



***Предел  
переменной  
величины.***

$$\left[ f(x) = x + 2, \text{ при } x \rightarrow 1 \right]$$

- $f(0,9) = 2,9$
- $f(0,99) = 2,99$
- $f(0,999) = 2,999$
- $f(1,1) = 3,1$
- $f(1,01) = 3,101$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 3$$

# Определение.

- Постоянная величина  $a$  называется пределом переменной  $x$ , если модуль разности  $|x-a|$  при изменении  $x$  становится и остается меньше любого как угодно малого положительного числа  $\varepsilon$
- $\lim x = a$

**Найти предел**  $x = \frac{az + 1}{z}$ , при  $z \rightarrow \infty$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{az + 1}{z} = \lim_{z \rightarrow \infty} \left( a + \frac{1}{z} \right) = a$$

# Основные свойства пределов:

- $\lim a = a;$
- $\lim (x+y+z+\dots+t) = \lim x + \lim y + \dots + \lim t;$
- $\lim (xy\dots t) = \lim x \lim y \dots \lim t;$
- $\lim (cx) = c \lim x;$
- $\lim (x/y) = (\lim x) / (\lim y);$

# Определение:

Число  **$b$**  называется пределом функции в точке  **$a$** , если для всех значений  **$x$** , достаточно близких к  **$a$**  и отличных от  **$a$** , значение функции  $f(x)$  сколь угодно мало отличается от  **$b$** .

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$

от  **$b$** .

# Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 7x + 4) = 3^2 - 7 \cdot 3 + 4 = -8;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x} = 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 7x + 6}{(x+2)^2} \stackrel{(0/0)}{=} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2(x+2)(x+\frac{3}{2})}{(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+3}{x+2} = \infty;$$

**Вычислить пределы:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 5x + 7}{3x^3 + 4x^2 - x + 2} \stackrel{(\infty/\infty)}{=}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^3}{x^3} - \frac{3x^2}{x^3} + \frac{5x}{x^3} + \frac{7}{x^3}}{3 + \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3}} = \frac{2}{3}$$