

Площадь треугольника

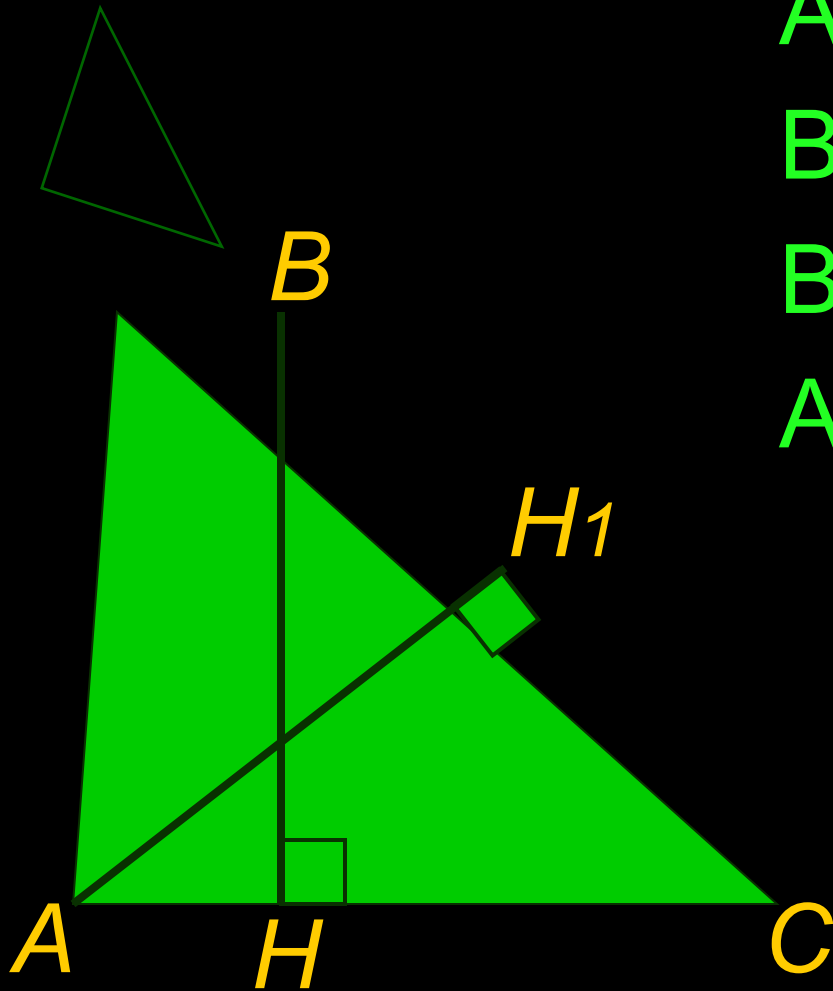


AC- основание

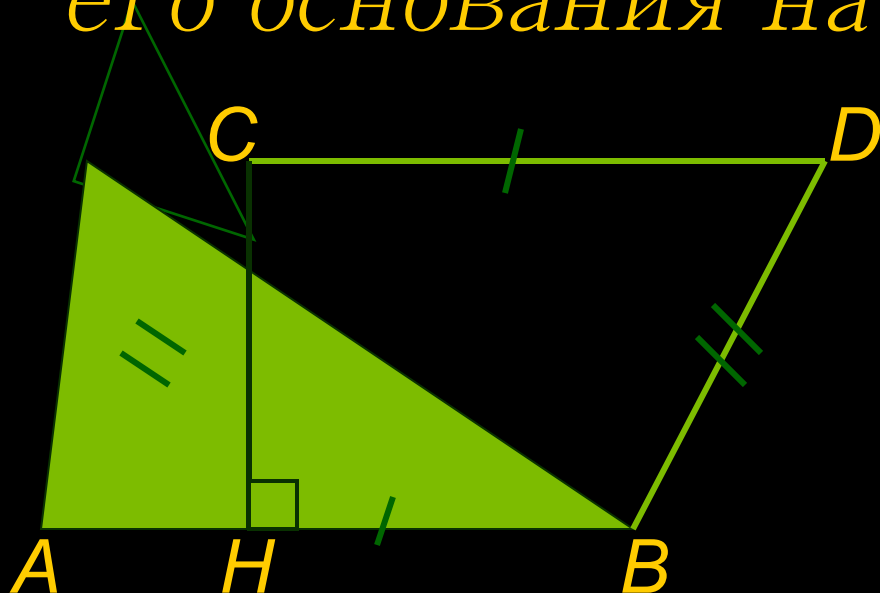
BH- высота;

BC- основание

AH₁- высота



Теорема. Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.



Дано: $\triangle ABC$;

CH- высота;

AB- основание.

Док-ть: $S = \frac{1}{2} AB \cdot CH$.

Док-во: $\triangle ABC = \triangle DCB$ (по трем сторонам (CB-общая, $AB = CD$, $AC = BD$)) \Rightarrow

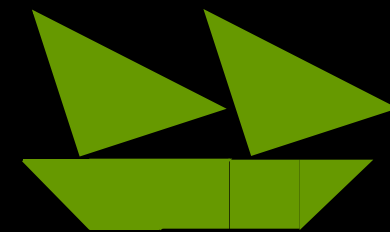
$S_{ABC} = S_{DCB}$

$= \frac{1}{2} AB \cdot CH$.

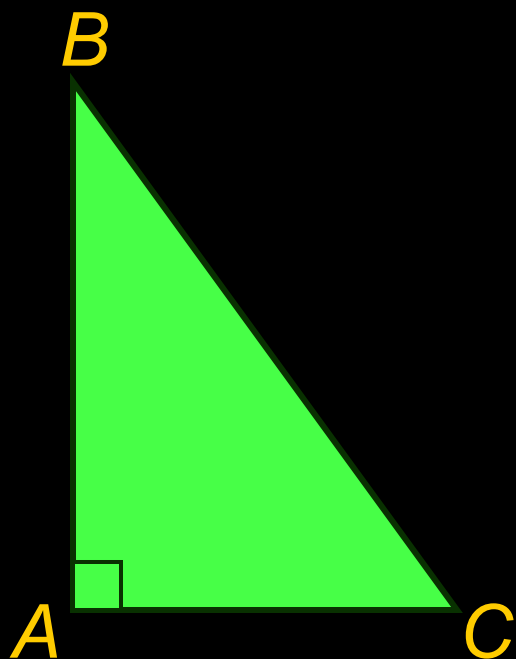
$S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$, т.е. $S =$

Теорема доказана.

Следствие 1.



Площадь прямоугольного треугольника
равна половине произведения его катетов.



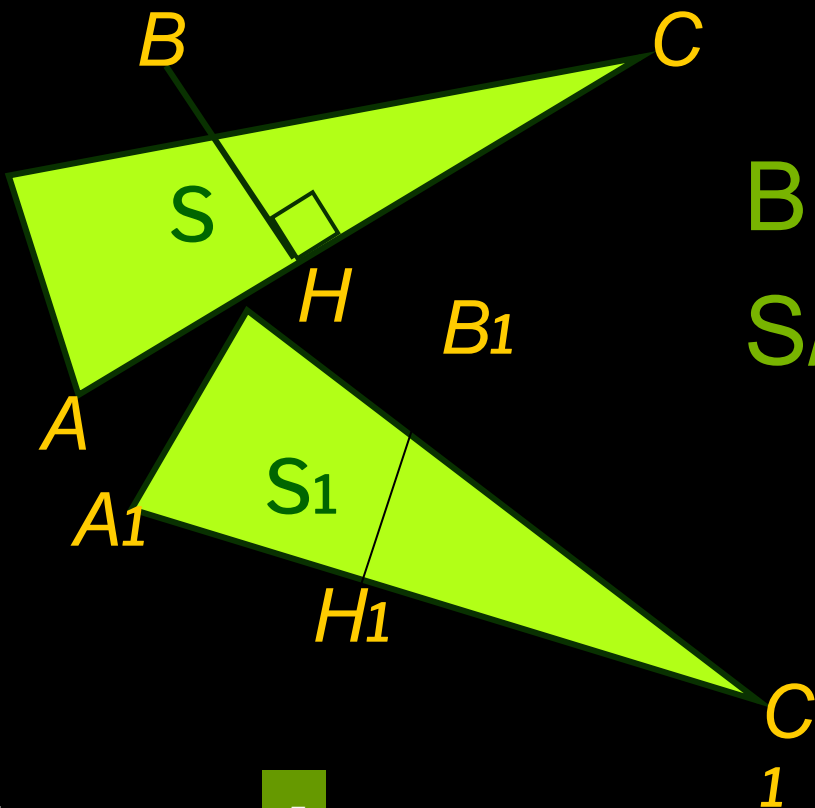
BC- гипотенуза;
AB и AC- катеты.

$\triangle ABC$ - прямоугольный;

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC.$$

Следствие 2.

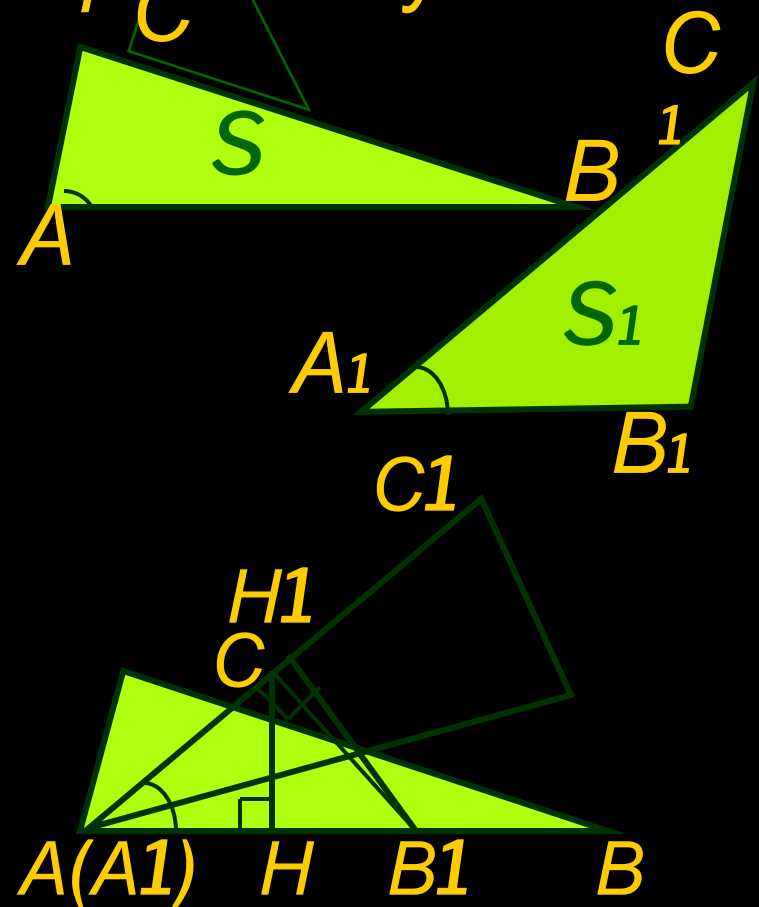
Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания.



$$BH = B_1H_1$$

$$S/S_1 = AC/A_1C_1$$

Теорема. Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.



Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$; $\angle A = \angle A_1$.

Док-ть: $S/S_1 = AC \cdot AB / A_1C_1 \cdot A_1B_1$

Док-во: Наложим $\triangle A_1B_1C_1$

на $\triangle ABC$, $\triangle ABC$ и $\triangle AB_1C$ имеют общую высоту CH , $S/S_{AB_1C} = AB / AB_1$;

$\triangle AB_1C$ и $\triangle AB_1C_1$ имеют общую высоту B_1H_1 ,

$S/S_{AB_1C_1} = AC / AC_1$;

$S/S_{AB_1C_1} = AB \cdot AC / AB_1 \cdot AC_1$ или

$S/S_1 = AB \cdot AC / A_1B_1 \cdot A_1C_1$.