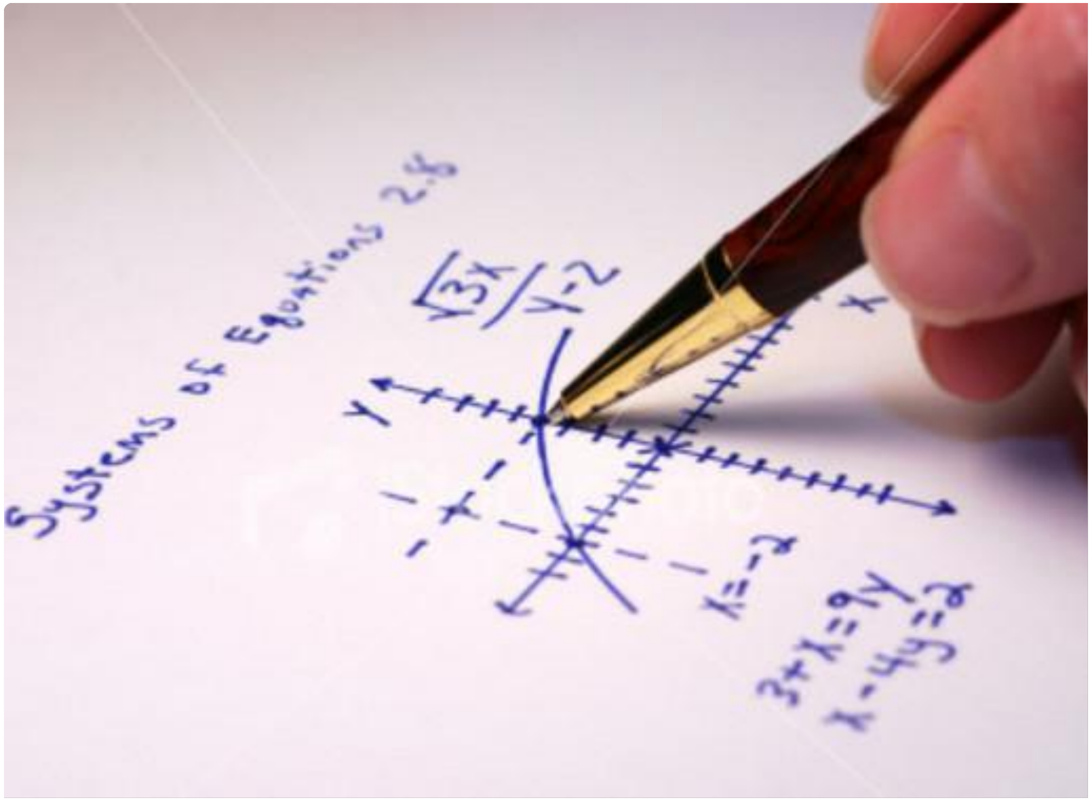

Урок алгебры в 8 классе

Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.

Презентацию подготовила учитель математики

Пухальская Надежда Александровна
МБОУ СОШ №14 им. А. Ф.Лебедева г. Томска

Свойства арифметического квадратного корня

- Квадратный корень из
- произведения и дроби

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

- Квадратный корень из
- степени

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

При любом x

Если $a \geqslant 0$ и $b \geqslant 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Пусть $a \geqslant 0$ и $b \geqslant 0$. Тогда каждое из выражений $\sqrt{ab}$ и $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ имеет смысл. Покажем, что выполняются два условия

1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geqslant 0$; 2) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$.

Так как выражения $\sqrt{a}$ и $\sqrt{b}$ принимают лишь неотрицательные значения, то произведение $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ неотрицательно.

Используя свойство степени произведения, получим

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab.$$

Мы показали, что условия 1) и 2) выполняются. Значит, по определению арифметического квадратного корня при любых неотрицательных значениях a и b верно равенство

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$$

Корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей

Теорема 1

Рассмотрим примеры:

$$\sqrt{64 \cdot 0{,}04} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{0{,}04} = 8 \cdot 0{,}2 = 1{,}6$$

$$\sqrt{32 \cdot 98} = \sqrt{(16 \cdot 2) \cdot (49 \cdot 2)} = \sqrt{16 \cdot 49 \cdot 4} = 4 \cdot 7 \cdot 2 = 56$$

$$\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{20 \cdot 5} = \sqrt{100} = 10$$

$$\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{\frac{36}{169}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{169}} = \frac{6}{13}$$

Теорема 2 Корень из дроби, числитель которой неотрицателен, а знаменатель положителен, равен корню из числителя, деленному на корень из знаменателя.

Квадратный корень из степени

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

При любом значении x равенство верное

Чтобы извлечь корень из степени с чётным показателем , надо представить подкоренное выражение в виде квадрата некоторого выражения и воспользоваться тождеством:

Представим x^{10} в виде $(x^5)^2$, Получим: $\sqrt{x^{10}} = \sqrt{(x^5)^2} = |x^5|$.

Так как $x<0$, то $x^5<0$, поэтому $|x^5| = -X^5$.

Значит, при $x<0$ последует $\sqrt{x^{10}} = -X^5$

Вынесение множителя из-под знака корня.

Внесение множителя под знак корня

Сравним значения выражений

$\sqrt{50}$ и $6 \cdot \sqrt{2}$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2}$$

$$6\sqrt{2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{72}$$

$$\sqrt{50} < \sqrt{72}$$

$$5\sqrt{2} < 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{a^7} = \sqrt{a^6 \cdot a} = \sqrt{a^6} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{(a^3)^2} \cdot \sqrt{a} = |a^3| \cdot \sqrt{a} = a^3\sqrt{a}$$

$$-4\sqrt{x} = -1 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{x} = -\sqrt{16x}$$

$a\sqrt{2} = |a|\sqrt{2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2a^2}$, если a>0

$a\sqrt{2} = -|a| \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{2a^2}$, если a<0

Рассмотрим решение примеров №818(ж, з, и, к)

ж) $3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18} = 3\sqrt{2 \cdot 4} - \sqrt{2 \cdot 25} +$
$+ 2\sqrt{2 \cdot 9} = 3 \cdot 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} +$
$+ 6\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$;

з) $\sqrt{242} - \sqrt{200} + \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 121} - \sqrt{2 \cdot 100} +$
$+ \sqrt{2 \cdot 4} = 11\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$;

и) $\sqrt{75} - 0{,}1\sqrt{300} - \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 25} - 0{,}1\sqrt{3 \cdot 100} -$
$- \sqrt{3 \cdot 9} = 5\sqrt{3} - 0{,}1 \cdot 10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3} - \sqrt{3} -$
$- 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$;

к) $\sqrt{98} - \sqrt{72} + 0{,}5\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 49} - \sqrt{2 \cdot 36} +$
$+ 0{,}5\sqrt{4 \cdot 2} = 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 0{,}5 \cdot 2\sqrt{2} = 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} +$
$+ \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

Рассмотрим решение примеров №420 (а, б, в, г, д)

а) $\left(\sqrt{12}+\sqrt{15}\right)\cdot\sqrt{3}=\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{15}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{4\cdot3\cdot3}+$
$+\sqrt{3\cdot5\cdot3}=2\cdot3+3\sqrt{5}=6+3\sqrt{5}$;

б) $\sqrt{5}\left(3\sqrt{5}+5\sqrt{8}\right)=\sqrt{5}\cdot3\sqrt{5}+5\sqrt{5}\cdot\sqrt{8}=3\sqrt{5\cdot5}+$
$+5\sqrt{5\cdot8}=3\cdot5+5\sqrt{4\cdot10}=15+5\cdot2\sqrt{10}=15+10\sqrt{10}$;

в) $\left(4\sqrt{3}-2\sqrt{6}\right)\cdot2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\cdot2\sqrt{3}-2\sqrt{6}\cdot2\sqrt{3}=8\cdot3-$
$-2\cdot2\sqrt{3\cdot2\cdot3}=24-4\cdot3\sqrt{2}=24-12\sqrt{2}$;

г) $\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{5}+\sqrt{60}=3\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}-2\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}+$
$+\sqrt{4\cdot15}=3\cdot5-2\sqrt{15}+2\sqrt{15}=15$;

д) $\left(\sqrt{28}-2\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)\cdot\sqrt{7}+\sqrt{84}=\sqrt{28}\cdot\sqrt{7}-2\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}+$
$+\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}+\sqrt{21\cdot4}=\sqrt{4\cdot7\cdot7}-2\sqrt{21}+7+2\sqrt{21}=$
$=7\cdot2+7=21$;

№420 е)

е) $\left(\sqrt{12}+2\sqrt{18}\right)\cdot\sqrt{2}-\sqrt{96}=\sqrt{12}\cdot\sqrt{2}+$
$+2\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}-\sqrt{96}=\sqrt{4\cdot3\cdot2}+2\sqrt{9\cdot2\cdot2}-$
$-\sqrt{2^4\cdot3\cdot2}=2\sqrt{6}+2\cdot3\cdot2-2^2\sqrt{6}=2\sqrt{6}+$
$+12-4\sqrt{6}=12-2\sqrt{6}$.

№419(а, б)

а) $\sqrt{8p}-\sqrt{25}+\sqrt{18p}=\sqrt{4\cdot2p}-5+\sqrt{9\cdot2p}=$
$=2\sqrt{2p}-5+3\sqrt{2p}=5\sqrt{2p}-5$;

б) $\sqrt{16c}+2\sqrt{40c}-3\sqrt{90c}=4\sqrt{c}+2\sqrt{4\cdot10c}-$
$-3\sqrt{9\cdot10c}=4\sqrt{c}+2\cdot2\sqrt{10c}-3\cdot3\sqrt{10c}=4\sqrt{c}+$
$+4\sqrt{10c}-9\sqrt{10c}=4\sqrt{c}-5\sqrt{10c}$;

В 1626 году нидерландский математик А.Ширар ввел близкое к современному обозначение корня V. Если над этим знаком стояла цифра 2, то это означало корень квадратный, если 3 – кубический. Это обозначение стало вытеснять знак Rx. Однако долгое время писали Va+в с горизонтальной чертой над суммой. Лишь в 1637 году Рене Декарт соединил знак корня с горизонтальной чертой, применив в своей «Геометрии» современный знак корня . Этот знак вошёл во всеобщее употребление лишь в начале XVIII века.

Из истории преобразования выражений, содержащих квадратные корни.

Копия
42_Копия
42_hyR.xls

Подведём Итоги !

5. Тестовое задание

Тест

Найти значение выражения: $-2(\ )^2$

А. 9,6 Б. 0 В. 0,38 Г. 2,4

Вычислите: $(2\ )^2 + (-3\ )^2$

А. 42 Б. 18 В. 60 Г. 6

Найти значение выражения: 0,5 + 3

А. 0 Б. 62,93 В. 1 Г.7,9

4. Найти значение выражения: $-\ 0{,}5\ (\ )^2$

А. 141 Б. 9. В. 6 Г. 0

Вычислите значение выражения:

А. 0,1 Б. 0,7 В.1 Г.0

Используемая литература и интернет-ресурсы презентации к уроку:

http://yandex.ru/yandsearch?p

http://ru.wikipedia.org/wiki/

Учебник – «Алгебра 8, автор – Макарычев Ю. Н. и др. под редакцией Теляковского. Издательство «Просвещение».