Основные тригонометрические формулы

Подготовила ученица 10 класса: Панькина Диана
Учитель: Малянов Иван Иванович
Сосновская СОШ 2012 г.

Основные формулы тригонометрии и их свойства

Дадим определения тригонометрическим функциям синуса, косинуса, тангенса и котангенса. возьмем любой прямоугольный треугольник. Из курса геометрии мы знаем, что у него есть два катета и гипотенуза, причем угол между двумя катетами прямой - то есть равен 90^o, или π/2 радиан.

Рассмотрим угол α, который образован одним из катетов и гипотенузой.

Синусом угла α называется отношение длин противолежащего катета к гипотенузе.

Косинусом угла α называется отношение длин прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенсом угла α называется отношение длин противолежащего катета к прилежащему.

Котангенсом угла α называется отношение длин прилежащего катета к противолежащему.

Из определений тригонометрических функций сразу же следуют **тригонометрические тождества:**

А это основные тригонометрические формулы, которыми пользуются учащиеся во время решения тригонометрических задач.

Связь между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos}$$

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$tg\alpha = \frac{1}{ctg\alpha}$$

$$ctg\alpha = \frac{1}{tg\alpha}$$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = \frac{tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = \frac{1}{1+ctg^2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = \frac{1}{1+tg^2\alpha} = \frac{ctg^2\alpha}{1+ctg^2\alpha}$$

$$tg^2\alpha = \frac{\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha} = \frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{ctg^2\alpha}$$

$$ctg^2\alpha = \frac{1-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha} = \frac{1}{tg^2\alpha}$$

Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

$$ctg 2\alpha = \frac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha}$$

$$\left|\sin\frac{\alpha}{2}\right| = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$\left|\cos\frac{\alpha}{2}\right| = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$\left|tg\frac{\alpha}{2}\right| = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

Формулы, что выражают тригонометрические функции через тангенс половинного угла

$$\sin\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$tg\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$ctg\alpha = \frac{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}}{2tg\frac{\alpha}{2}}$$

Тригонометрические функции суммы и разности углов

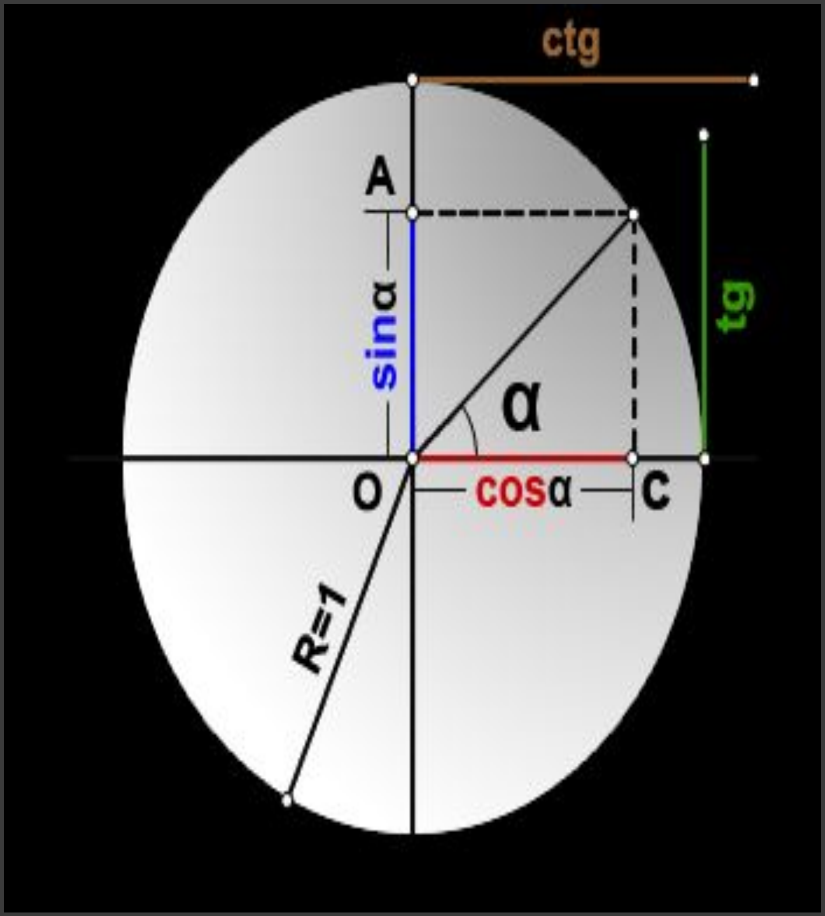
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha tg\beta}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

$$ctg(\alpha \pm \beta) = \frac{ctg\alpha ctg\beta \mp 1}{ctg\beta \pm ctg\alpha}$$

Значения синуса, косинуса, тангенса, котангенса



sin(α)=OA
cos(α)=OC
tg(α)=DE
ctg(α)=MK
R=OB=1

Пример решения тригонометрического уравнения при помощи тригонометрической формулы

Пример 1. sin3x = sinx.

Решение. Перенесем sinx в левую часть уравнения и полученную разность преобразуем в произведение. sin3x - sinx == 0; 2sinx · cos2x = 0.
Из условия равенства нулю произведения получим два простейших уравнения.

sinx = 0 или cos2x = 0.

x1 = p n, n Î Z, x2 = p /4 + p n/2, n Î Z

Ответ: x1 = p n, n Î Z, x2 = p /4 + p n/2, n Î Z.