

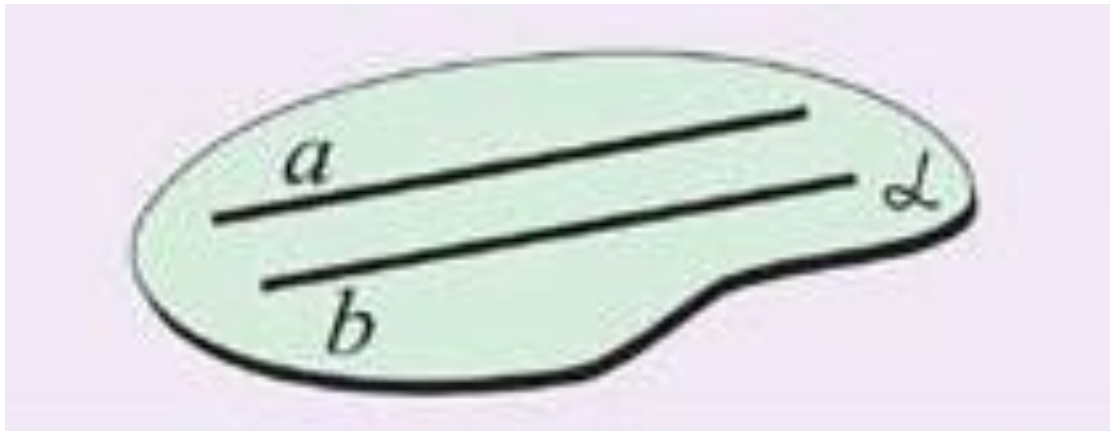
# ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

# Параллельные прямые в пространстве

Определение:

*Две прямые в пространстве называются параллельными, если они не пересекаются и лежат в одной плоскости.*

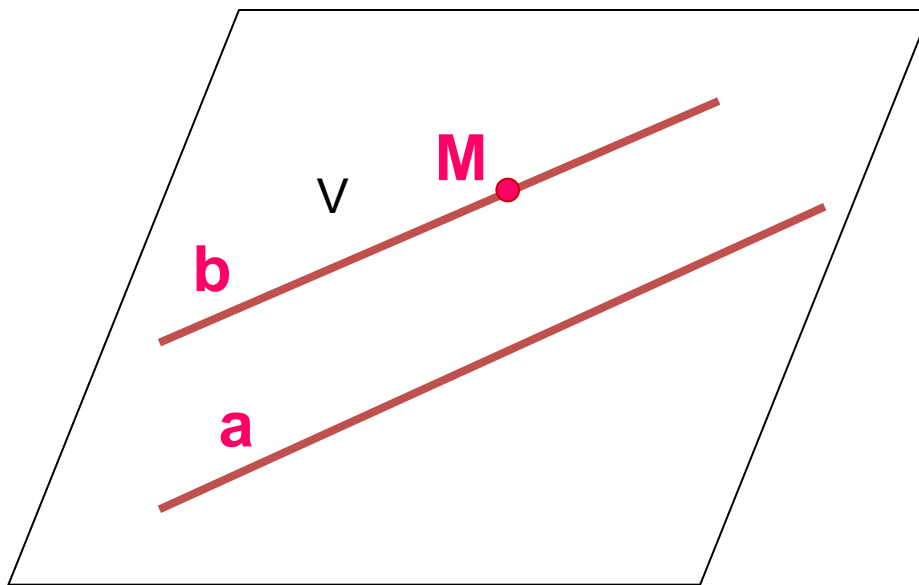
Значит, через две параллельные прямые можно провести плоскость и только одну.



**a || b**

# Теорема

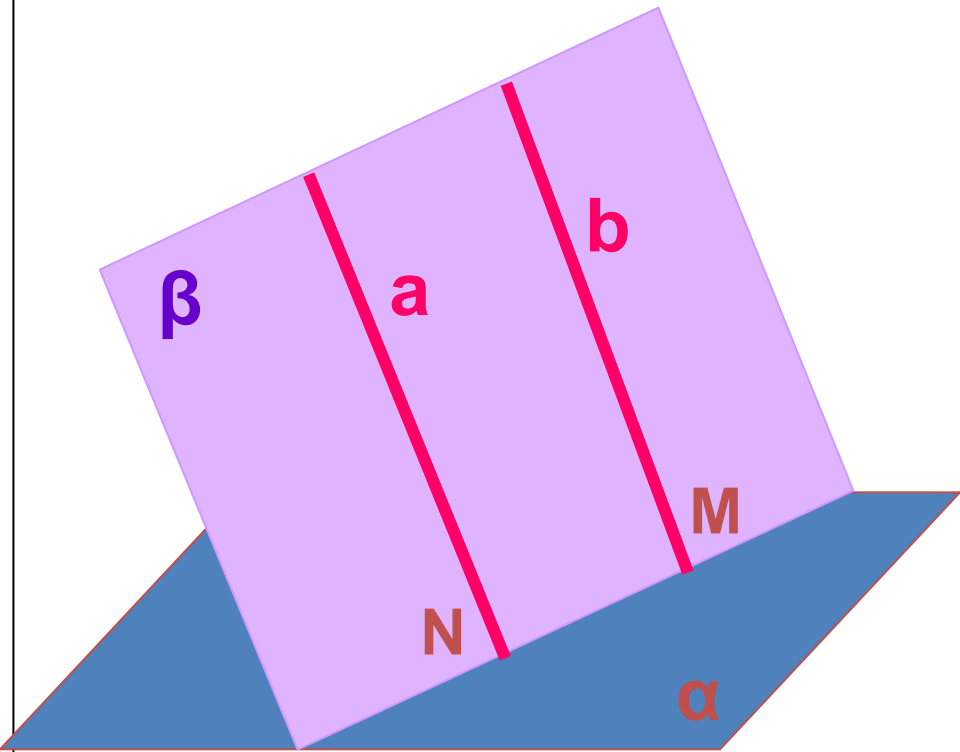
Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную данной, и только одну.



$M \in b$

$a \parallel b$

# Лемма

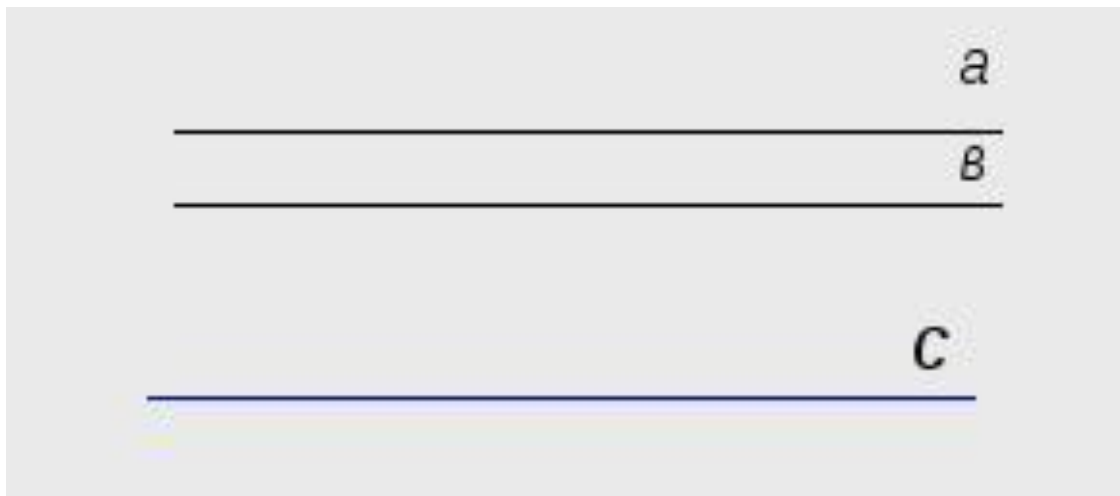


$a \parallel b$   
 $a \cap \alpha$   
 $b \cap \alpha$

**Если одна из параллельных прямых пересекает плоскость, то и вторая прямая пересекает эту плоскость.**

# ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМЫХ

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны между собой.

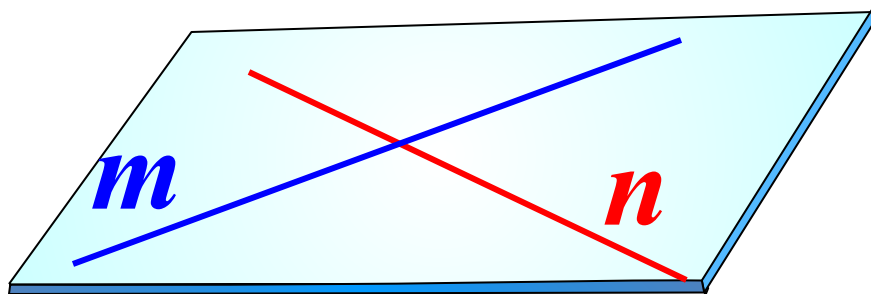


**a || b**

**a || c**

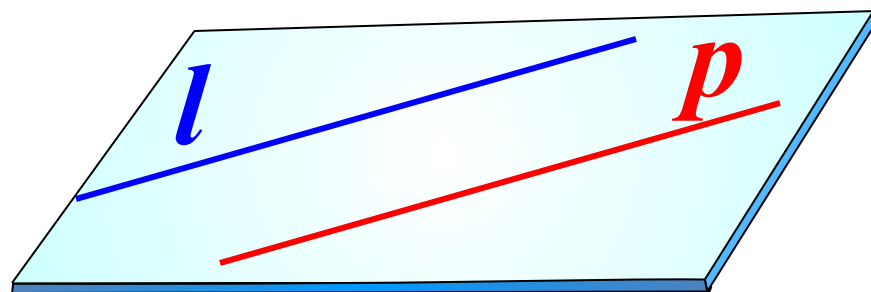
**b || c**

# Три случая взаимного расположения прямых в пространстве



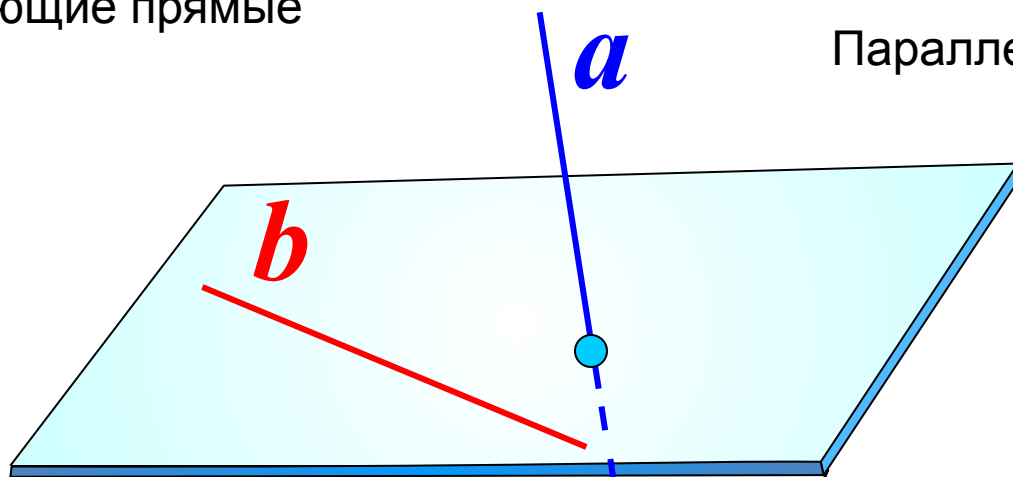
$$n \cap m$$

Пересекающиеся прямые



$$l \parallel p$$

Параллельные прямые



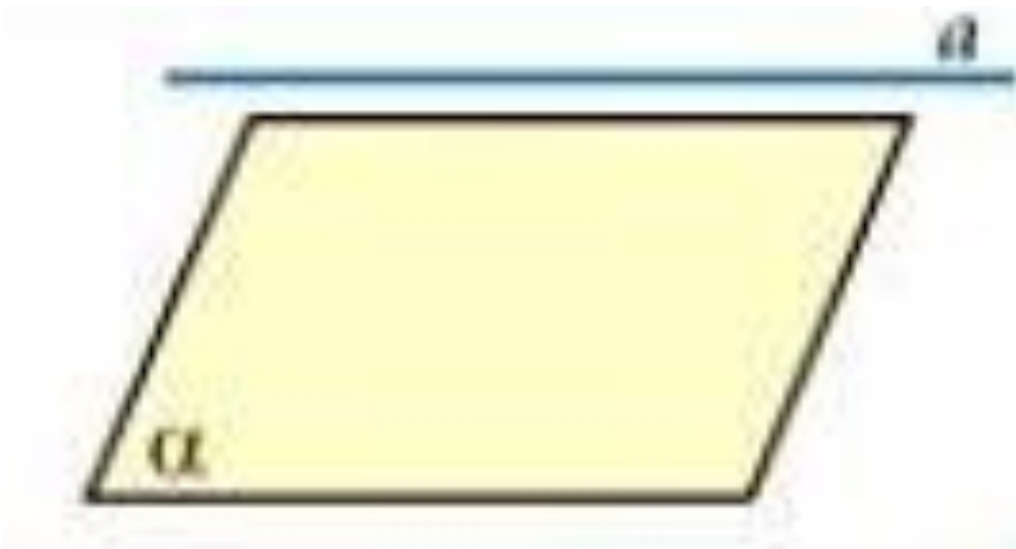
$$a \perp b$$

Скрещивающиеся прямые

# Параллельность прямой и плоскости

## *Прямая и плоскость*

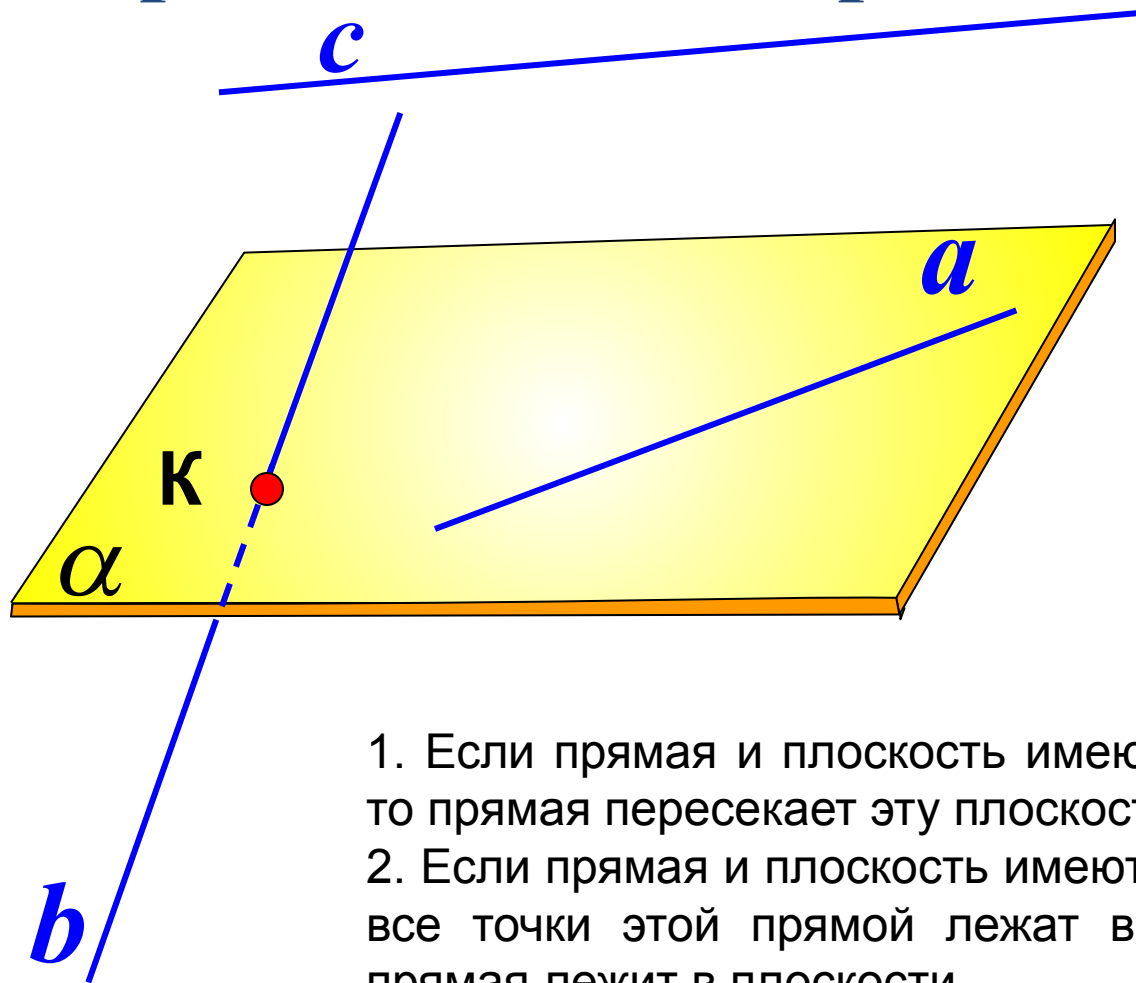
называются *параллельными*, если они не имеют общих точек.



~~$a \in \alpha$~~

$a \parallel \alpha$

# Три случая взаимного расположения прямой и плоскости



$$a \subset \alpha$$

$$b \cap \alpha = K$$

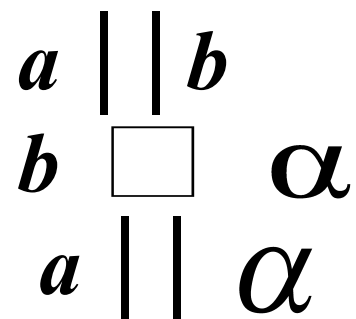
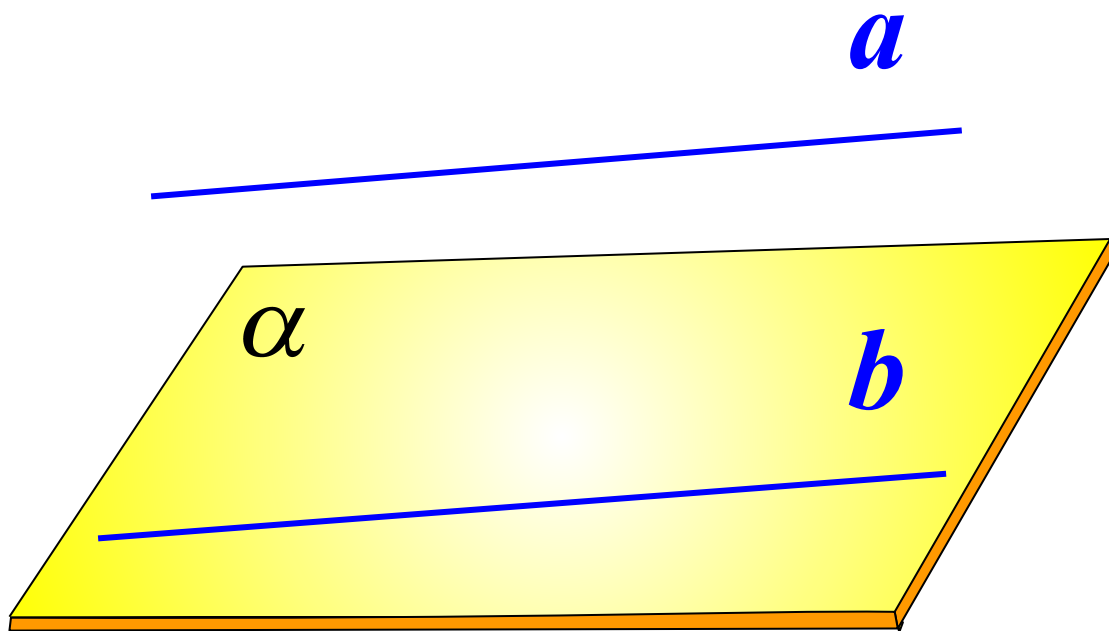
$$c \parallel \alpha$$

1. Если прямая и плоскость имеют одну общую точку, то прямая пересекает эту плоскость.
2. Если прямая и плоскость имеют две общие точки, то все точки этой прямой лежат в плоскости, то есть прямая лежит в плоскости.
3. Если прямая и плоскость не имеют общих точек, то прямая параллельна плоскости.



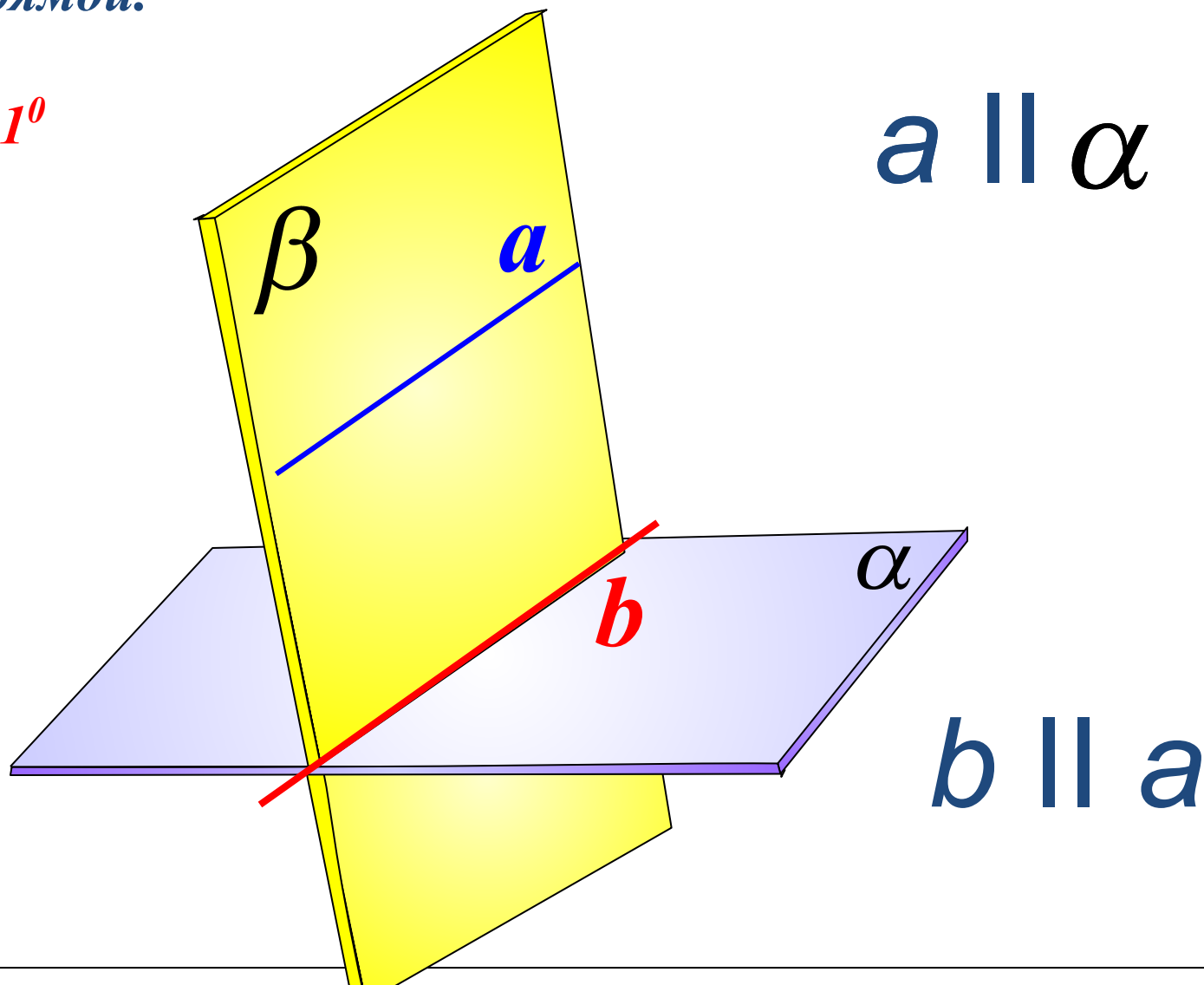
## Теорема

*Если прямая не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна этой плоскости.*



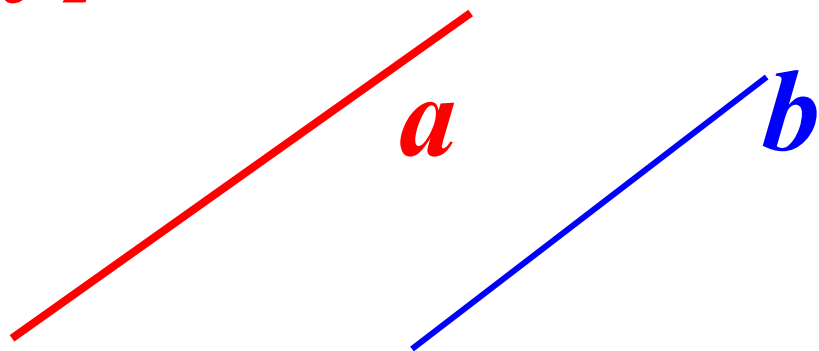
*Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.*

*Следствие 1<sup>0</sup>*



*Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.*

*Следствие 2<sup>0</sup>*



$$a \parallel b$$

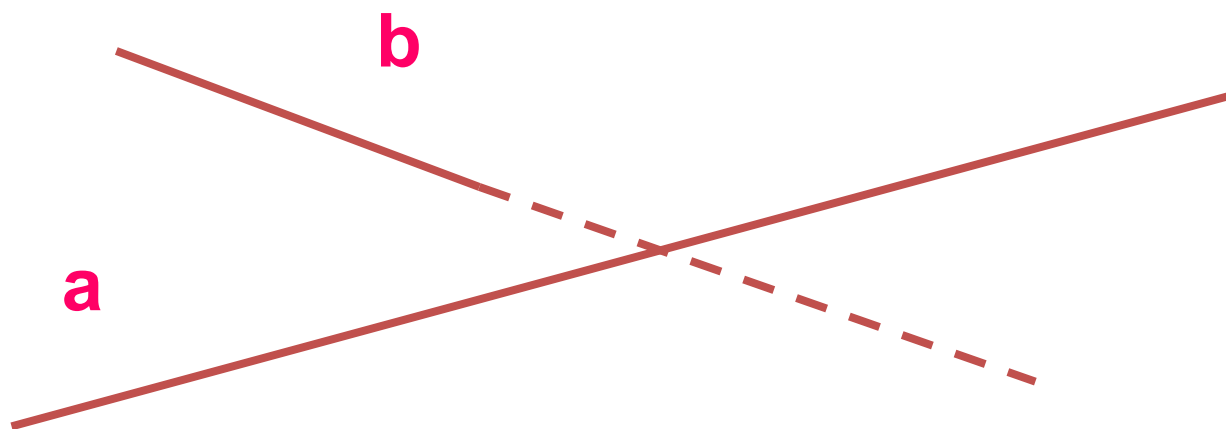
$$a \parallel \alpha$$

$$b \parallel \alpha$$

$$b \subset \alpha$$

# СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ

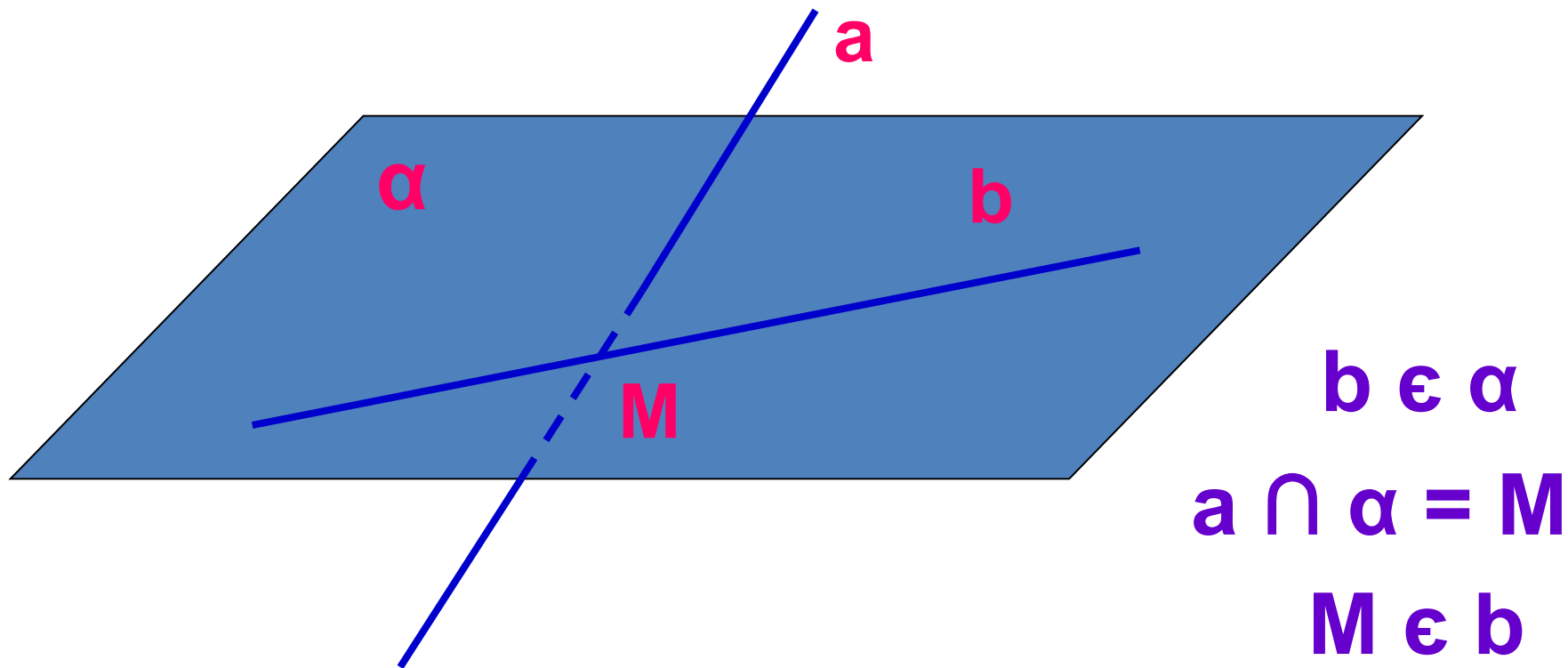
## Определение



*Две прямые называются скрещивающимися, если они не пересекаются и лежат в разных плоскостях.*

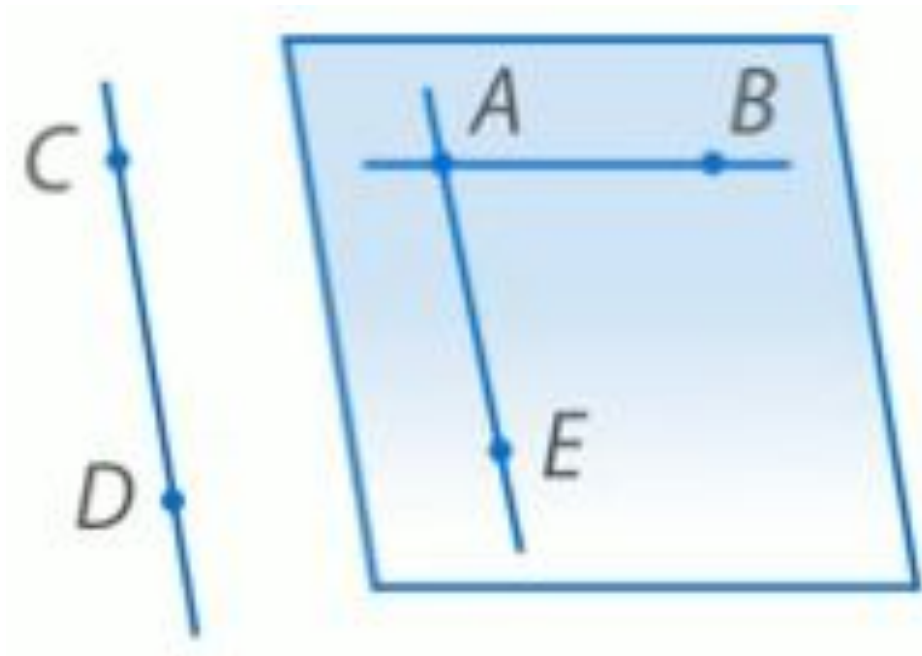
# Признак скрещивающихся прямых

Если одна прямая лежит в плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то прямые скрещиваются.



# Свойство скрещивающихся прямых

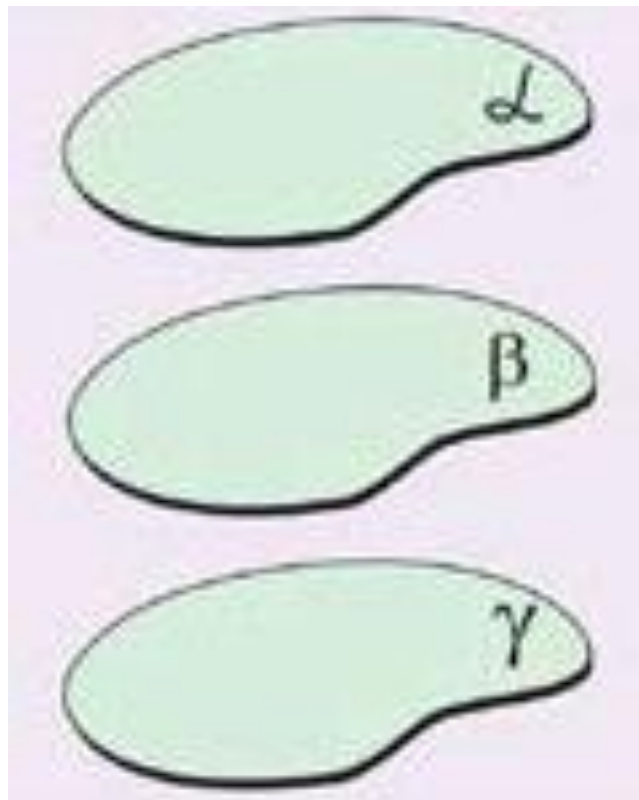
Через каждую из скрещивающихся прямых можно провести плоскость, параллельную другой прямой.



# Параллельность плоскостей

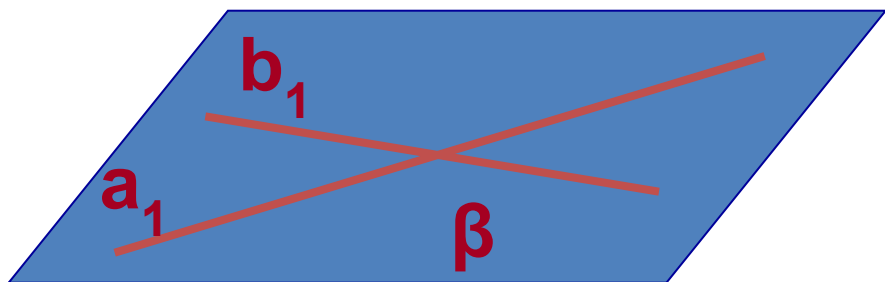
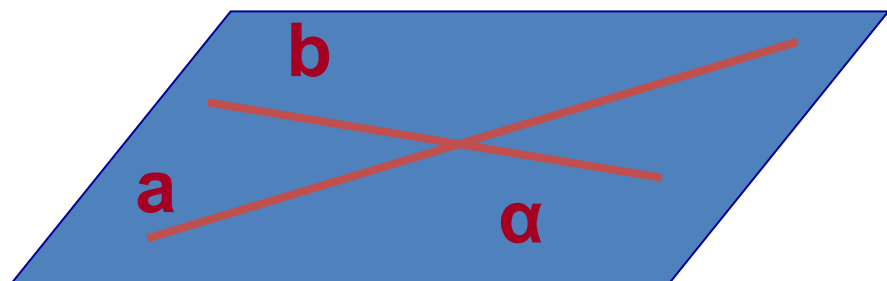
## ОПРЕДЕЛЕНИЕ

*Плоскости называются параллельными, если они не имеют общих точек.*



# Признак

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны соответственно двум прямым другой плоскости, то плоскости параллельны.

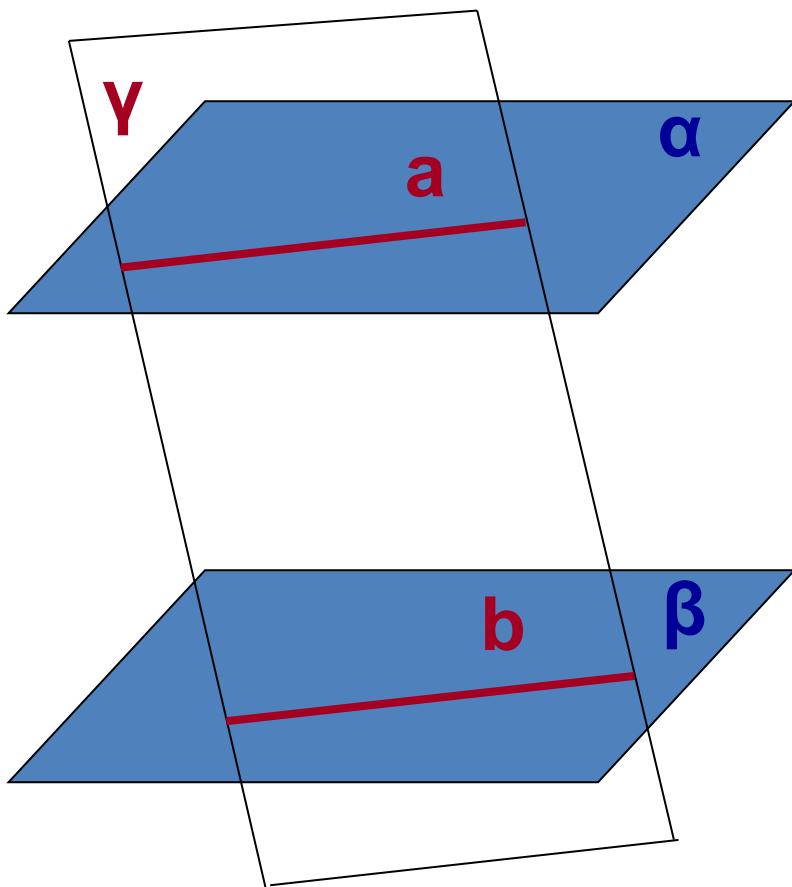


плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ ,  
 $a \cap b, a_1 \cap b_1$ ,  
 $a$  и  $b$  лежат в  $\alpha$ ,  
 $a_1$  и  $b_1$  лежат в  $\beta$ .  
 $\alpha \parallel \beta$



# Свойства

1. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии пересечения плоскостей параллельны.



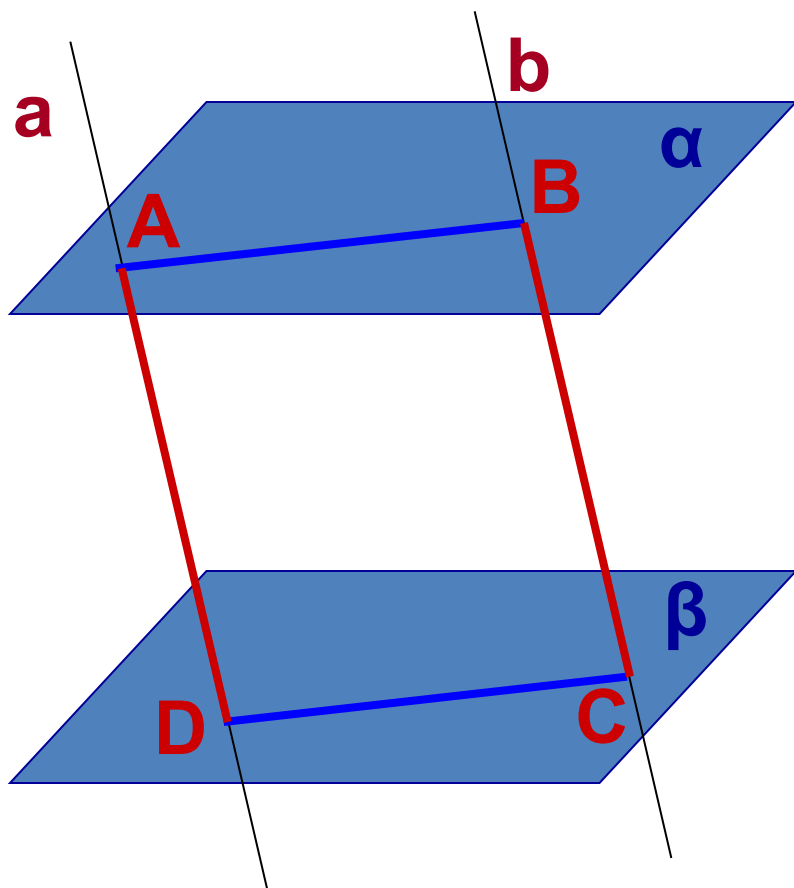
$$\alpha \parallel \beta$$

$$\gamma \cap \alpha = a$$

$$\gamma \cap \beta = b$$

# Свойства

2. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.



$$\alpha \parallel \beta$$

$$a \parallel b$$

$$AD = BC$$

**Спасибо за внимание!**