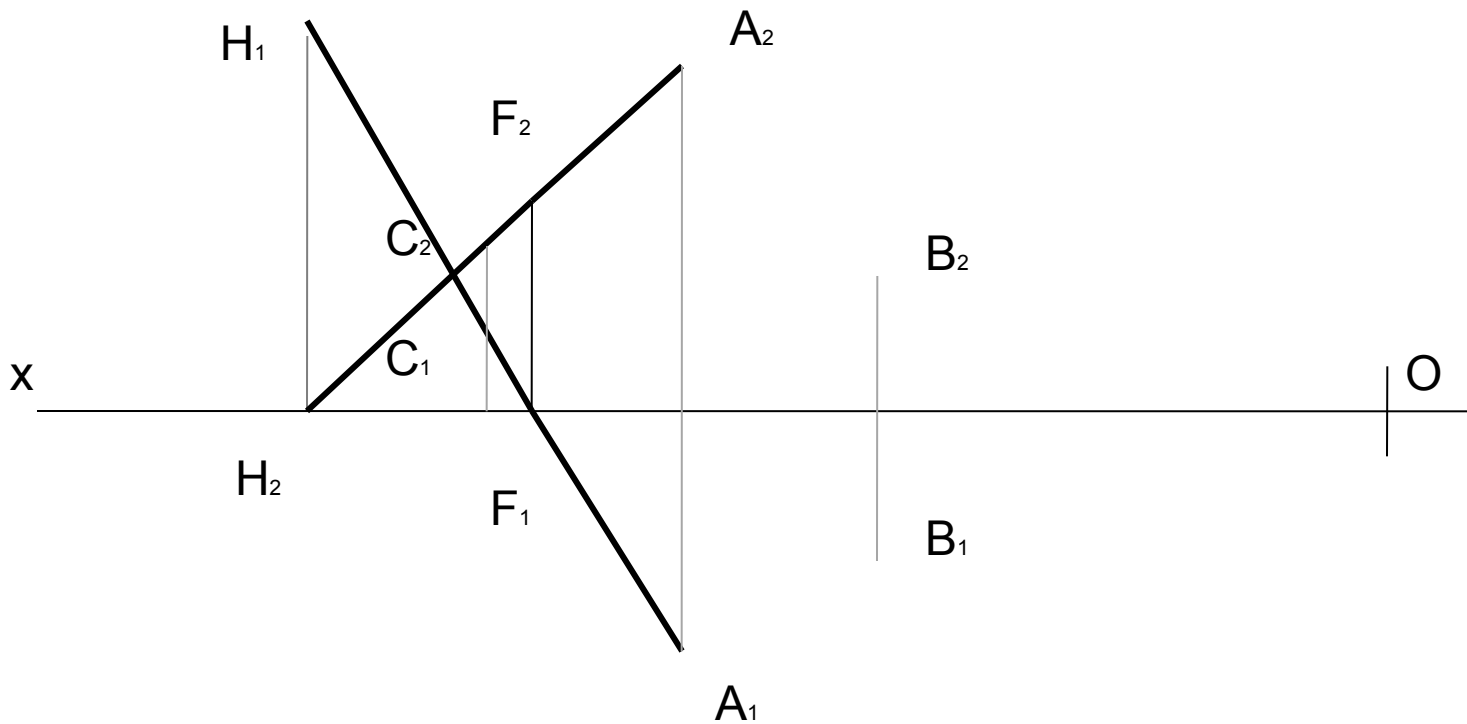
ЗАДАЧА Через три заданные точки построить плоскость, показать видимость отрезков и следов плоскости. В заданной плоскости провести горизонталь с отметкой $z = 5$ ед. и фронталь с отметкой $Y=4$ ед.



1. Соединить любую пару заданных точек (например, А и С), найти следы и показать видимость полученной прямой, $F(F_2 F_1) = AC \cap \Pi_2$
 $H(H_2 H_1) = AC \cap \Pi_1$

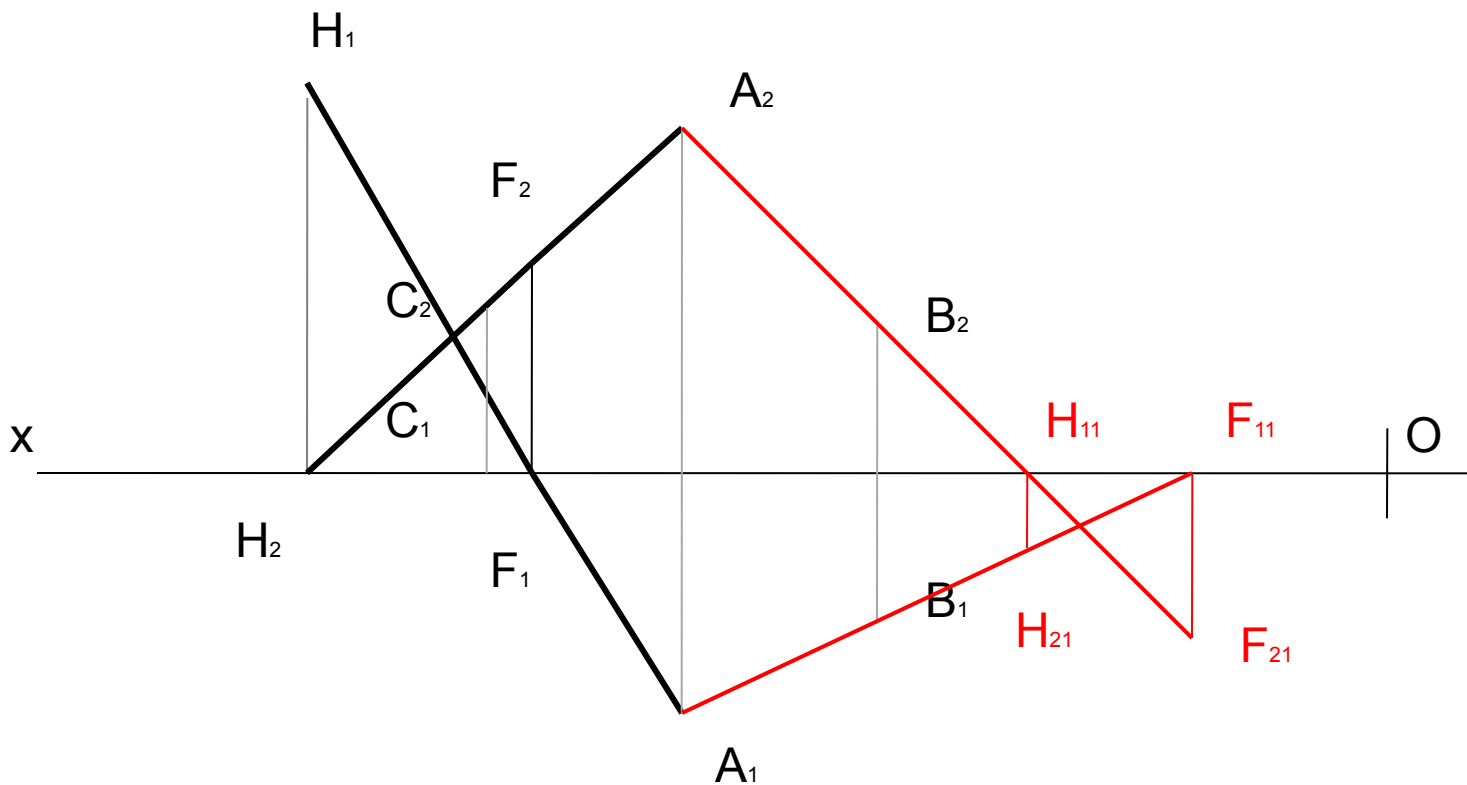


1. Соединить любую пару заданных точек (например, А и С), найти следы и показать видимость полученной прямой, $F(F_2 F_1) = AC \cap \Pi_2$
 $H(H_2 H_1) = AC \cap \Pi_1$



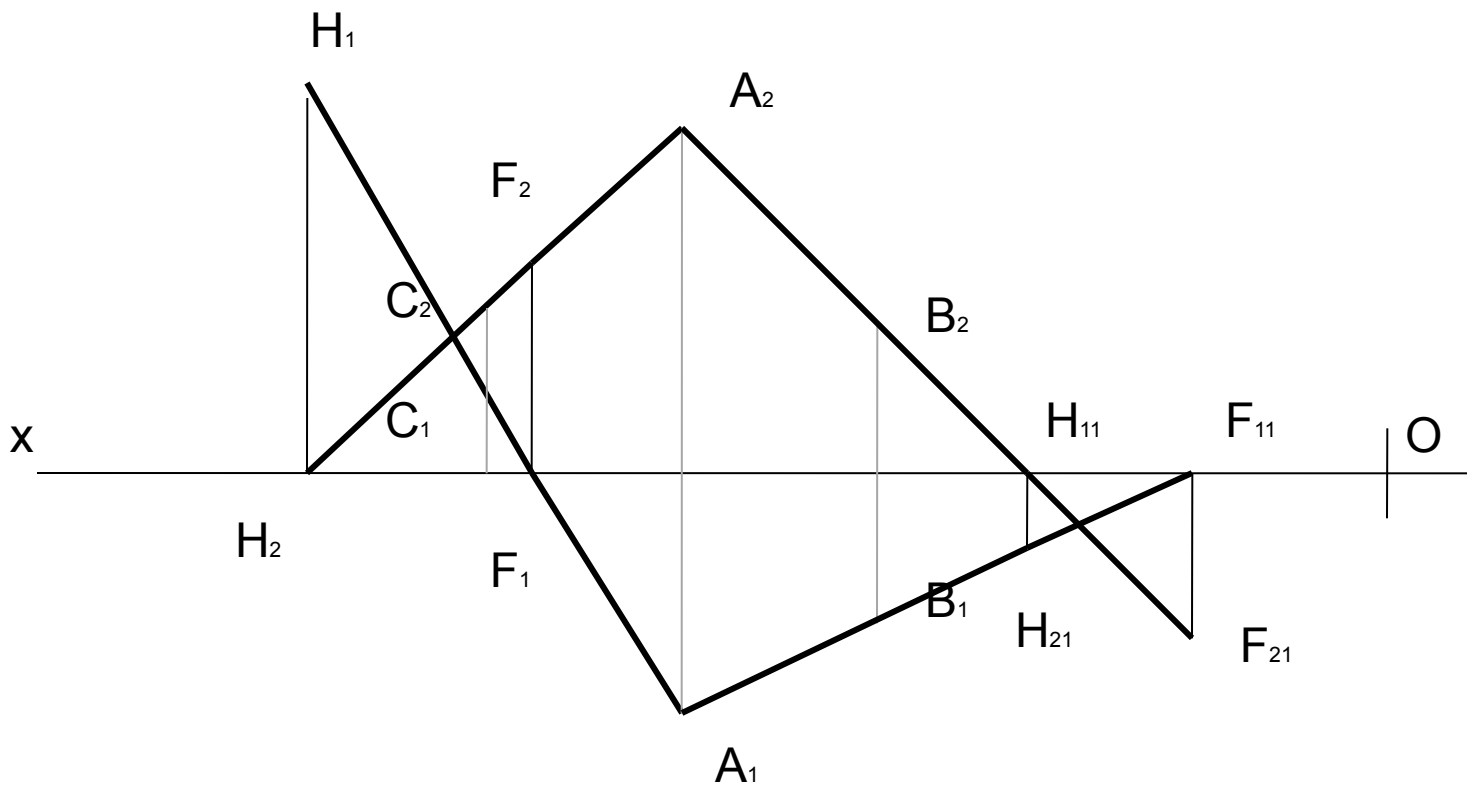
2. Соединить другую пару заданных точек (например, A и B),
найти также следы и показать видимость этой прямой

$$F_1(F_{21}, F_{11}) = AB \cap \Pi_2 \quad H_1(H_{21}, H_{11}) = AB \cap \Pi_1$$

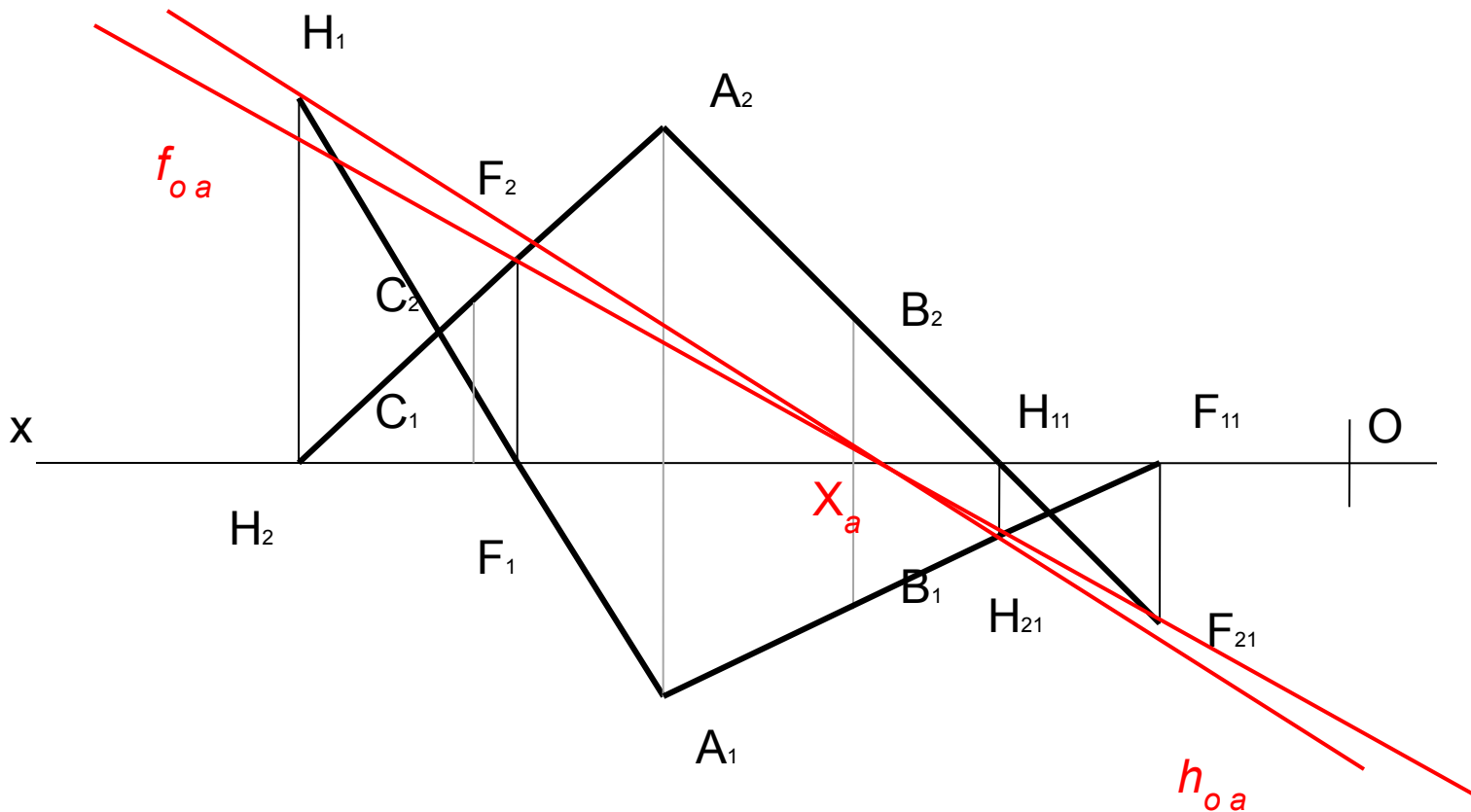


2. Соединить другую пару заданных точек (например, A и B),
найти также следы и показать видимость этой прямой

$$F_1(F_{21}, F_{11}) = AB \cap \Pi_2 \quad H_1(H_{21}, H_{11}) = AB \cap \Pi_1$$



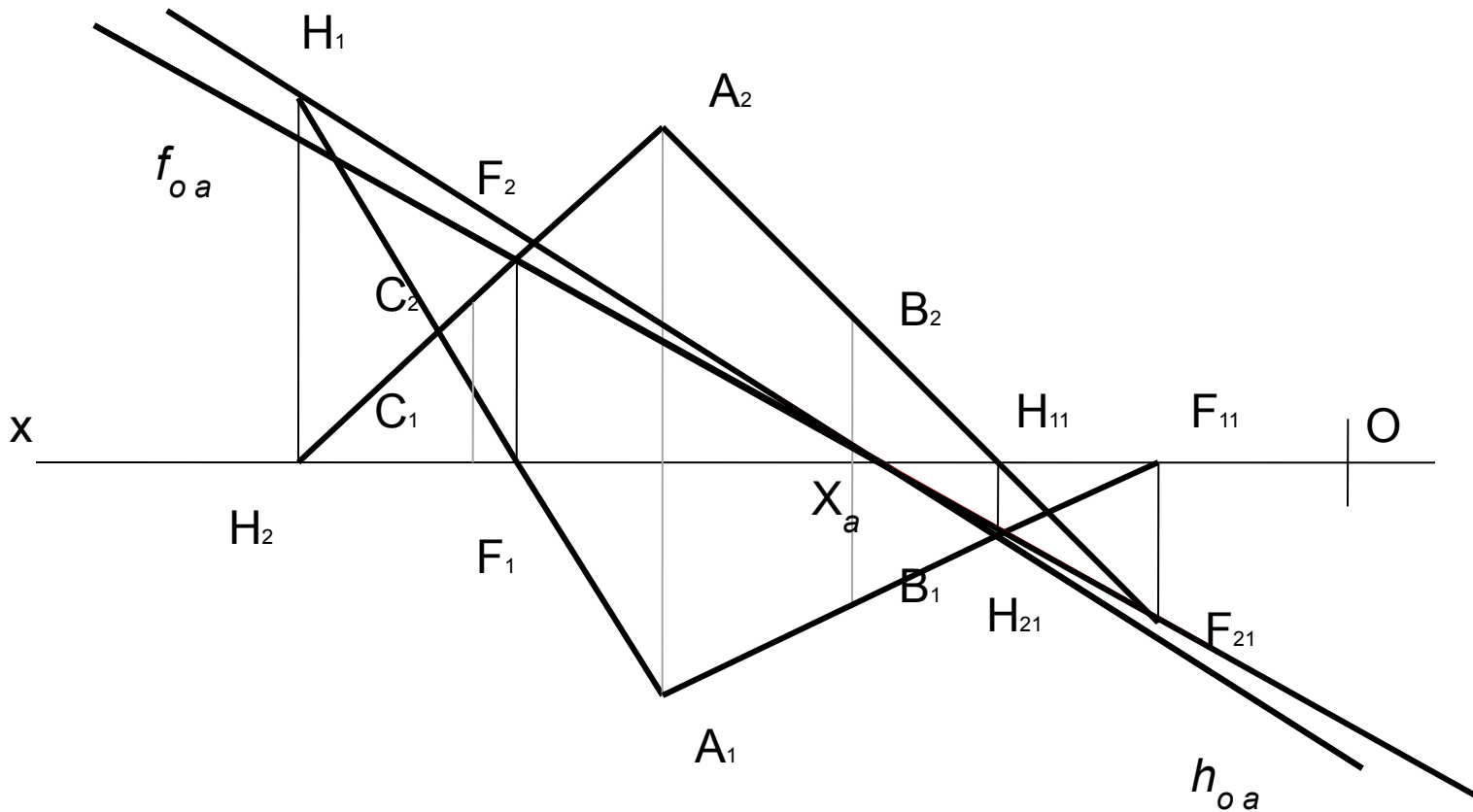
3. Через следы прямых провести соответствующие следы плоскости $FF_1 = f_{oa}$ $H H_1 = h_{oa}$. Следы плоскостей должны пересекаться на оси O_x ; $X_a = h_{oa} \cap f_{oa}$; $X_a \in O_x$



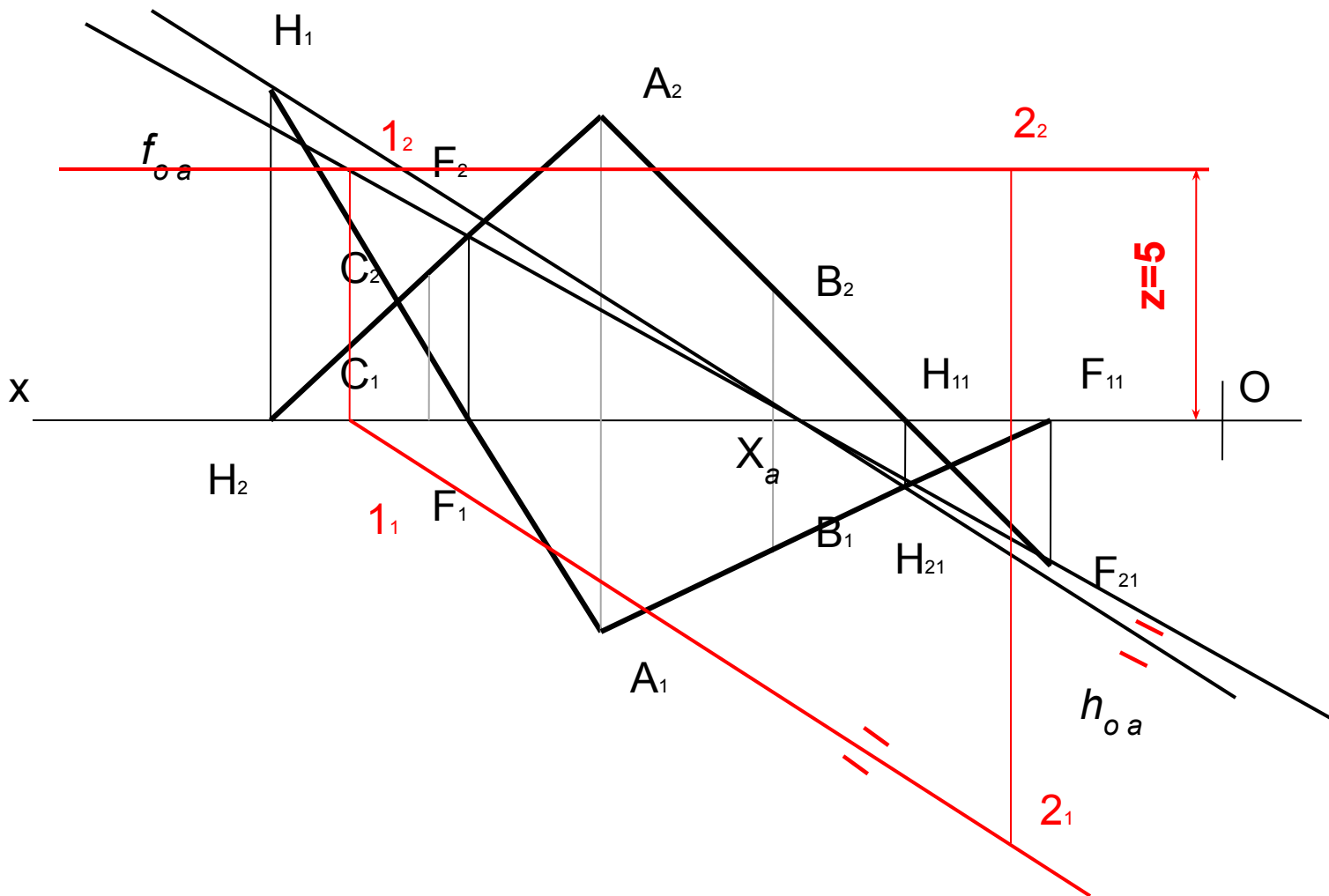
4 Показать видимость следов плоскости

f_{oa} - всегда видны выше оси Ox

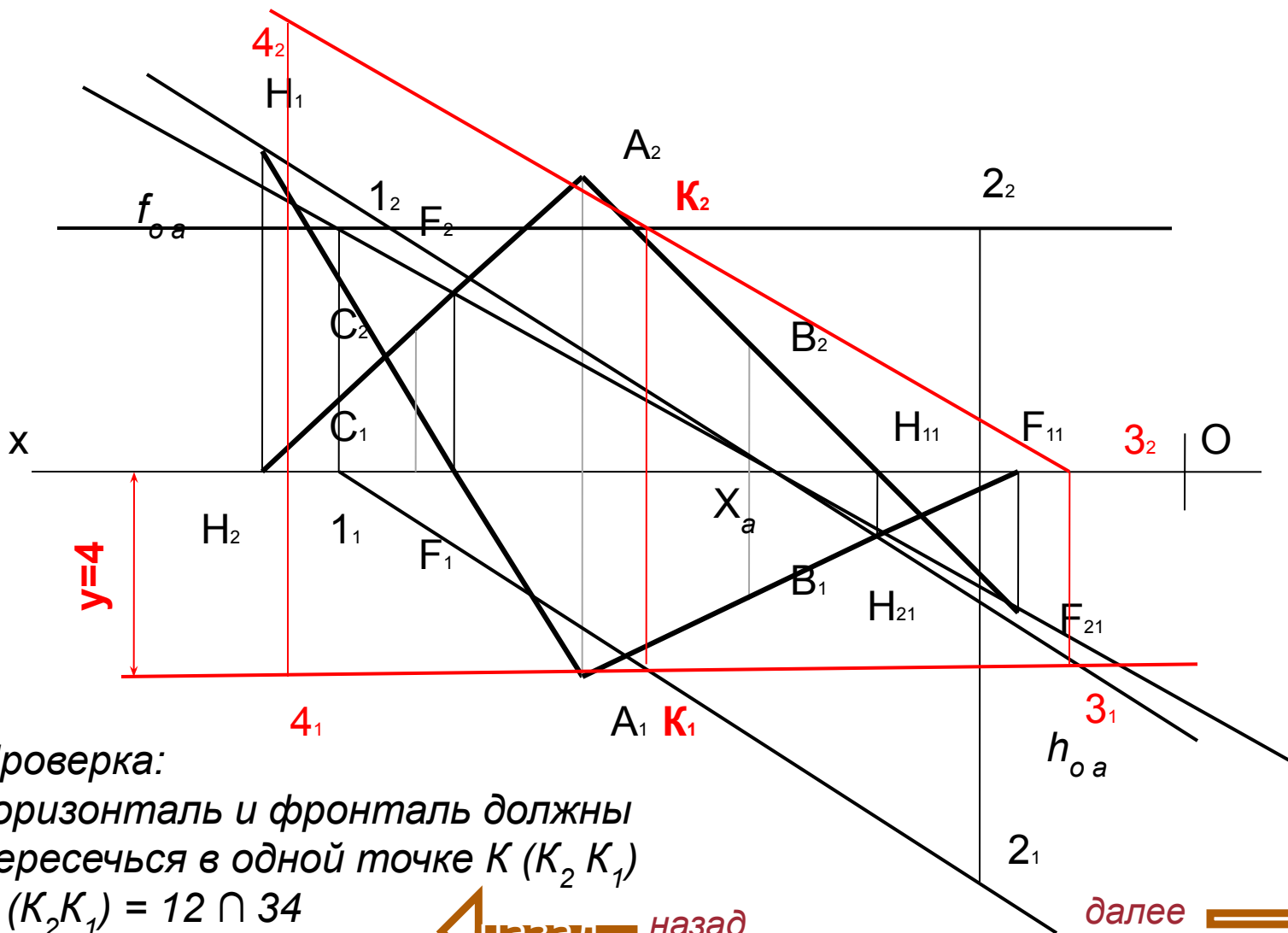
h_{oa} - всегда видны ниже оси Ox



5. Провести горизонталь плоскости 1 2 ($1_2 2_2, 1_1 2_1$) с отметкой $z=5$
 $1_2 2_2 \parallel O_x$ $1_1 2_1 \parallel h_{0a}$



6. Провести фронталь плоскости $34(3_2 4_2; 3_1 4_1)$ с отметкой $y=4$
 $3_1 4_1 \parallel 0x$ $3_2 4_2 \parallel foa$



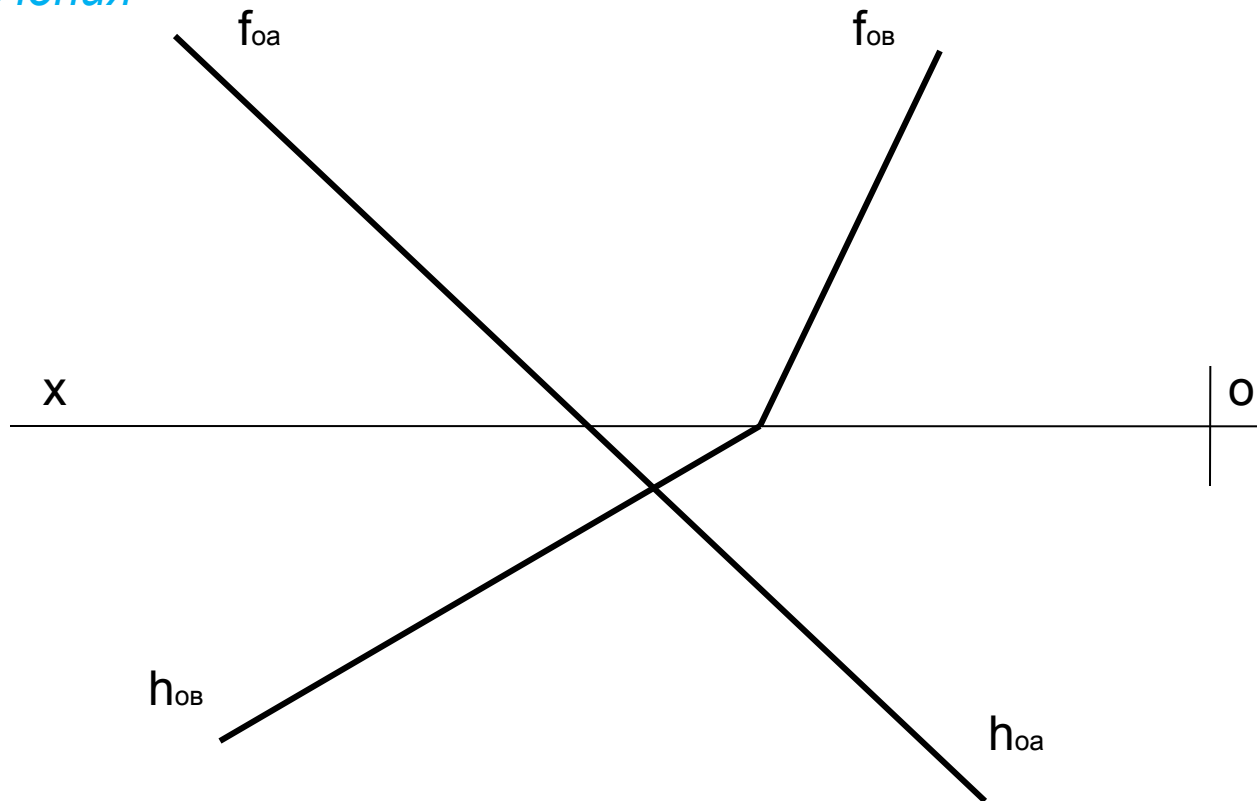
Проверка:
 горизонталь и фронталь должны
 пересечься в одной точке $K (K_2 K_1)$
 $K (K_2 K_1) = 12 \cap 34$



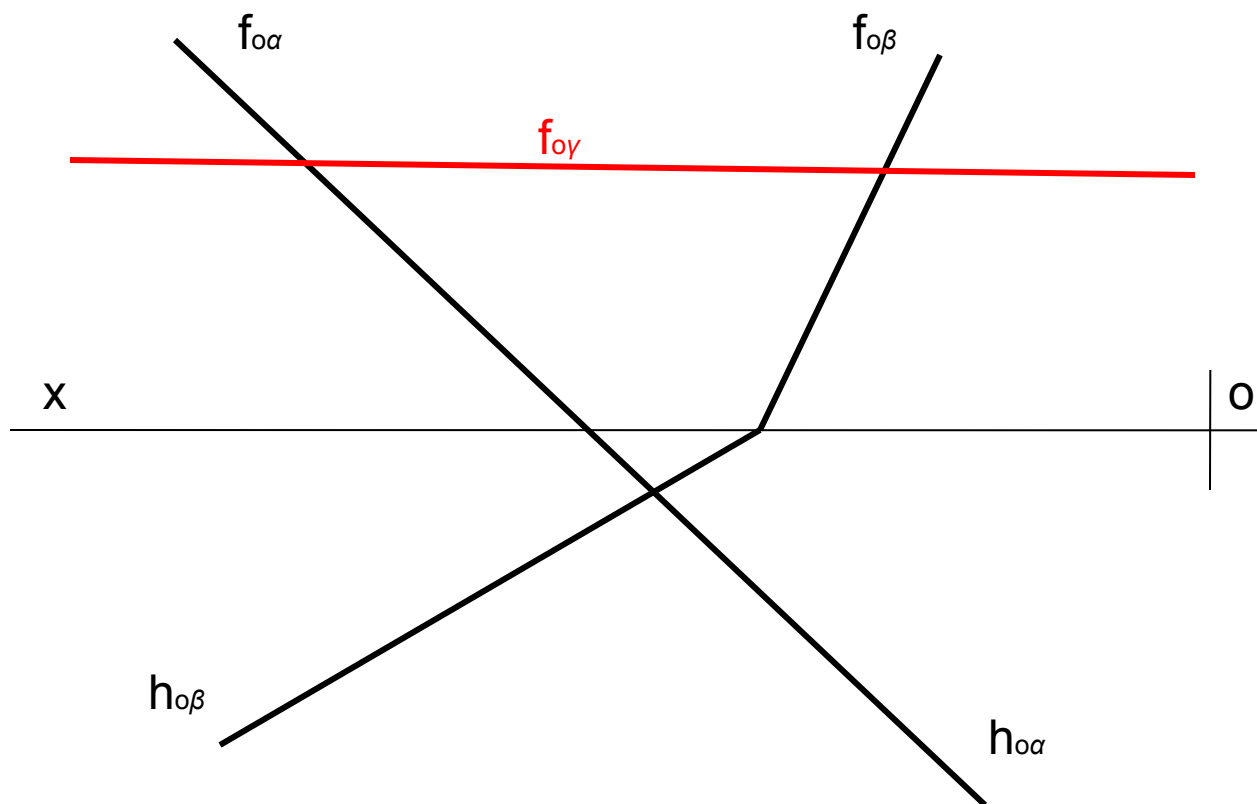
Пересечение двух плоскостей

(плоскости общего положения)

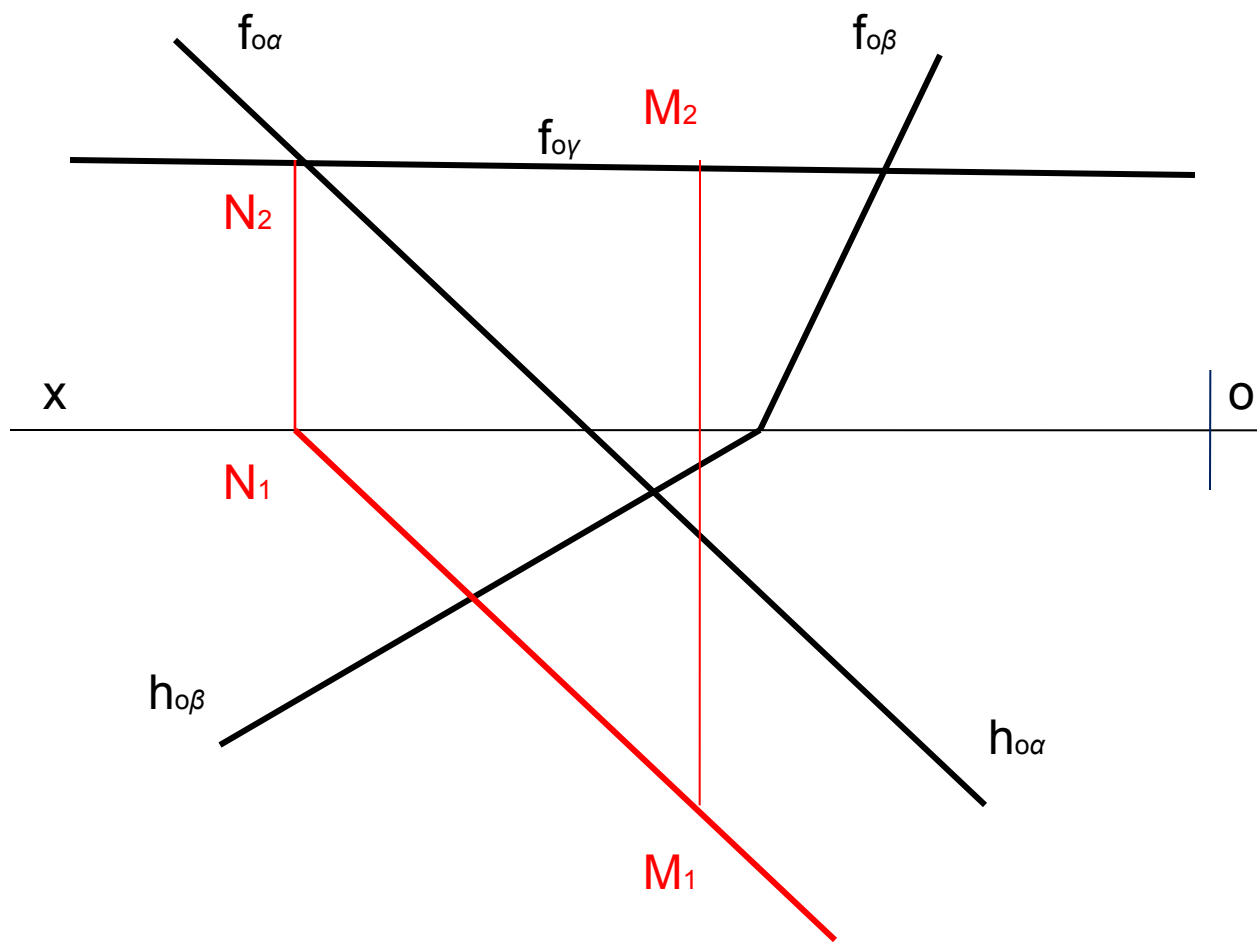
Задача Построить линию пересечения 2-х плоскостей заданных следами, когда следы плоскостей пересекаются в пределах чертежа, Дать характеристику положения линии пересечения в пространстве относительно плоскостей проекций. Показать видимость следов плоскостей и линии пересечения



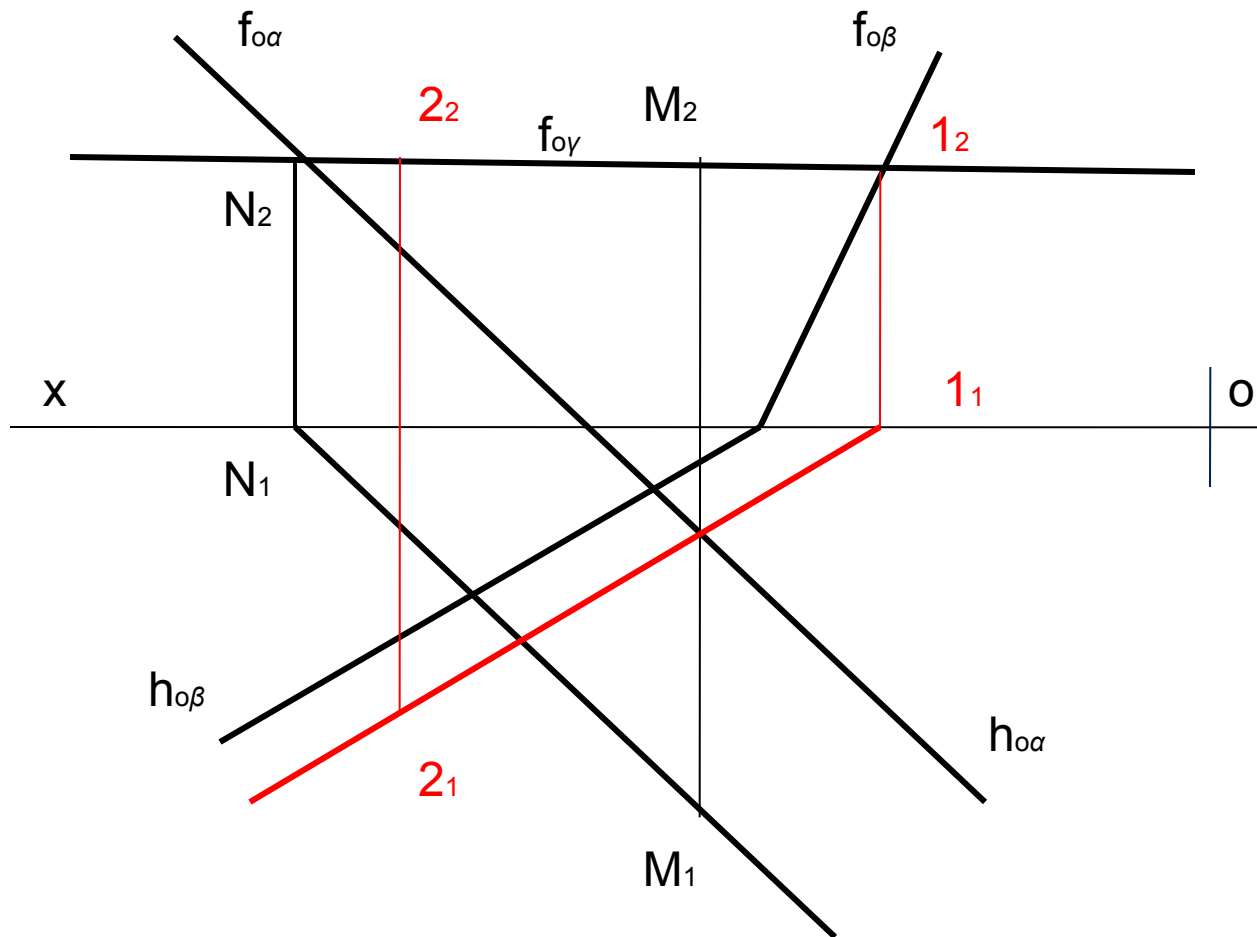
1. Провести вспомогательную секущую плоскость $\gamma \parallel \Pi_1$ (произвольно)



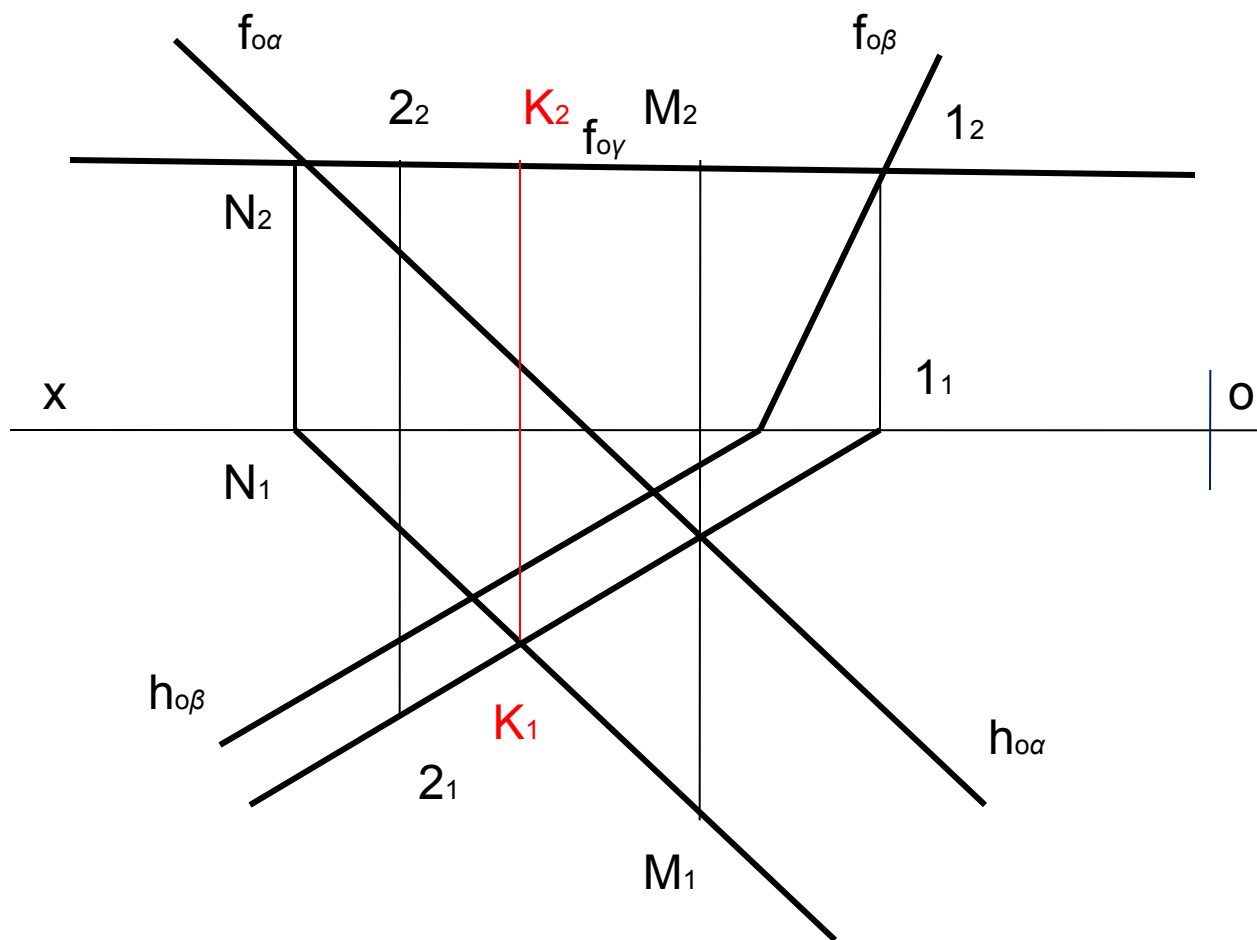
2. Определить линию пересечения плоскости α со вспомогательной плоскостью γ (это будет горизонталь плоскости α) $\alpha \cap \gamma = MN$



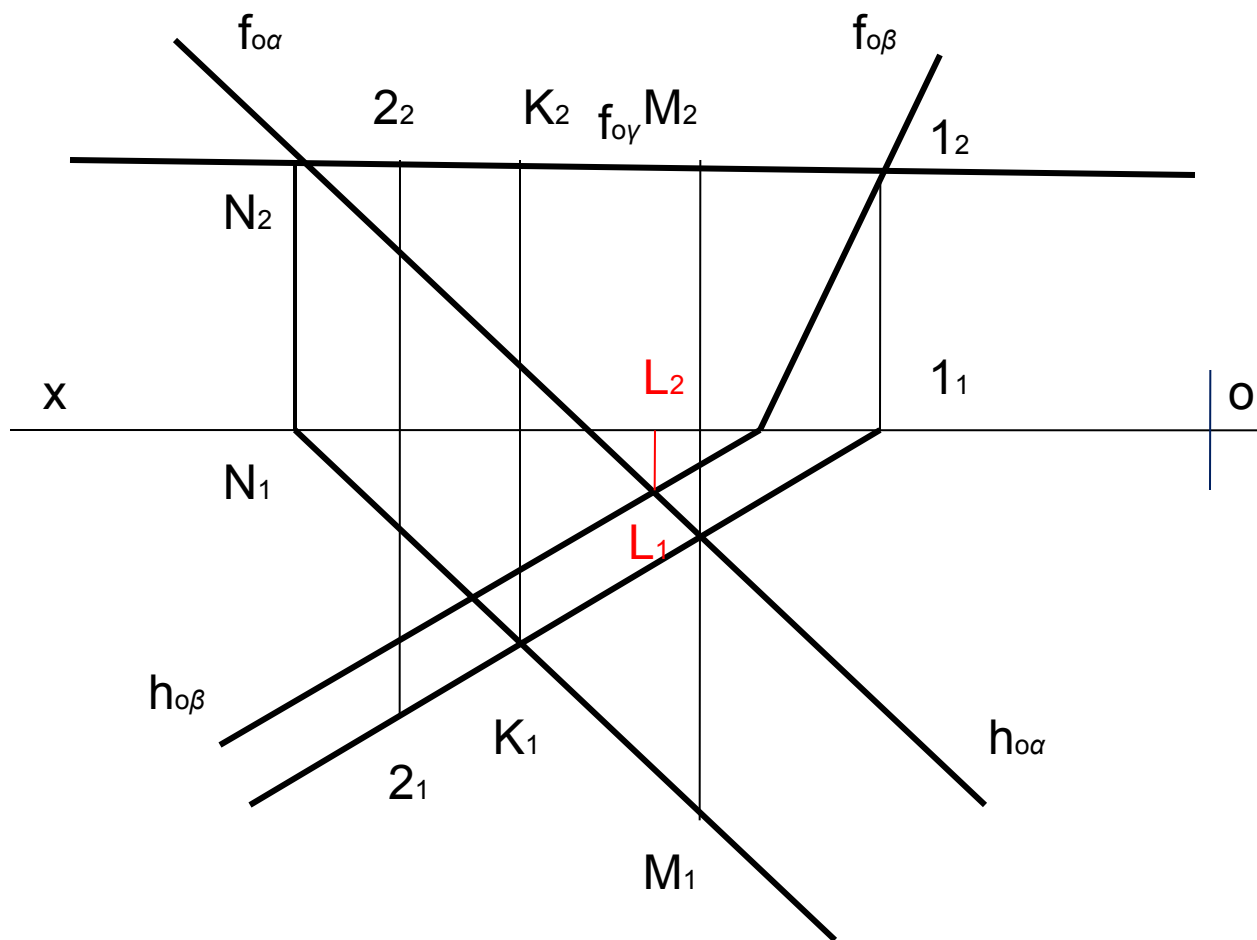
3. Определить линию пересечения плоскости β со вспомогательной плоскостью γ (это будет горизонталь плоскости γ), $\beta \cap \gamma = 12$



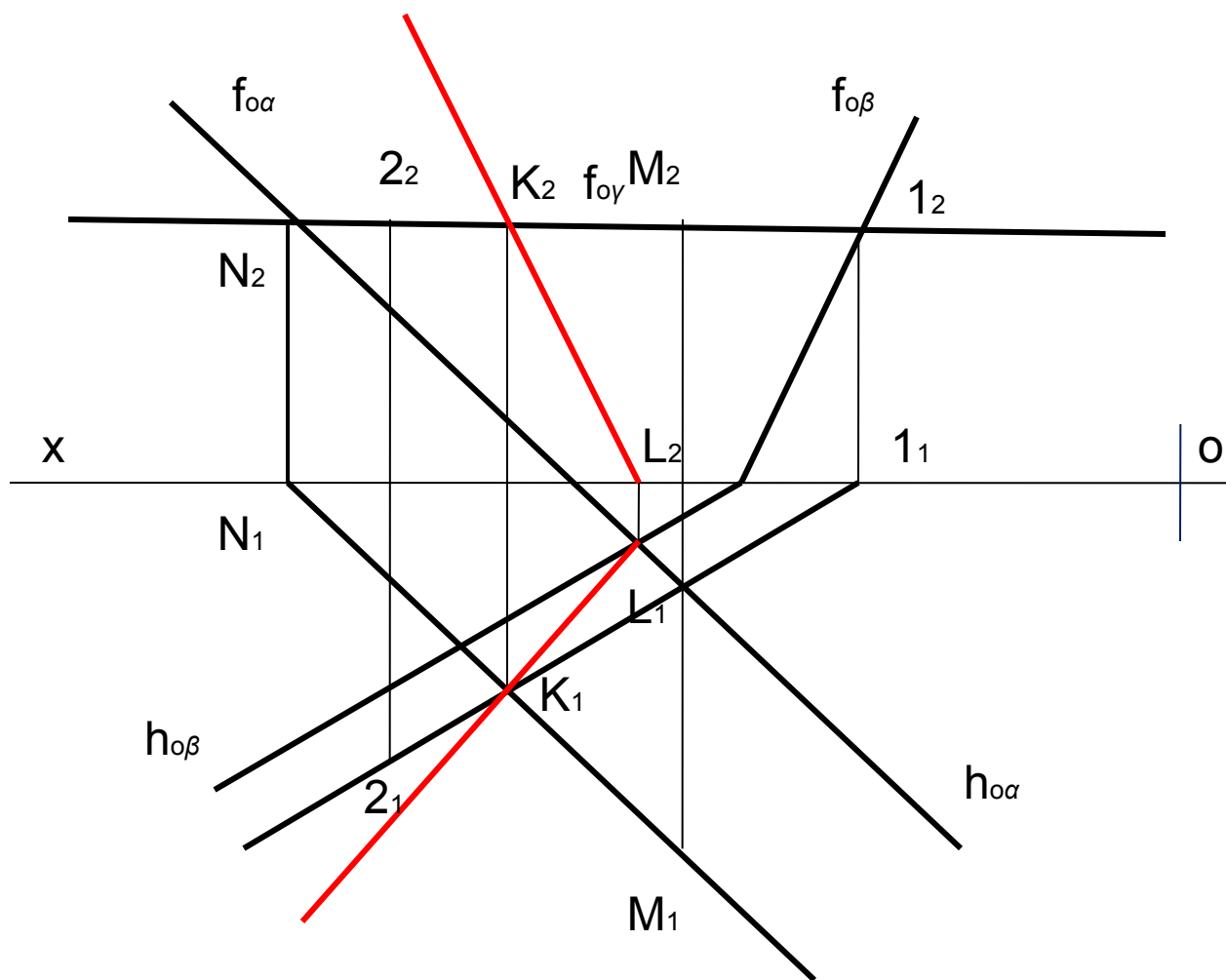
4. Определить точку $K(K_2, K_1)$ принадлежащую линии пересечения плоскостей α и β $NM \cap 12 = K$



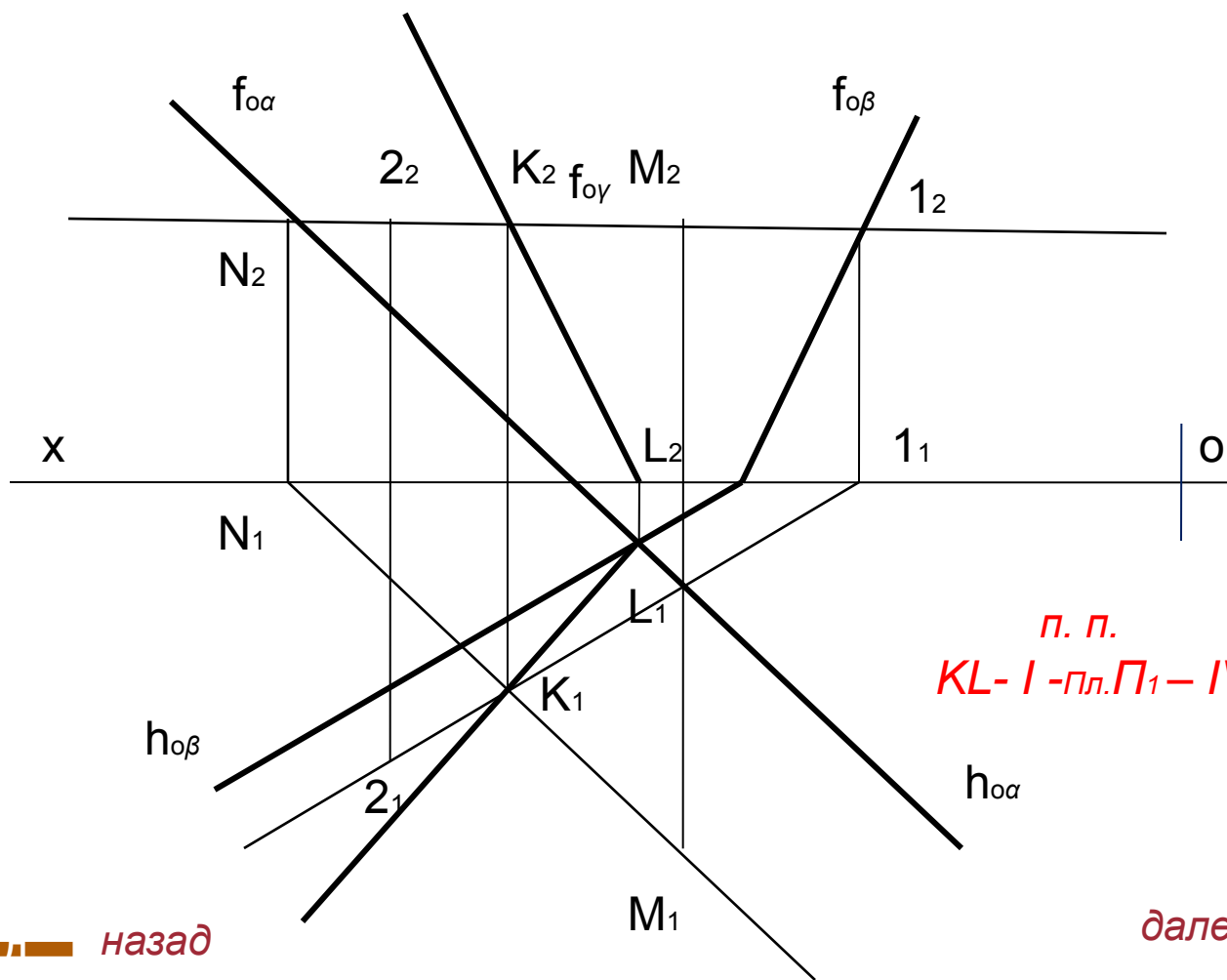
5, Определить точку $L(L_2, L_1)$ - точку пересечения горизонтальных следов $h_{o\alpha}$ и $h_{o\beta}$ $h_{o\alpha} \cap h_{o\beta} = L$



6. Определить линию KL (K_2L_2, K_1L_1)-пересечения плоскостей α и β
 $\alpha \cap \beta = KL$



7, Определить характеристику линии пересечения относительно плоскостей проекций ($\Pi_1\Pi_2$).



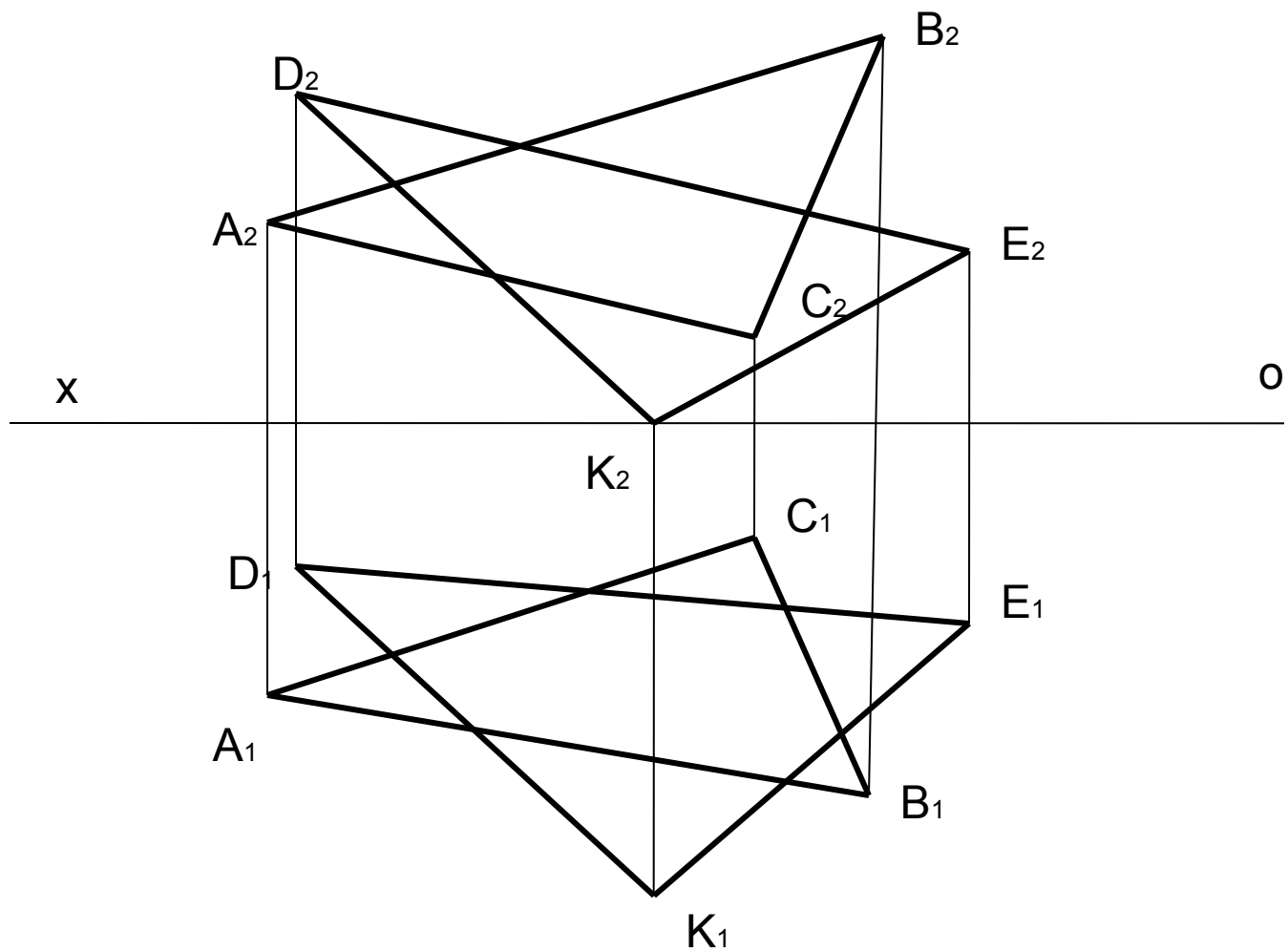
*п. п. н. п.
KL - I - пл. Π_1 - IV - пл. Π_2 - III*



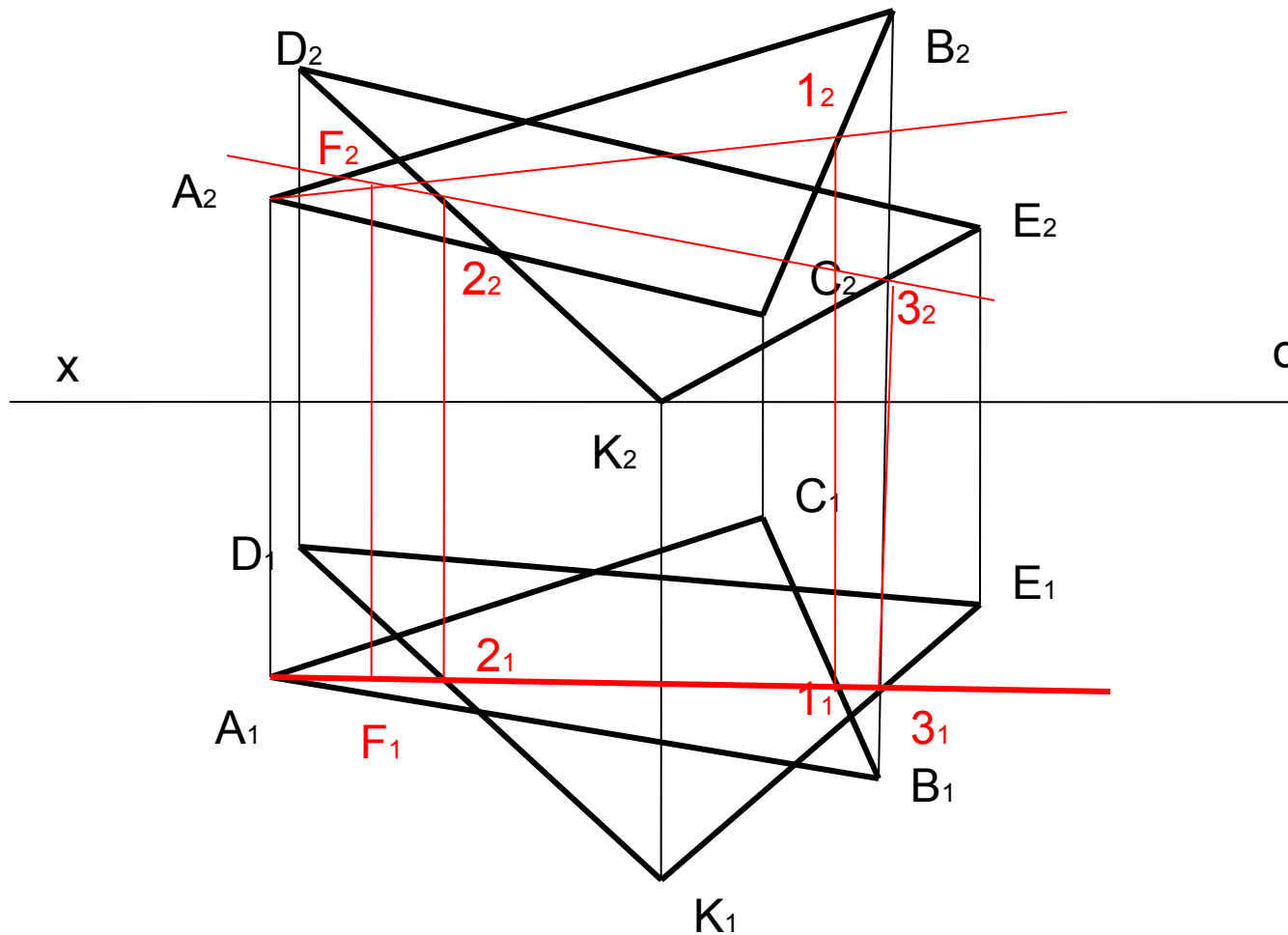
Пересечение двух плоскостей

(Заданных геометрическими фигурами)

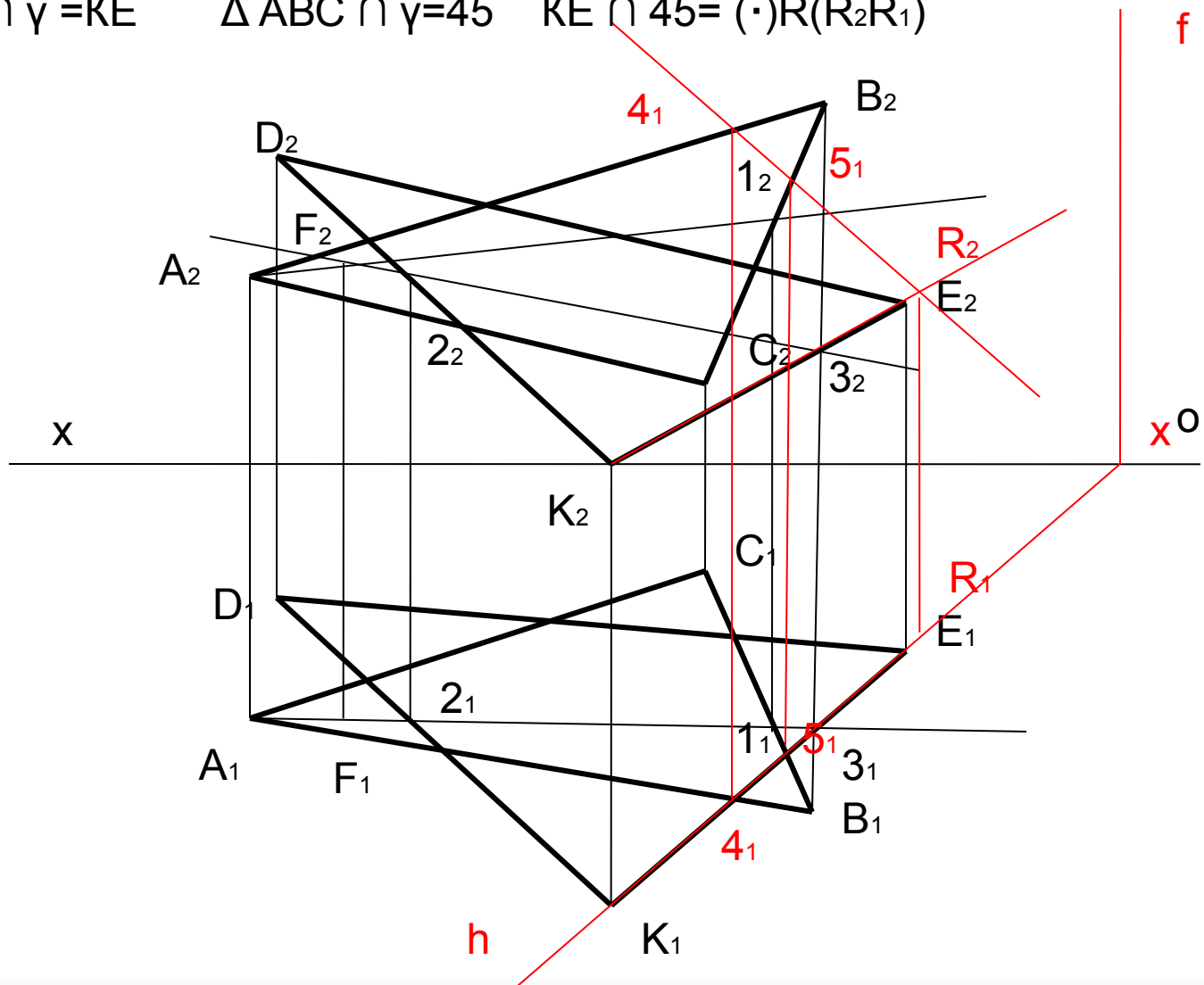
Задача: Построить линию пересечения двух плоскостей, заданных плоскими фигурами: $\triangle ABC$ и $\triangle DKE$ показать видимость.



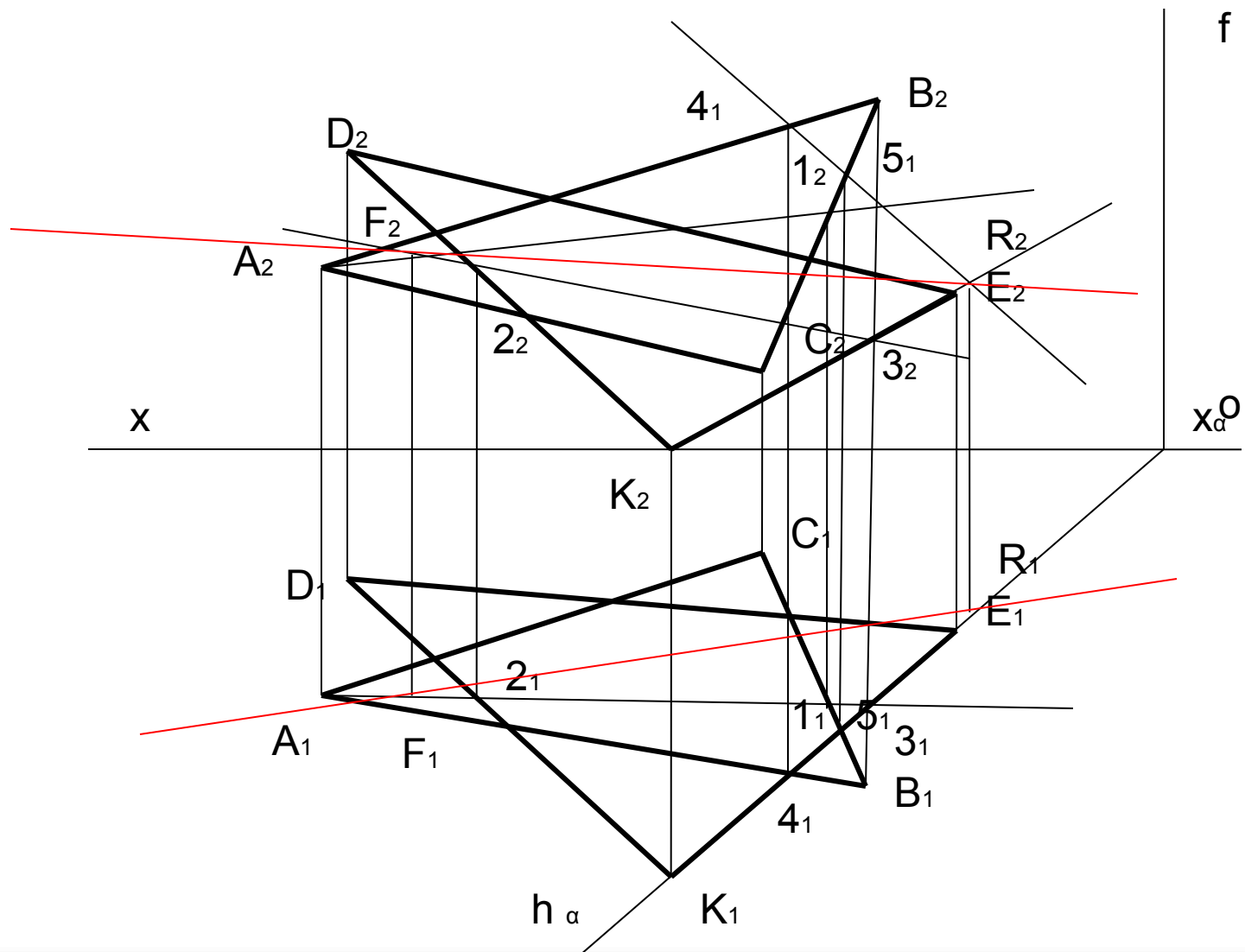
1. Воспользуемся вспомогательной секущей плоскостью $\beta \parallel \Pi_2$ проходящей через (\cdot) A ΔABC эта плоскость пересечет ΔABC по фронтали $A_1(A_21_2)$
 $\Delta ABC \cap \beta = A_1$ плоскость β пересекает ΔDKE по фронтали $2;3$ $\Delta DKE \cap \beta = 23$
Точка пересечения фронталей A_1 и 23 даёт искомую (\cdot) F = $A_1 \cap 23$



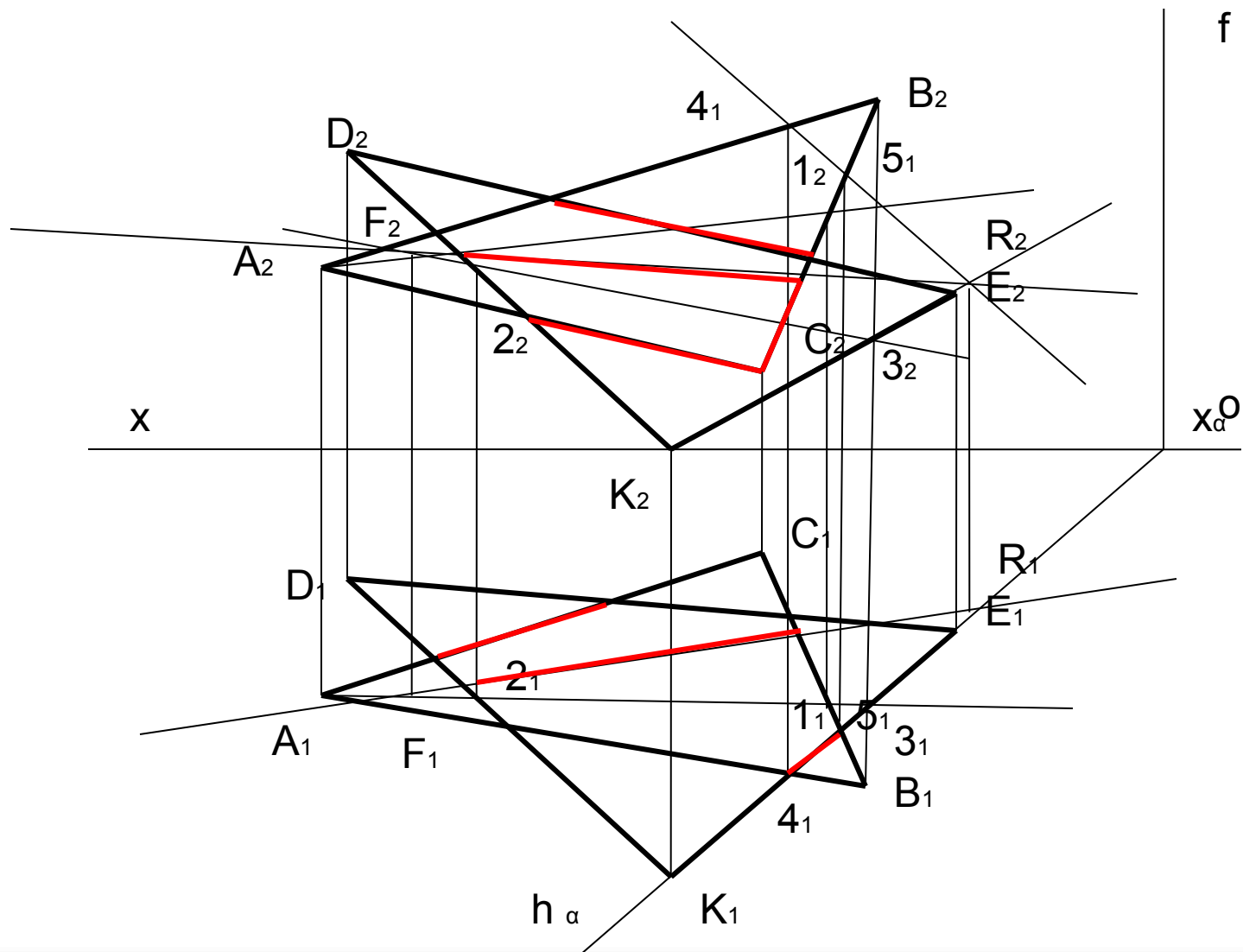
2. Для получения второй точки линии пересечения ΔABC и ΔDKE воспользуемся плоскостью $\gamma \perp \Pi_1$ и проходящей через сторону KE ΔDKE
 $\Delta DKE \cap \gamma = KE$ $\Delta ABC \cap \gamma = 4_1$ $KE \cap 4_1 = (\cdot)R(R_2R_1)$



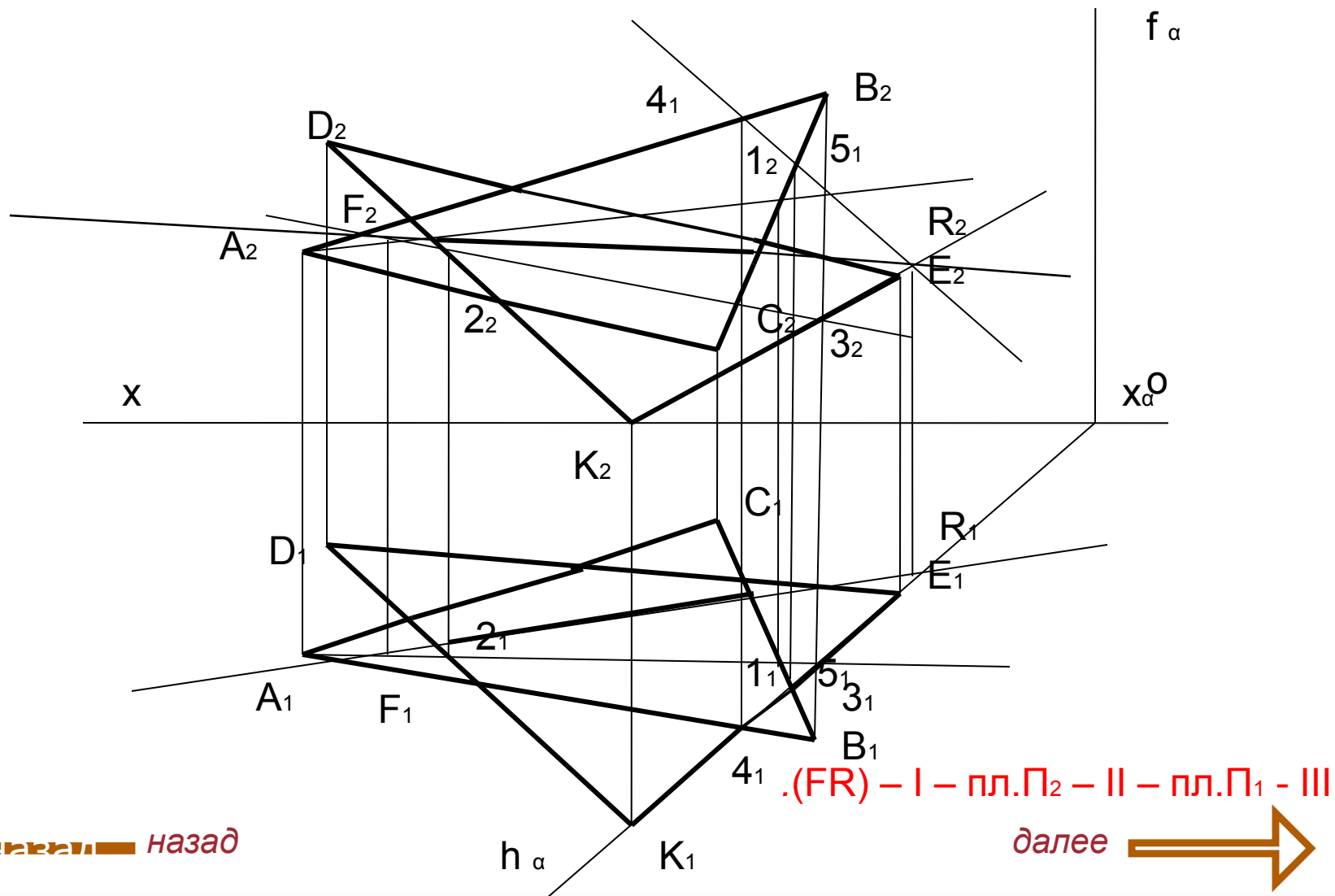
3. Соединив одноименные проекции точек F и R, получим проекции линии пересечения плоскостей $\Delta ABC \cap \Delta DKE = FR$



4. Пользуясь методом конкурирующих точек, определяем видимость заданных плоскостей относительно друг друга

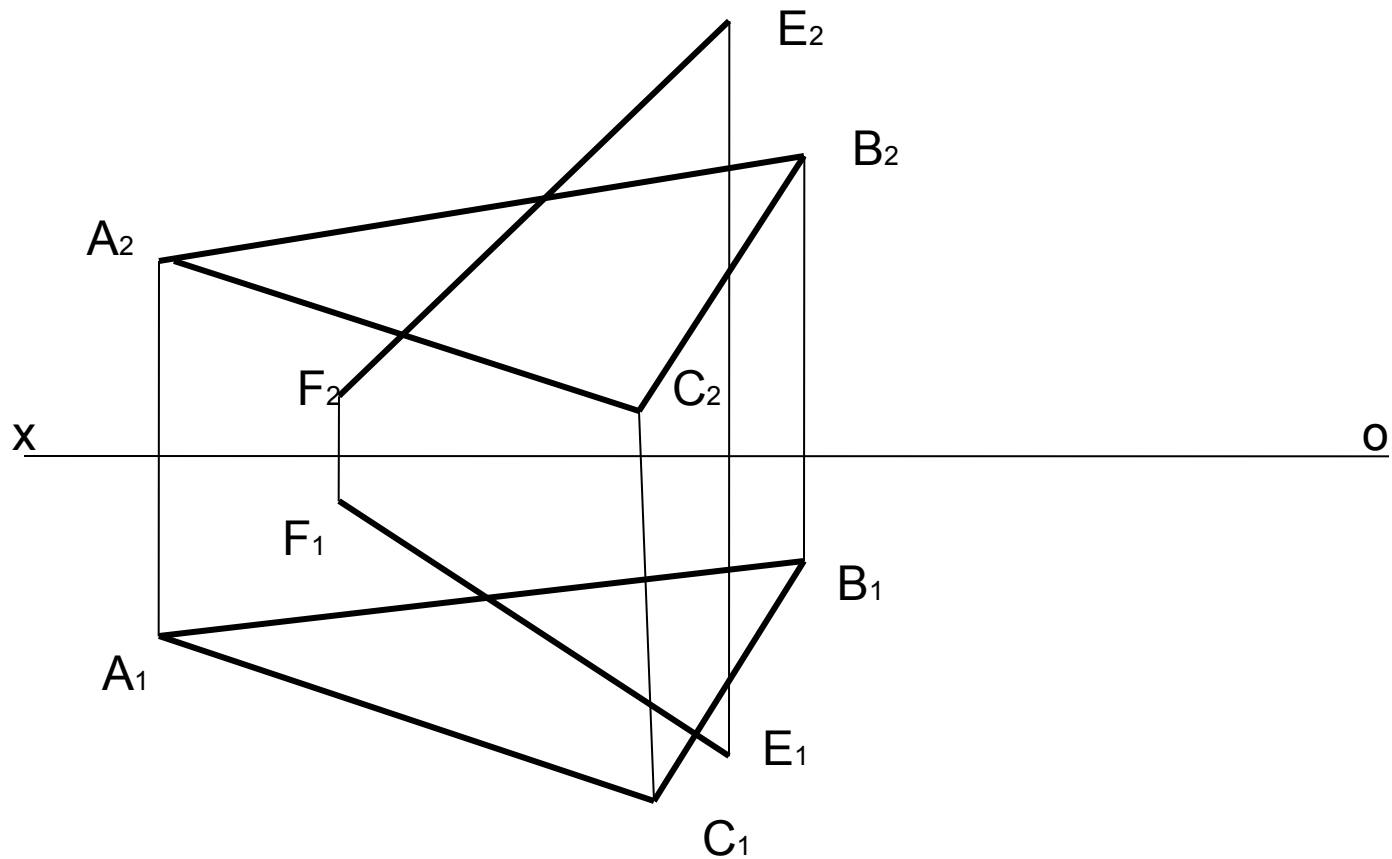


5. Даем характеристику найденной линии пересечения относительно плоскостей проекций.

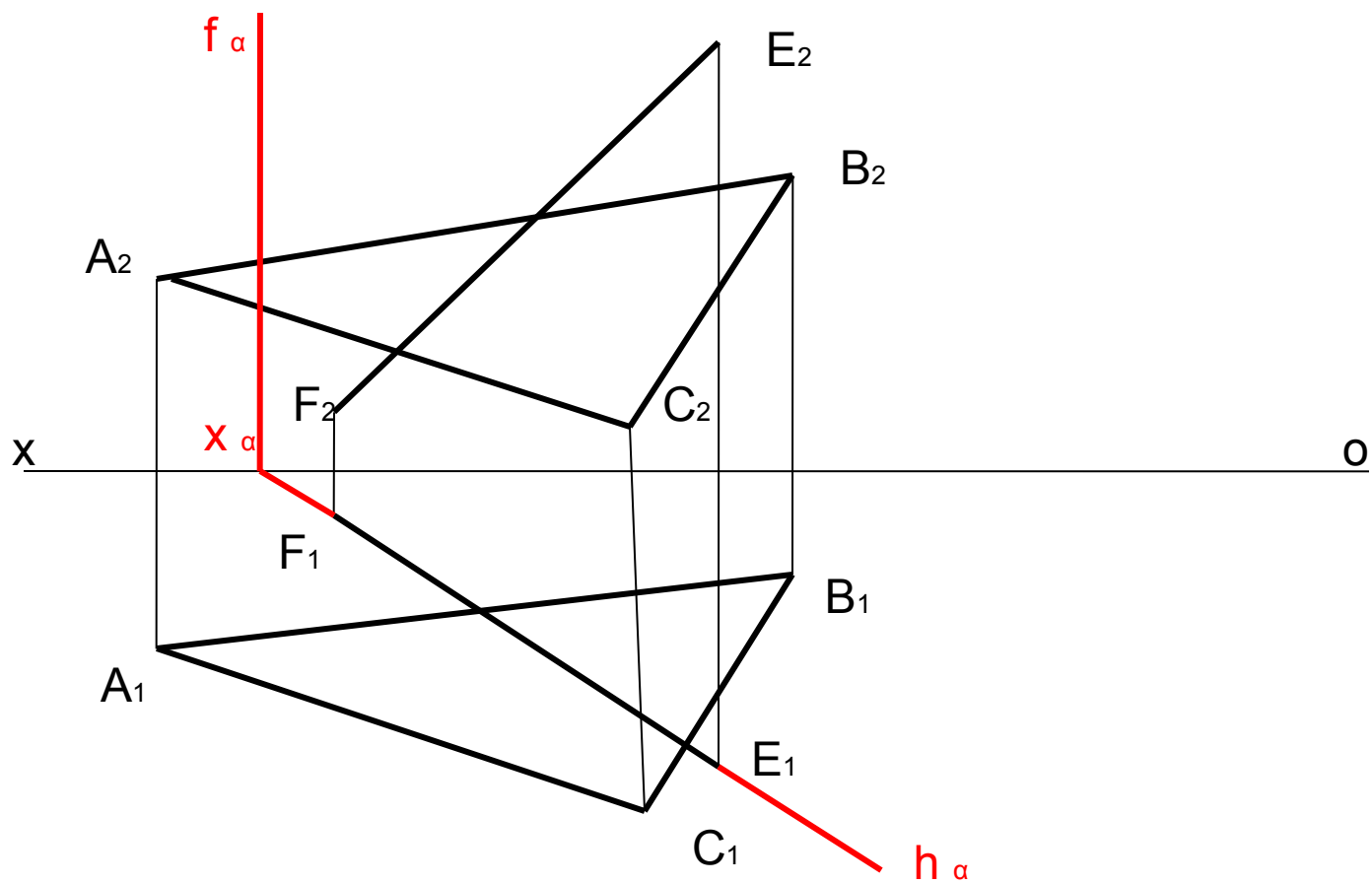


Точка встречи прямой с плоскостью
общего положения , определение
видимости прямой относительно
плоскости

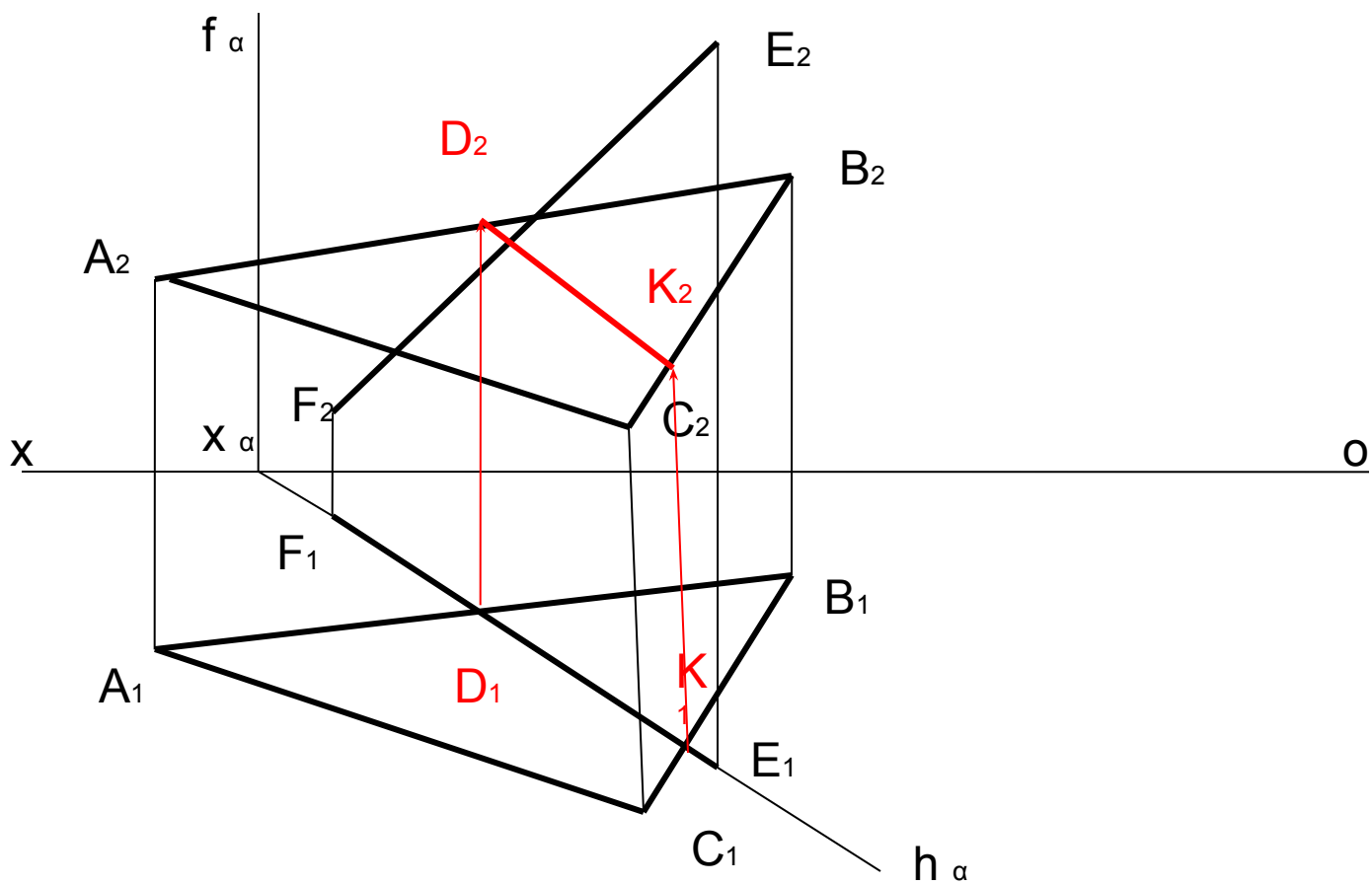
Задача: *определить точку пересечения прямой EF с плоскостью, заданной плоскостью фигуры - треугольником ABC показать видимость*



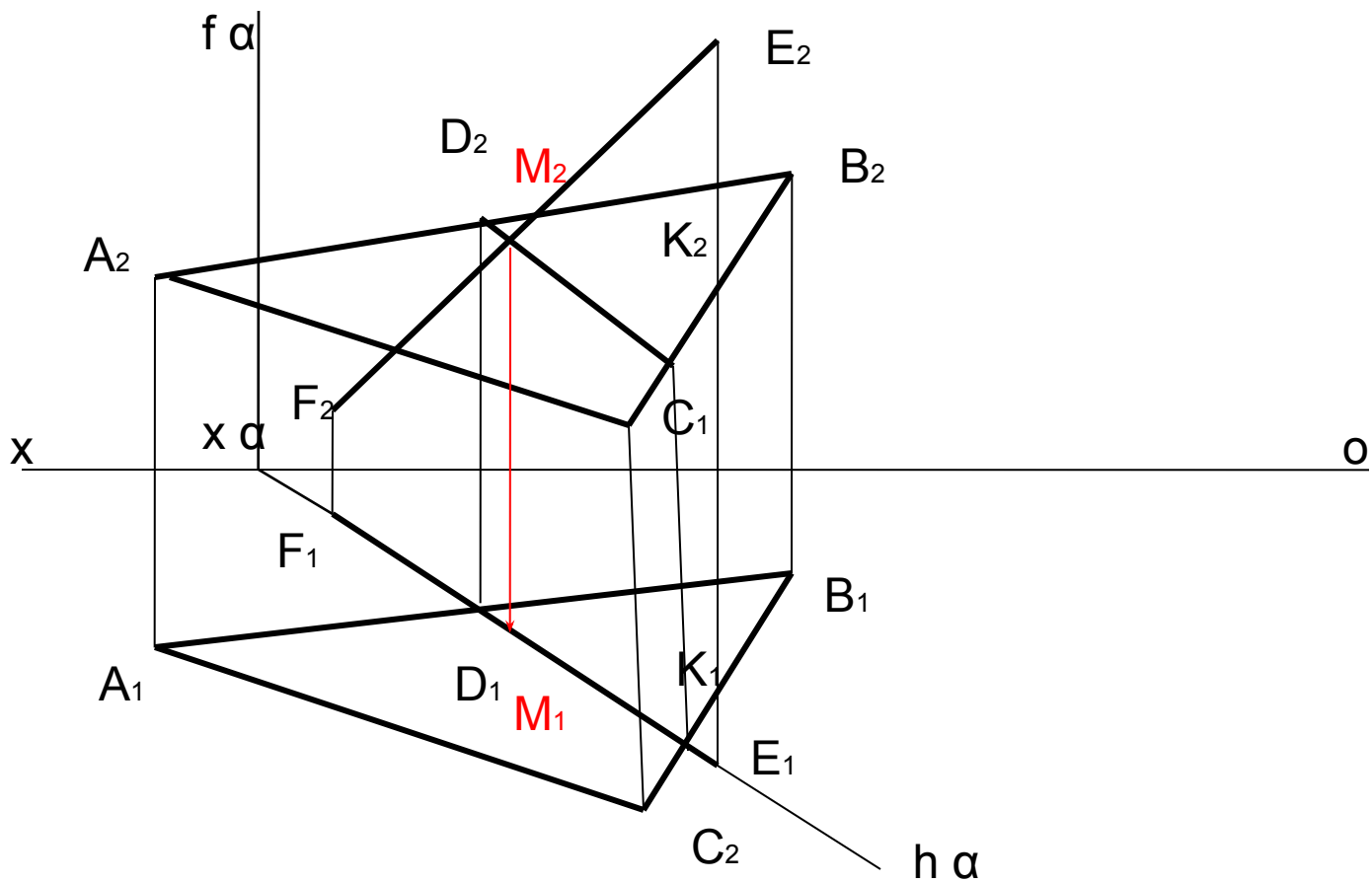
1. Через EF провести плоскость $\alpha \perp \Pi_1$, ноа совпадает с $E_1 F_1$ foа $\perp Oх$.



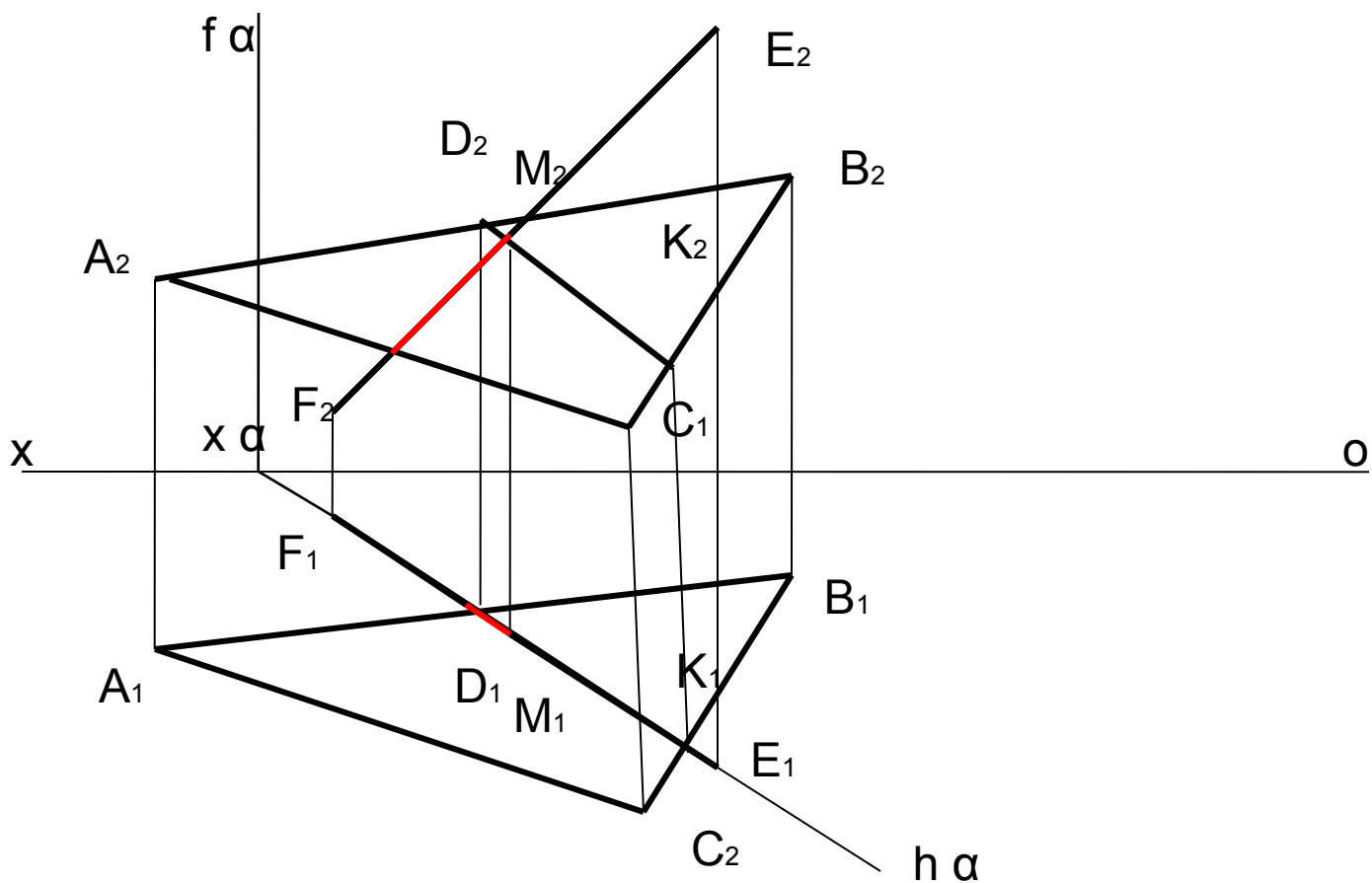
2. Найти ДК(D_2K_2 , D_1K_1)линию пересечения вспомогательной пл. α , ($f \circ \alpha$ hoa) с заданной плоскостью $\Delta ABC(A_2B_2C_2; A_1B_1C_1)$ $KD = \Delta ABC \cap \alpha$



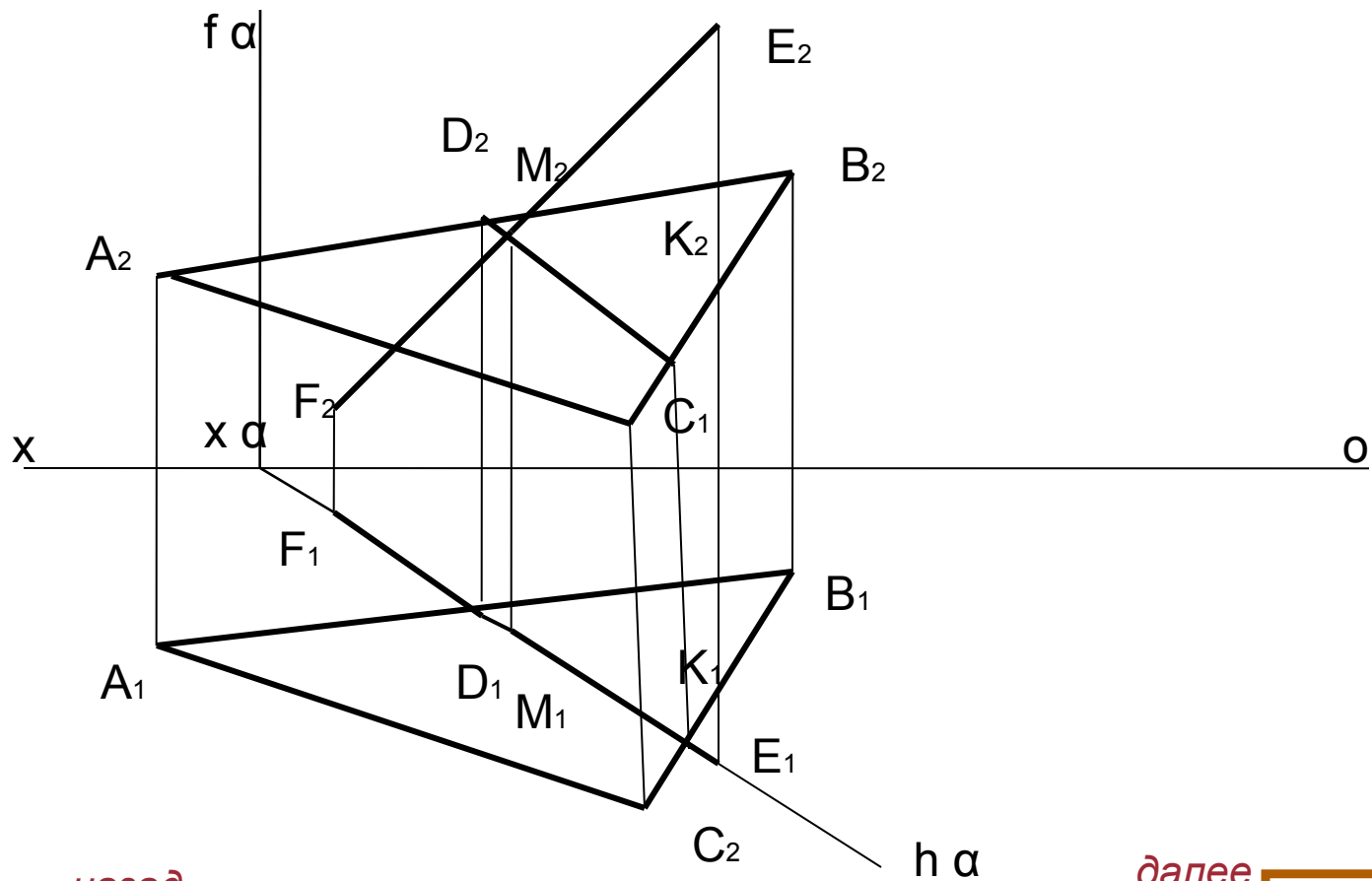
3 Найти $(\bullet)M(M_2M_1) - (\bullet)$ пересечения линии ДК $(D_2K_2)(D_1K_1)$ и прямой $EF(E_2F_2; E_1F_1)$ $(\bullet) M = DK \cap EF$



4. Используя конкурирующие точки $1(1_21_1)$ $2(2_22_1)$ Определить видимость. ΔABC представляет собой плоскость односторонней видимости, поэтому один и тот же участок заданной прямой будет виден сверху (M_1E_1) и спереди (M_2E_2)



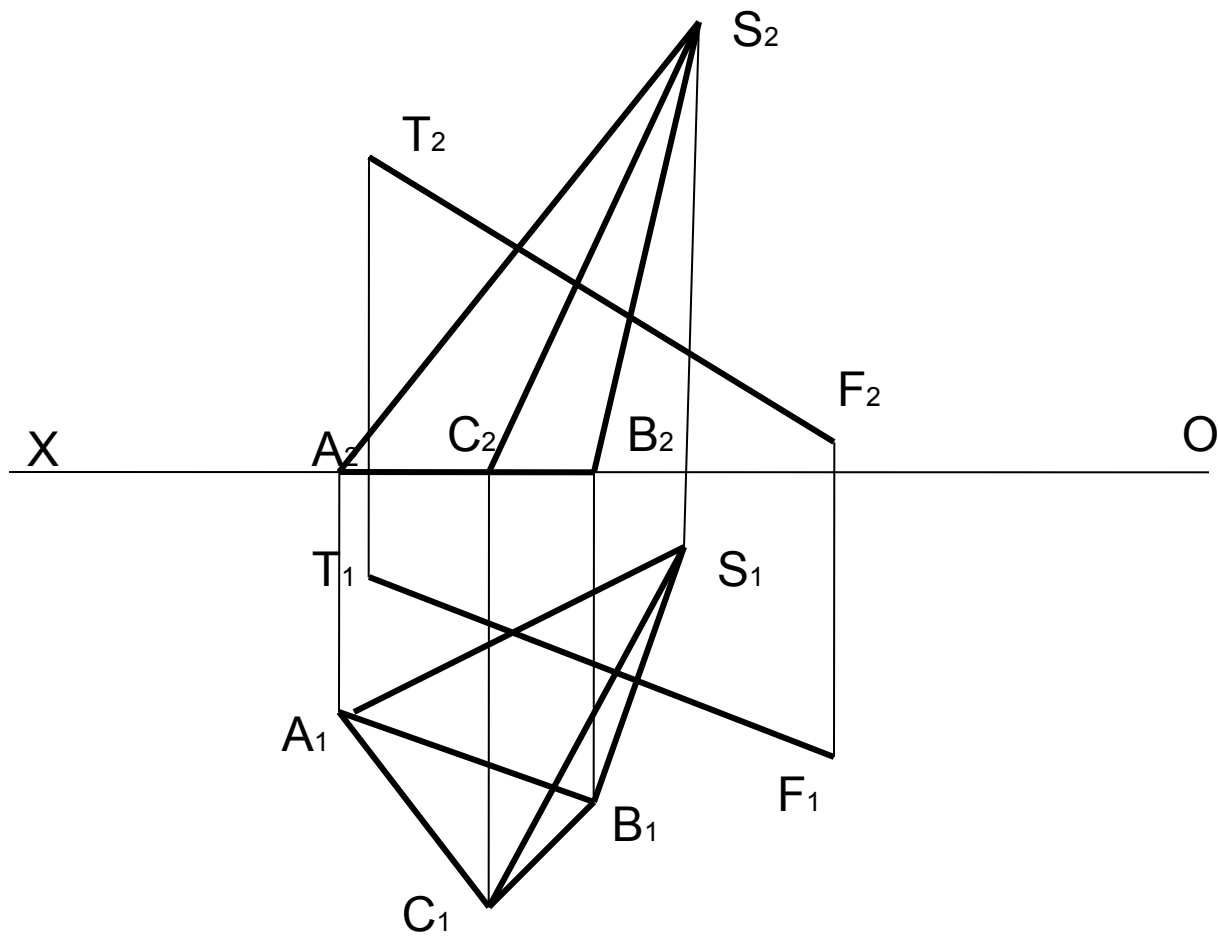
5. Показываем видимость



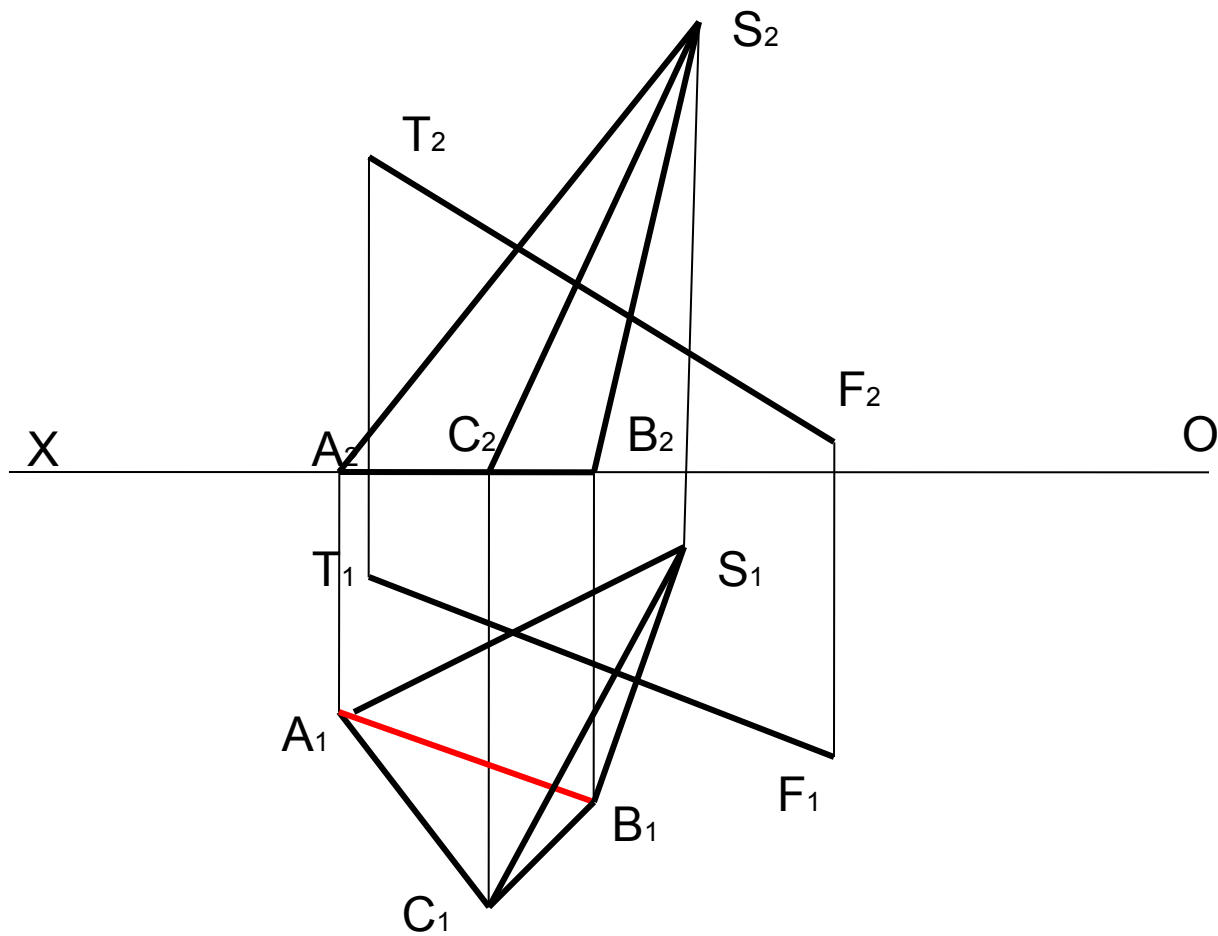


Пересечение прямой с геометрическими телами

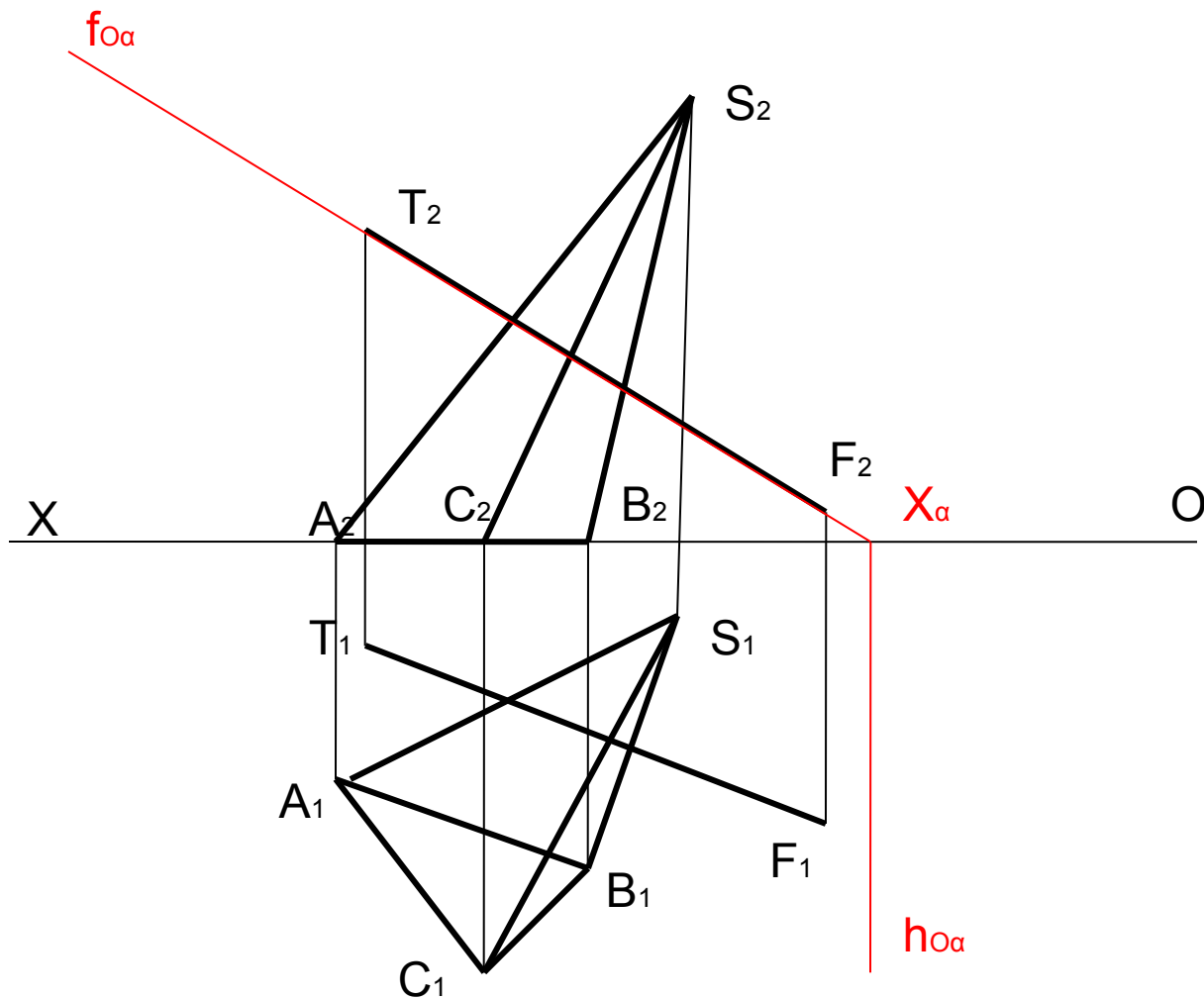
Задача : Построить точку пересечения прямой линии TF с поверхностью многогранника. Показать видимость ребер многогранника секущей прямой линии.



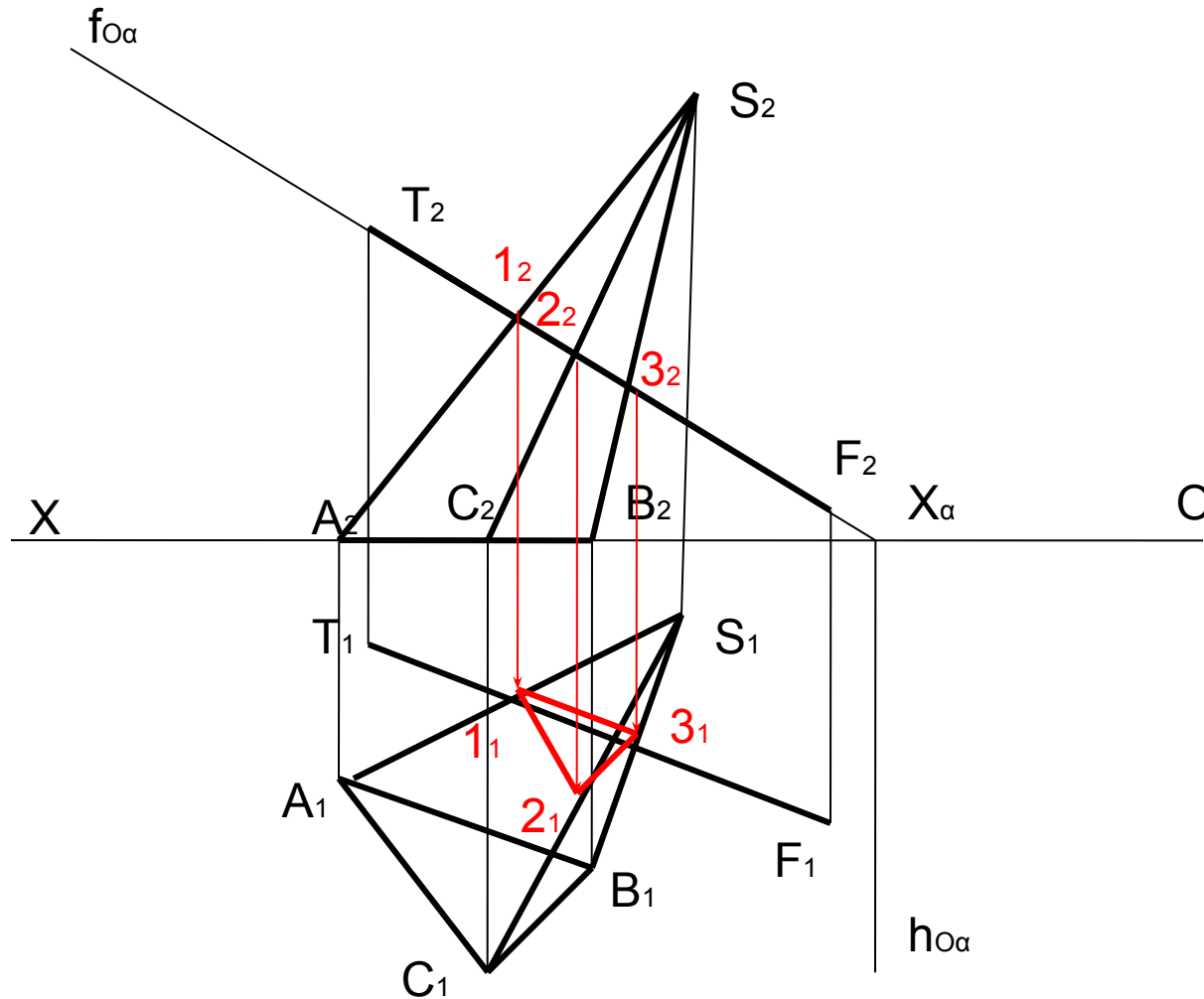
1. Определяем видимость ребер многогранника, используя правило видимости и метод конкурирующих точек $1(1_21_1)2(2_22_1)$.



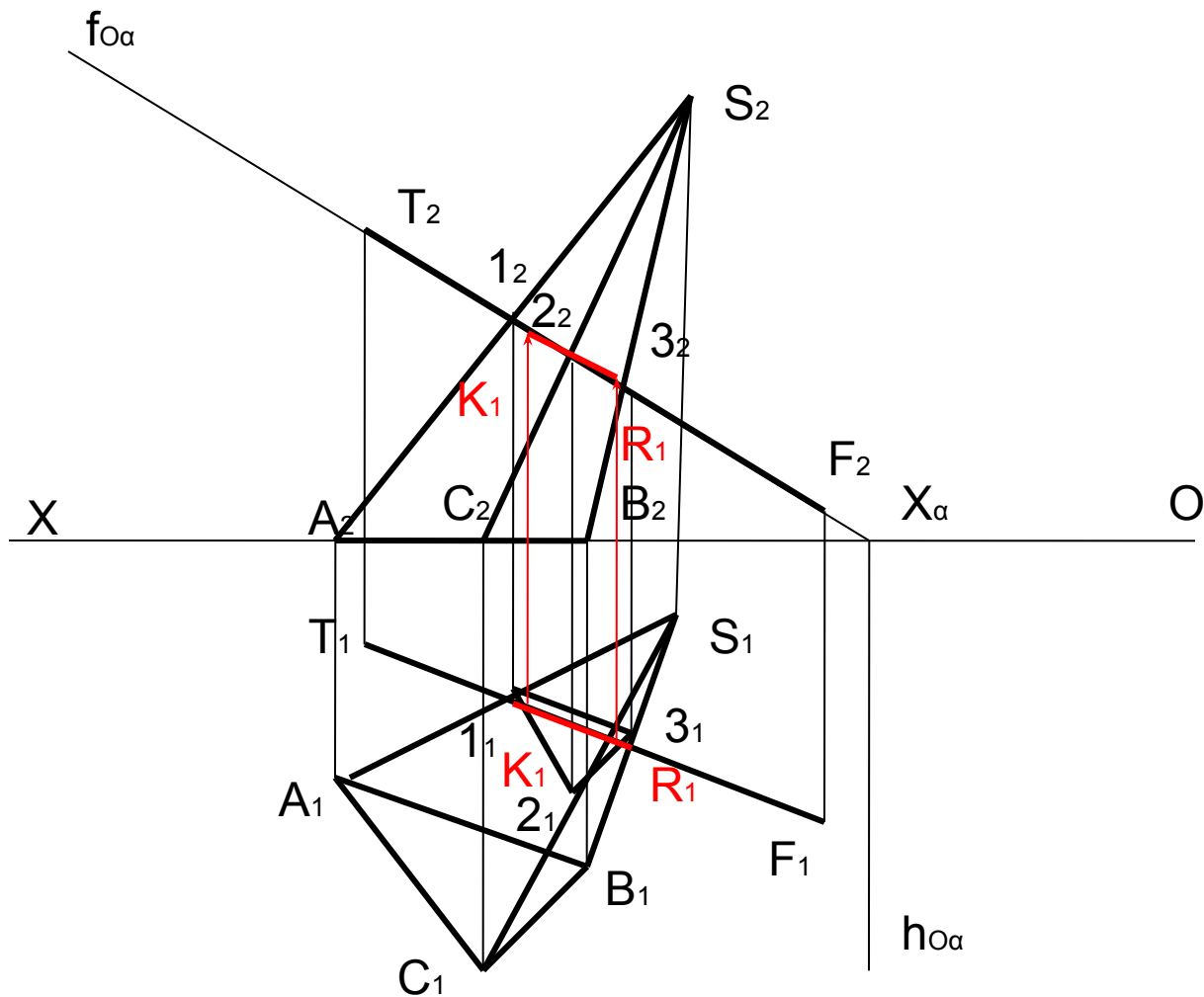
2. Через прямую TF проводим вспомогательную плоскость α , перпендикулярную фронтальной плоскости проекций Π_2 : след $f_0 \alpha$ совпадает с $T_2 F_2$ $h_{0\alpha} \perp$ оси Ox .



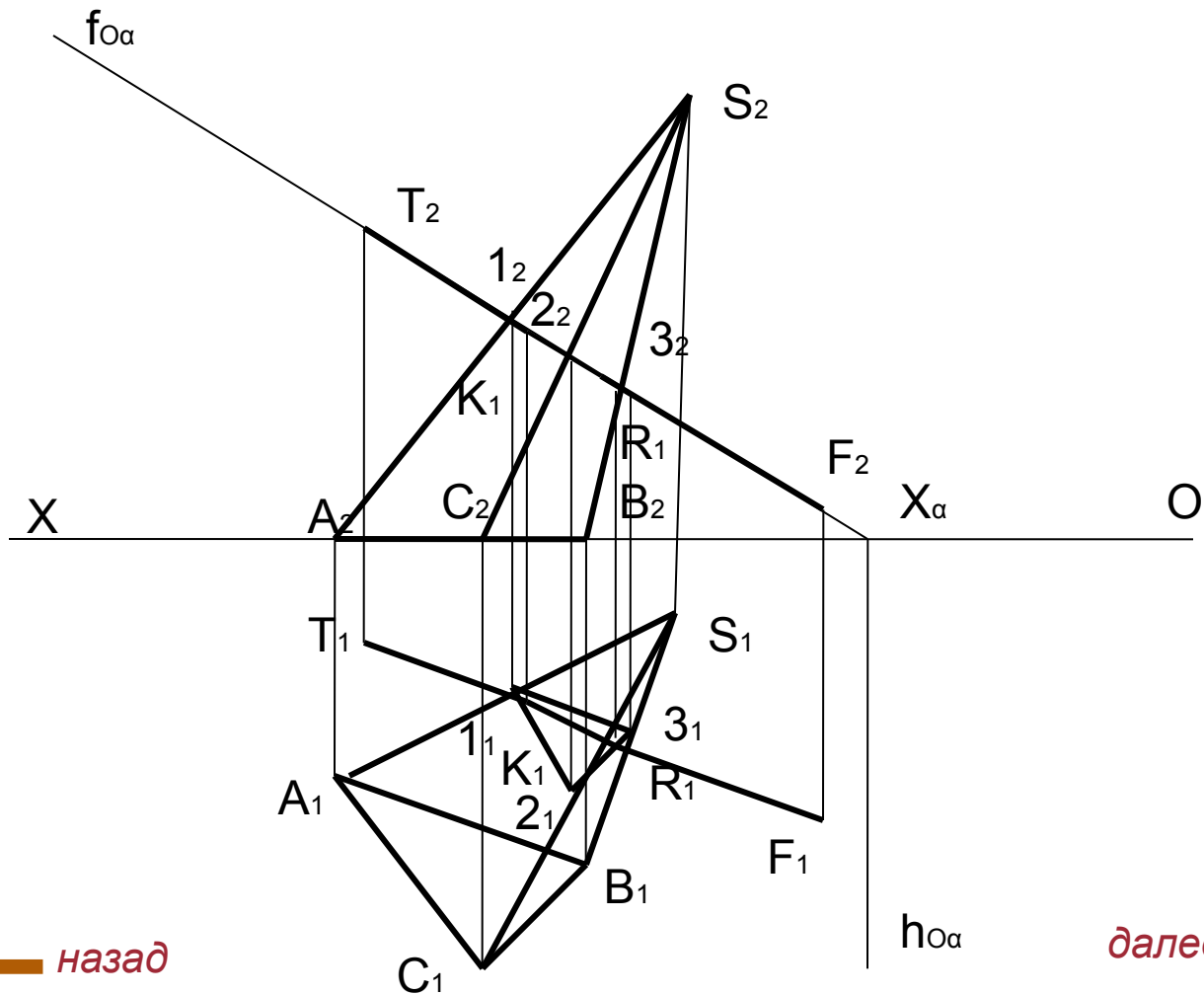
3. Строим линию пересечения вспомогательной плоскости α ($f_{0\alpha}$ $h_{0\alpha}$) с поверхностью заданного многогранника фронтальная проекция сечения плоскости α с поверхностью пирамиды ($1_2 2_2 3_2$) совпала с фронтальным следом $f_{0\alpha}$ плоскости α . горизонтальная проекция сечения $1_1 2_1 3_1$ определилась по точкам $1_1 2_1 3_1$ лежащим на соответствующих ребрах пирамиды ('построение показано стрелками),

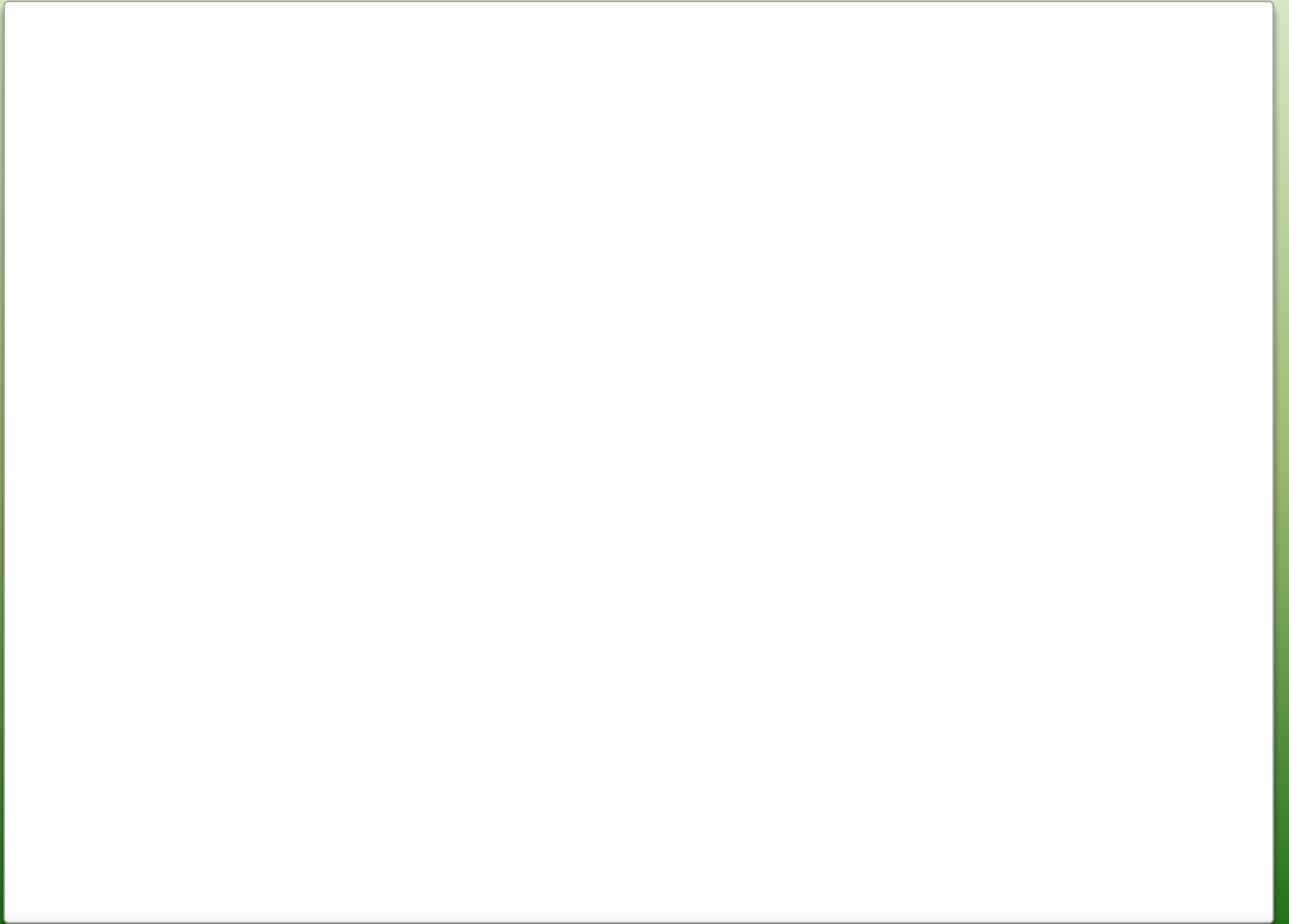


4. Найдем точки пересечения заданной прямой TF с контуром сечения 123 - точки K ($K_2 K_1$) и R ($R_2 R_1$). По линиям связи отмечаем точки K_2 и R_2 на фронтальной проекции прямой T_2F_2 . Это и будут искомые точки (входа и выхода) пересечения прямой с поверхностью многогранника (пирамиды).

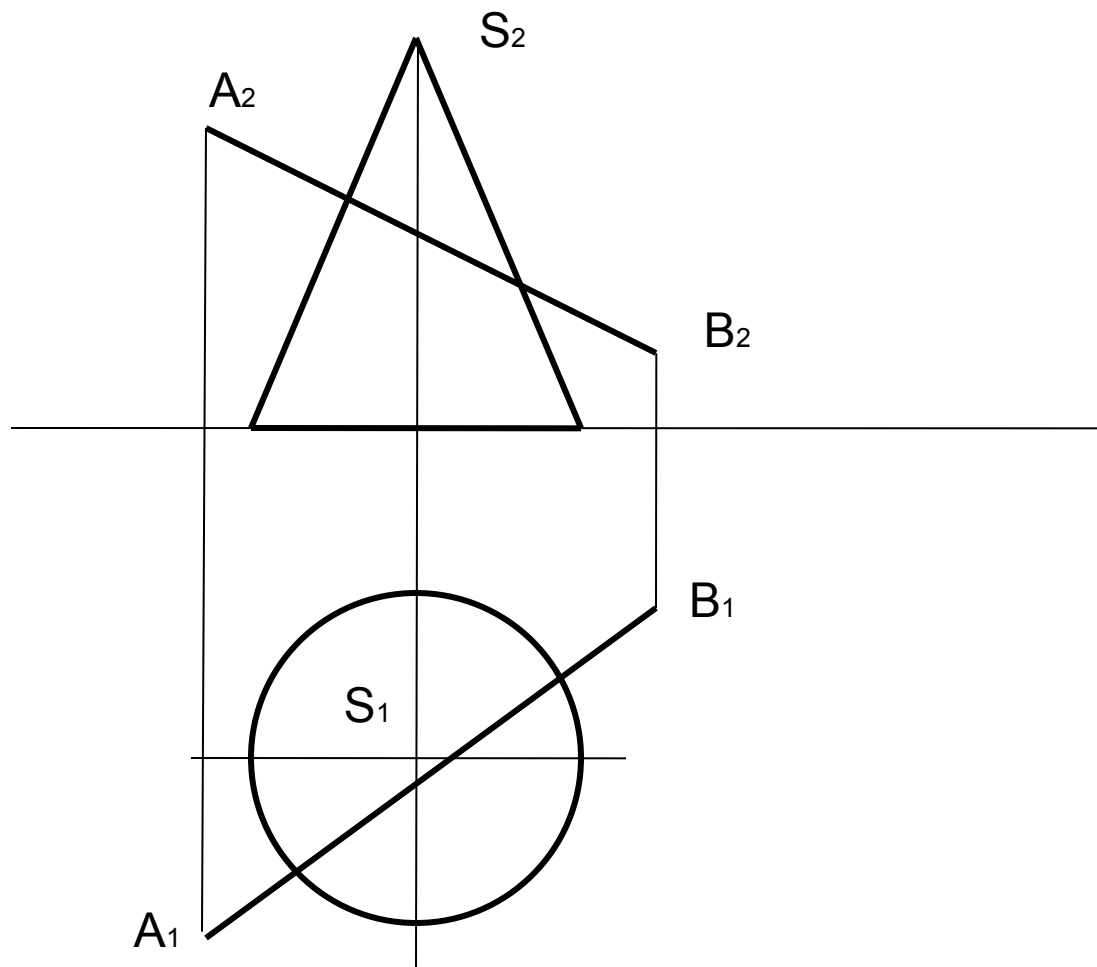


5. Определяем видимость прямой TF относительно многогранника, используя метод конкурирующих точек $4(4_24_1)$, $5(5_25_1)$.
 Участок прямой KR(K_2R_2, K_1R_1) внутри многогранника Всегда невидим.
 Показываем видимость сечения

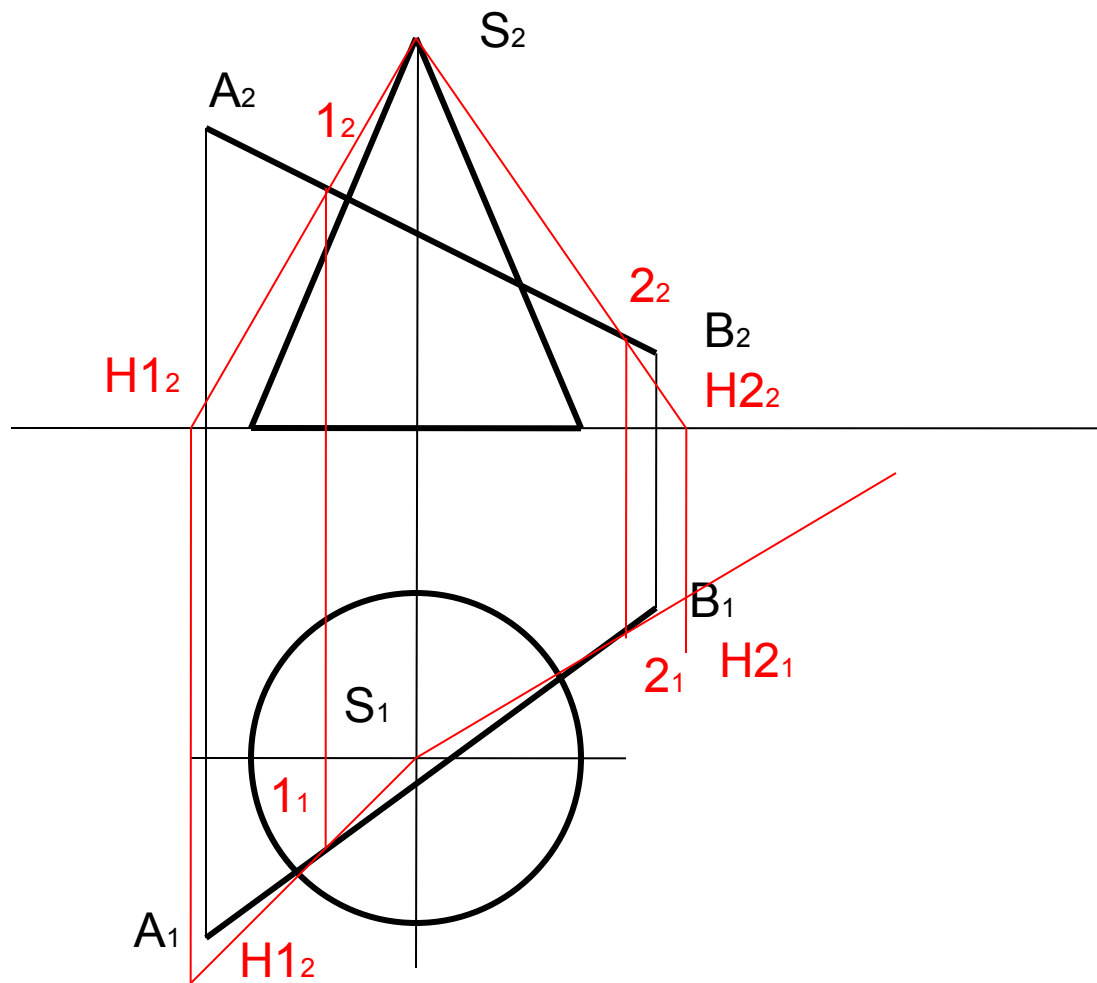




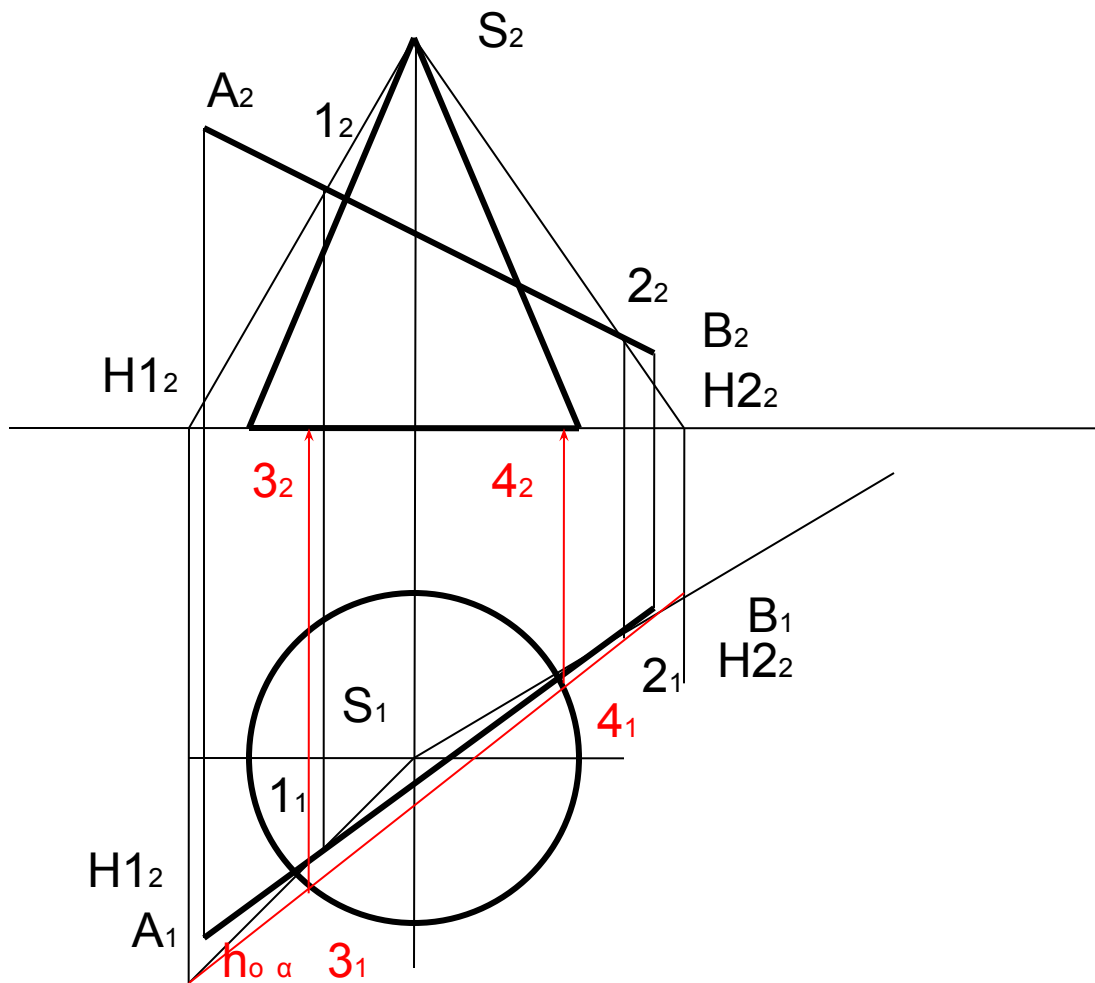
Задача: Определить точки пересечения прямой AB с поверхностью конуса. Показать видимость прямой.



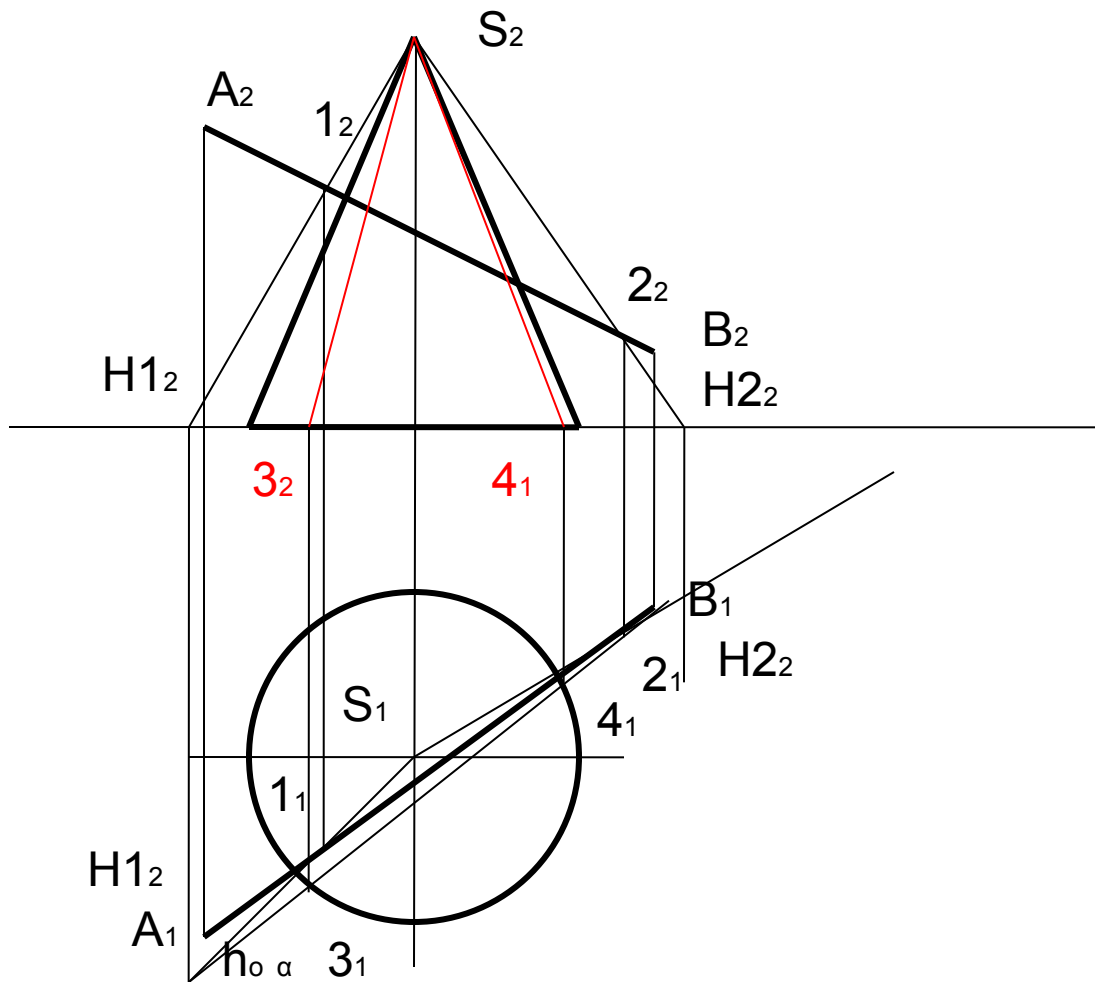
1 Через прямую АВ проводим вспомогательную плоскость. в качестве вспомогательной плоскости принимаем плоскость, проходящую через вершину конуса S , и две точки 1 и 2, произвольно взятые на прямой АВ. Определяем горизонтальные следы H_1 , (H_{21}, H_{11}) и H_2 (H_{22}, H_{21}) пересекающихся прямых S_1 и S_2 . Точки 1 и 2 следует выбрать с таким расчетом, чтобы горизонтальные следы H_1 и H_2 получились в пределах чертежа.



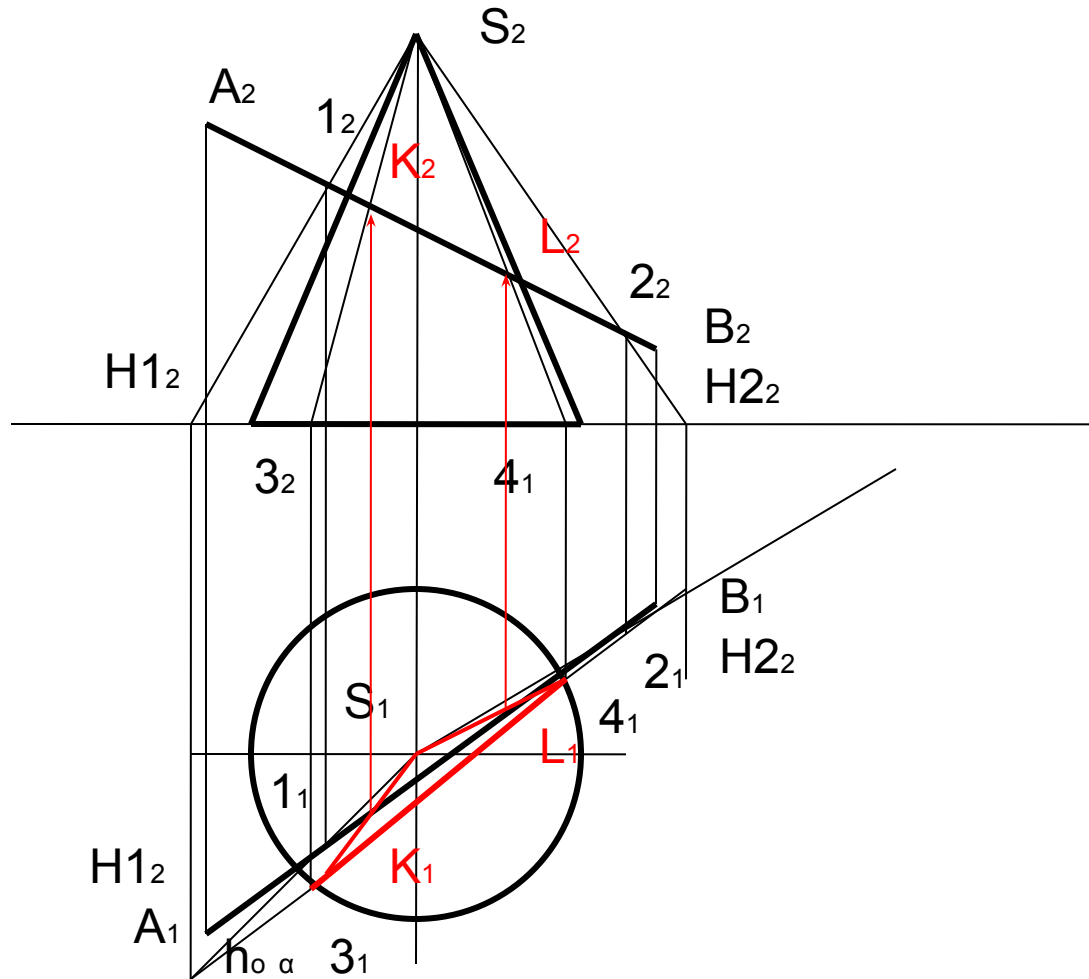
2. Через гориз. следы прямых (n_1 и n_r) проводим горизонтальный след $h_{o\alpha}$ плоскости α . Так как конус своим основанием расположен на плоскости, определяем точки 3 и 4 — пересечения основания со следом

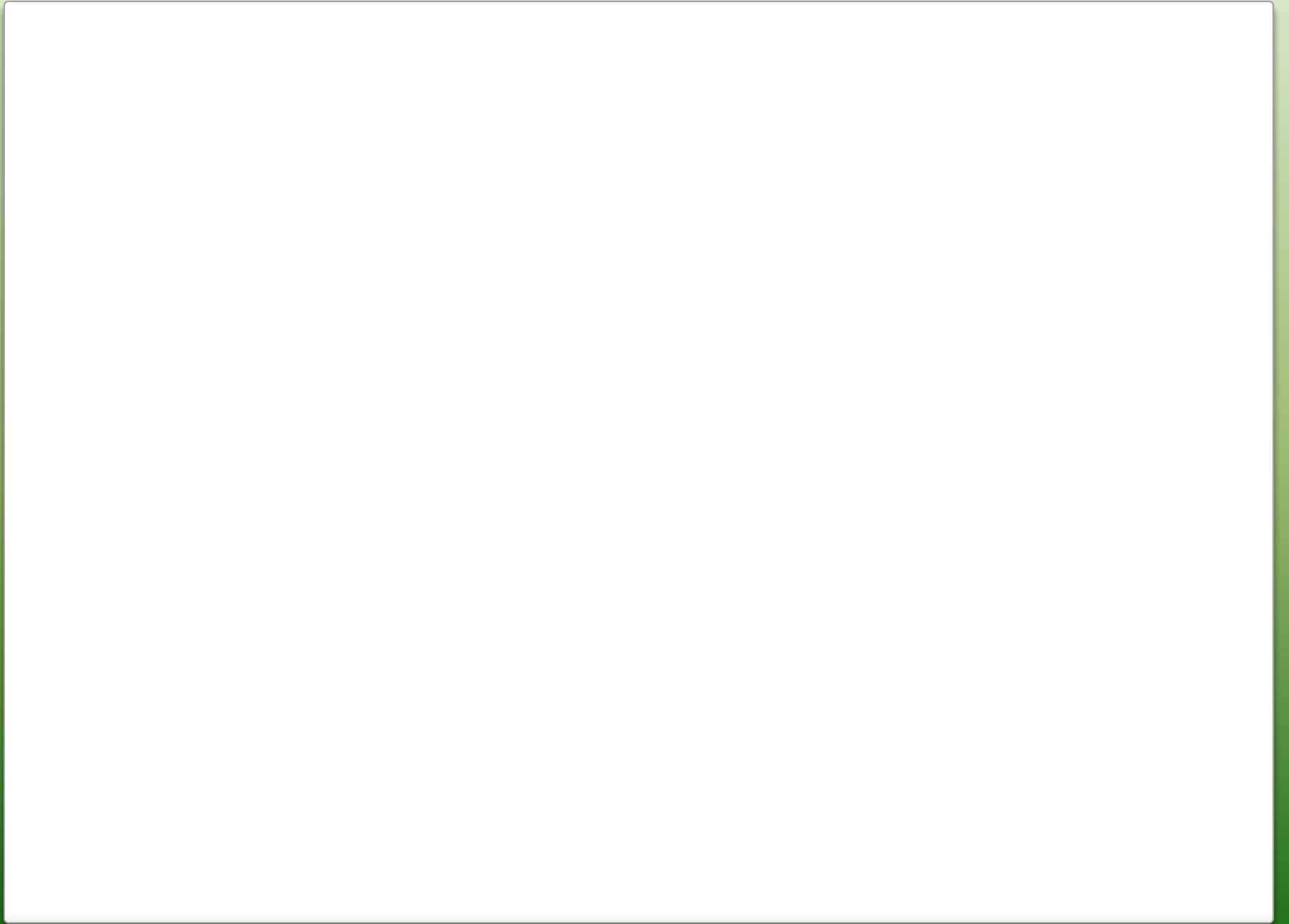


S3 и S4 - образующие.

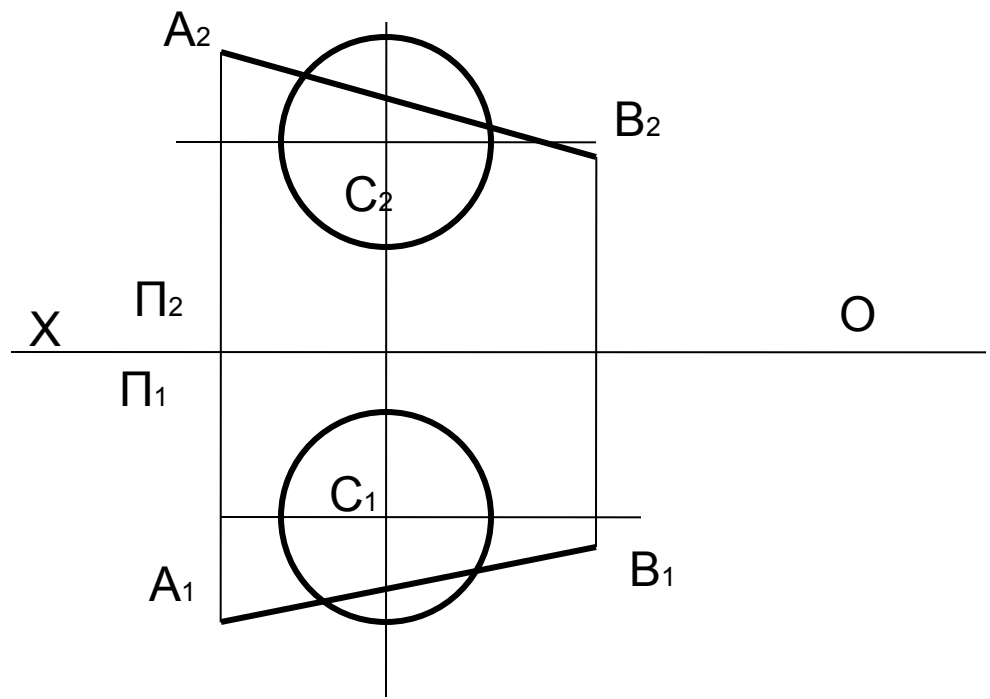


3. Определяем линию пересечения вспомогательной плоскости α с конусом - это образующие S_3 и S_4 .

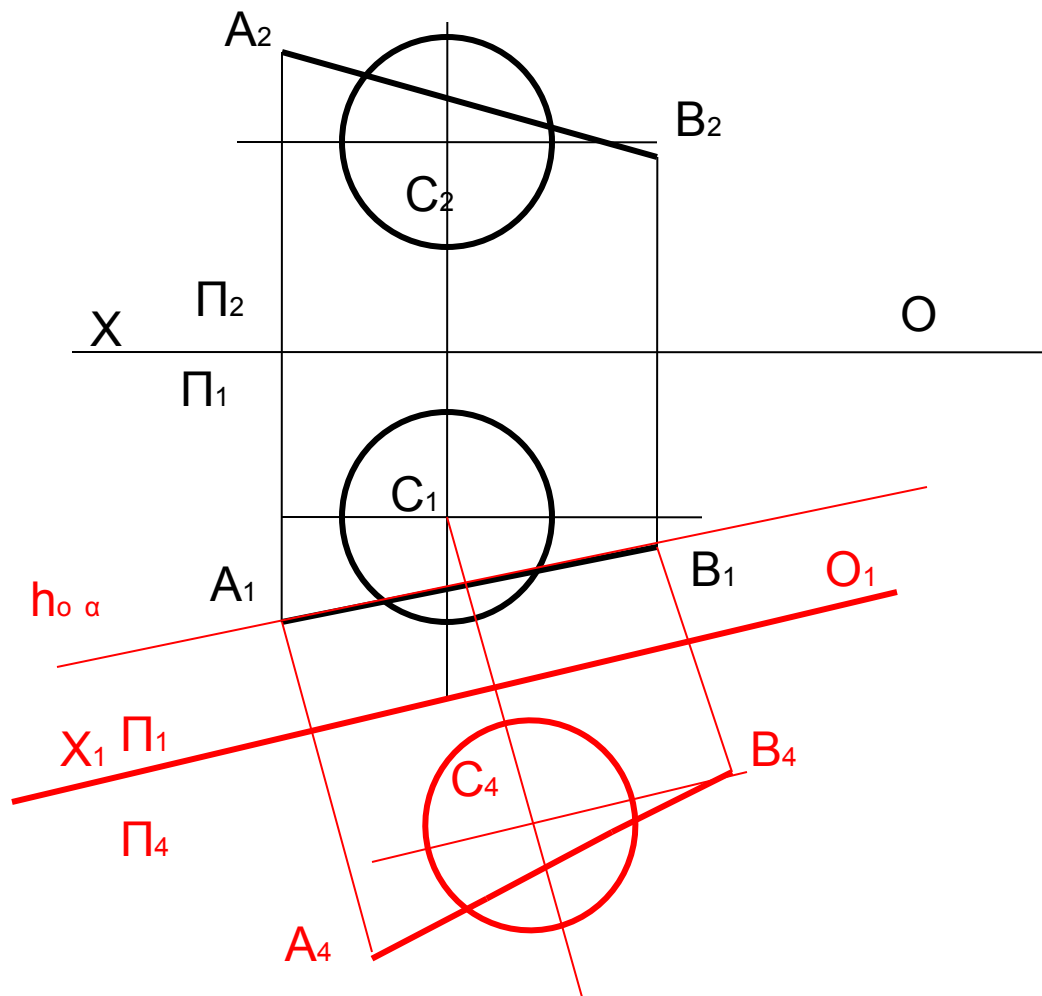




Задача : *Определить точки пересечения прямой АВ с поверхностью сферы, показать видимость прямой.*

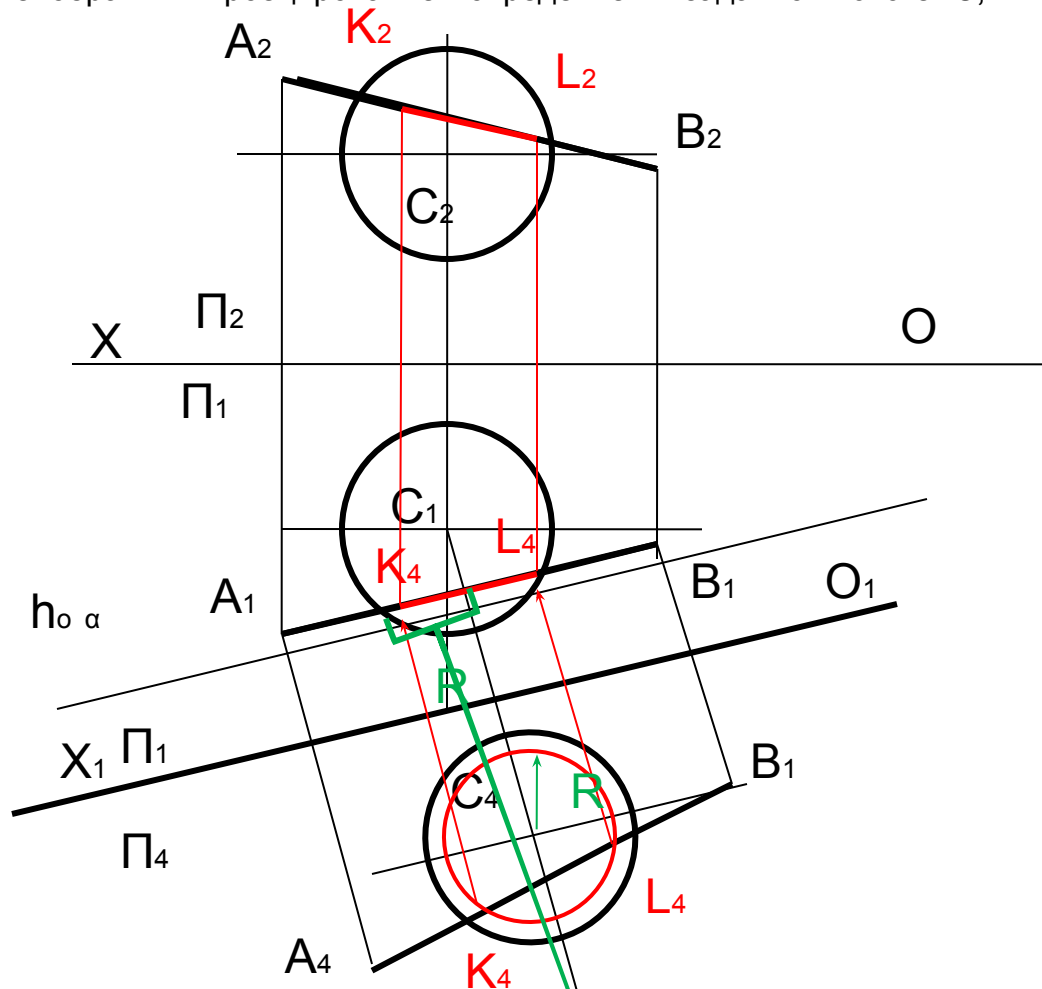


1. Через прямую АВ проводим пл. α Π_1 (след $h_{0\alpha}$ совпадает с горизонтальной проекцией прямой A_1B_1). ($\alpha \perp \Pi_1$) \cap ($A_1B_1 \subset h_{0\alpha}$).

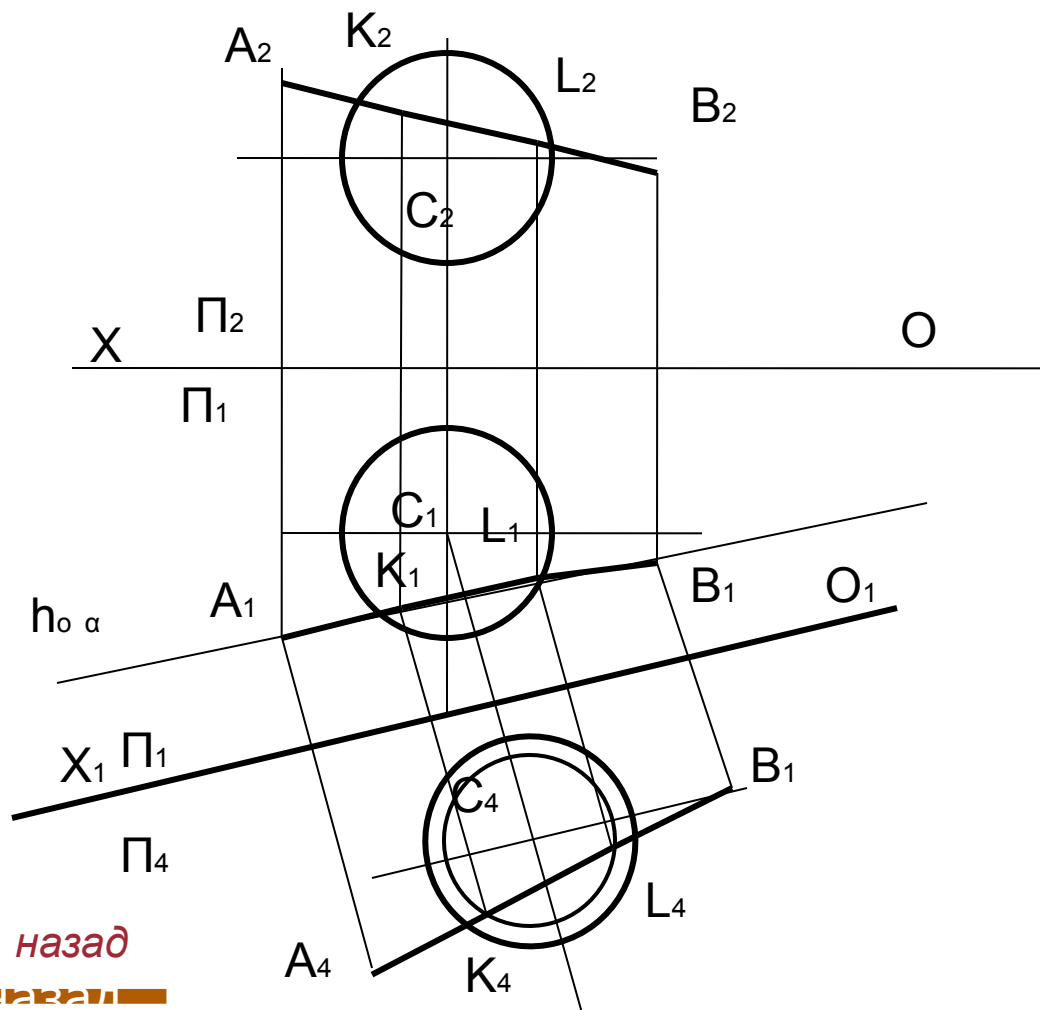


Любая плоскость пересекающая поверхность сферы, пересекает, по окружности, проекции которой при донном расположении прямой проецируются на пл. П2 в виде эллипса. Чтобы избежать построения эллипса. применим метод перемены пл. проекций, заменив пл. П₁ пл. П4 // A1 B1 Тогда ось O1, X1 будет // A1B1

2. Проецируем на пл. П4 заданную прямую АВ и сферу. Тогда сечение сферы пл. α на пл. П4 изобразится в виде окружности радиуса R. 3. В пересечении полученного сечения с прямой АВ и определяются искомые точки K₄L₄ (K⁴,L⁴) которые обратным проецированием определяем в заданной системе,



3. Определяем видимость прямой





ЗАДАЧИ

Задача По заданным координатам точек А; В; С; D; E; F;G; К построить их горизонтальные, фронтальные и профильные проекции. Определить, в каких октантах расположены точки;

точка	координаты		
	X	Y	Z
A	-40	35	50
B	25	-20	30
C	-30	-10	-35
D	50	20	40
E	70	15	-15
F	85	-30	-10
G	-10	60	-70
K	-50	-15	20

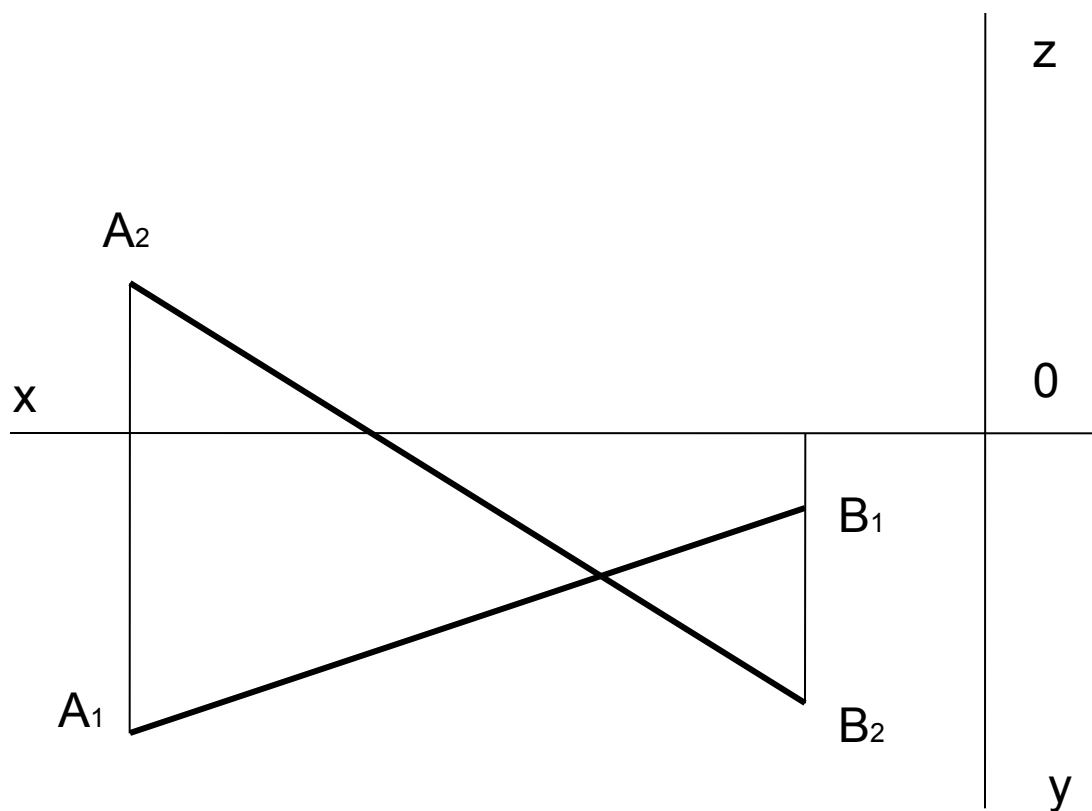


Задача Построить проекции отрезка прямой A B по заданным координатам его концов. Найти следы прямой.

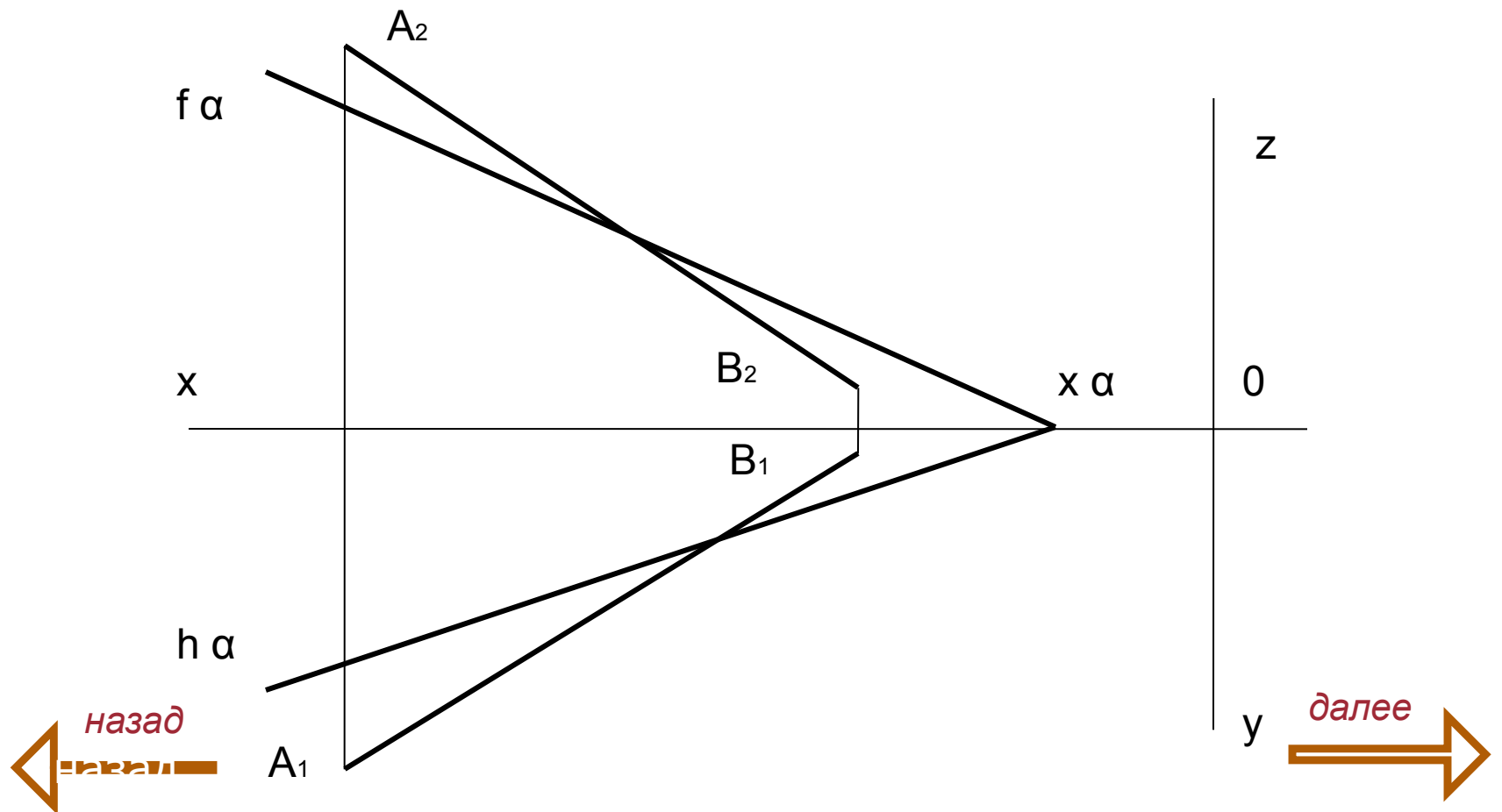
точка	координаты		
	X	Y	Z
A	70	-20	30
B	10	-50	40



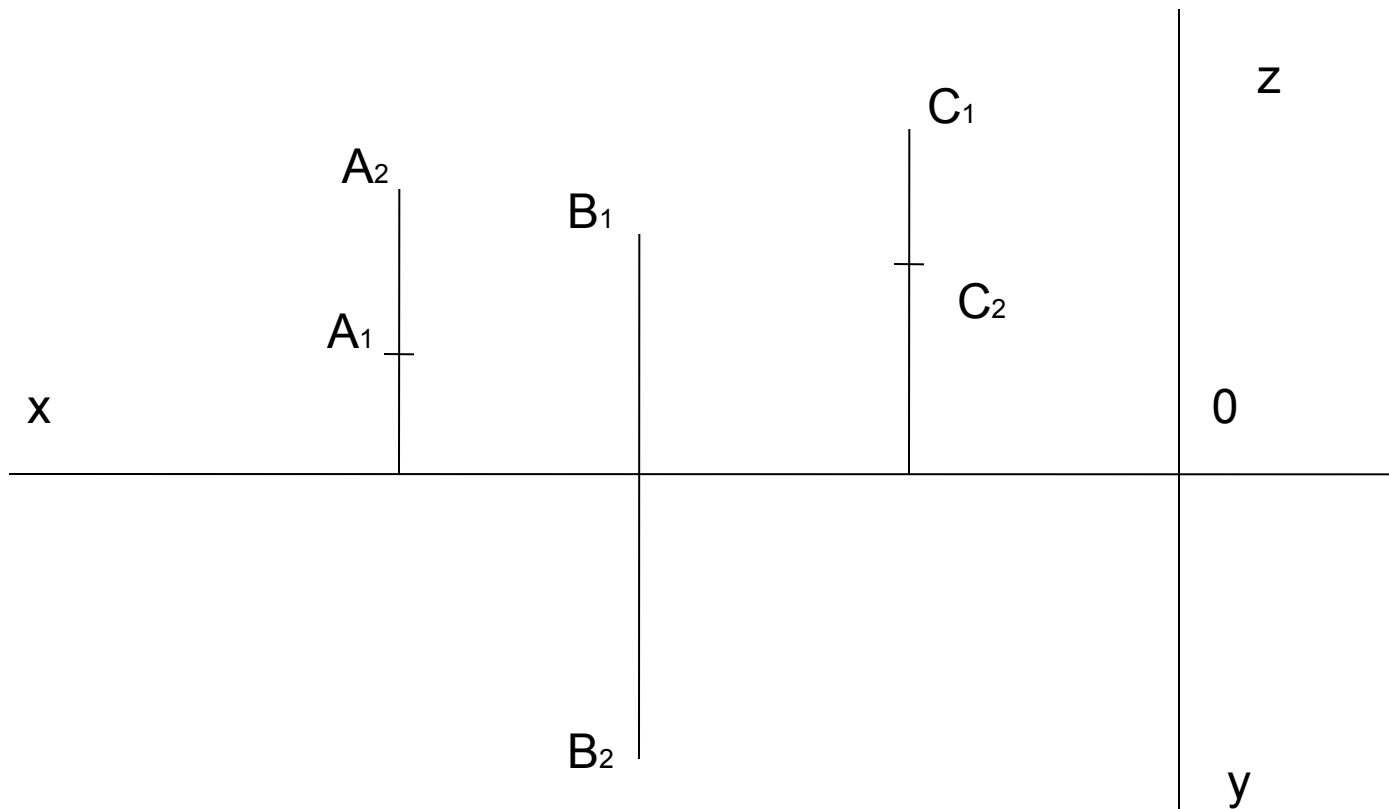
Задача . Определить натуральную длину отрезка прямой АВ и углы наклона этой прямой к плоскостям проекций π_1 и π_2



Задача Определить точку пересечения прямой AB с плоскостью a .
Через точку A провести прямую AC , параллельную плоскости a . Решить вопрос видимости прямой AB .



Задача Построить следы плоскости a , заданной тремя точками A, B, C . В плоскости a построить горизонталь, отстоящую на расстоянии двух единиц от горизонтальной плоскости π_1 и фронталь отстоящую на расстоянии трех единиц от фронтальной плоскости проекций π_2 .



Задача По заданным координатам вершин построить проекции треугольников ABC и DEF. Определить линию их пересечения. Решить вопрос видимости объектов.

Точки	Координаты		
	X	Y	Z
A	160	85	20
B	75	95	95
C	25	5	10
D	145	5	70
E	25	65	80
F	40	90	5



Задача . Определить точки пересечения прямой, заданной отрезком АВ, с поверхностью. Решить вопрос видимости прямой

