

# Принцип Діріхле



Горбенко І.Ф.

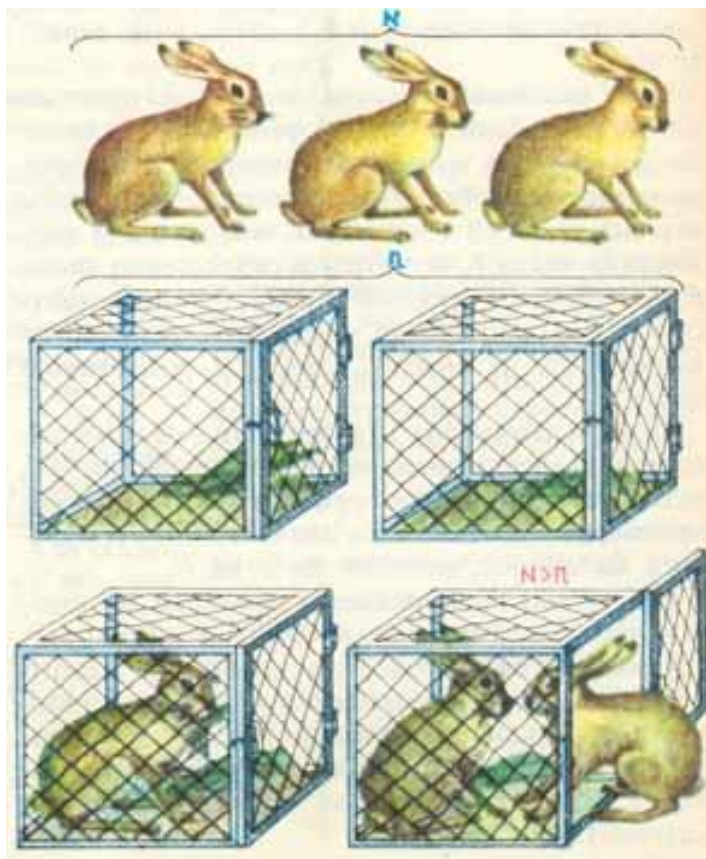
# Петер Густав Лежен Діріхле

## 1805 - 1859



- Німецький математик.
- Народився в Дюрені.
- у 1822-1827 р. був домашнім вчителем у Парижі. Входив у кружок молодих вчених, які групувалися навколо Ж. Фур'є.
- 1831-1855рр.-професор Берлінського університету
- Зробив ряд великих відкритій у теорії чисел.

# “Традиційне” формулювання



- Якщо у 5 клітках розміститься 6 кроликів, то принаймні в одній з них міститься не менше двох кролів.

# Класичне формулювання



- Якщо  $(n + 1)$  кроликів сидять в  $n$  ящиках, то знайдеться ящик, у якому сидить, принаймні, два кролики

# День народження



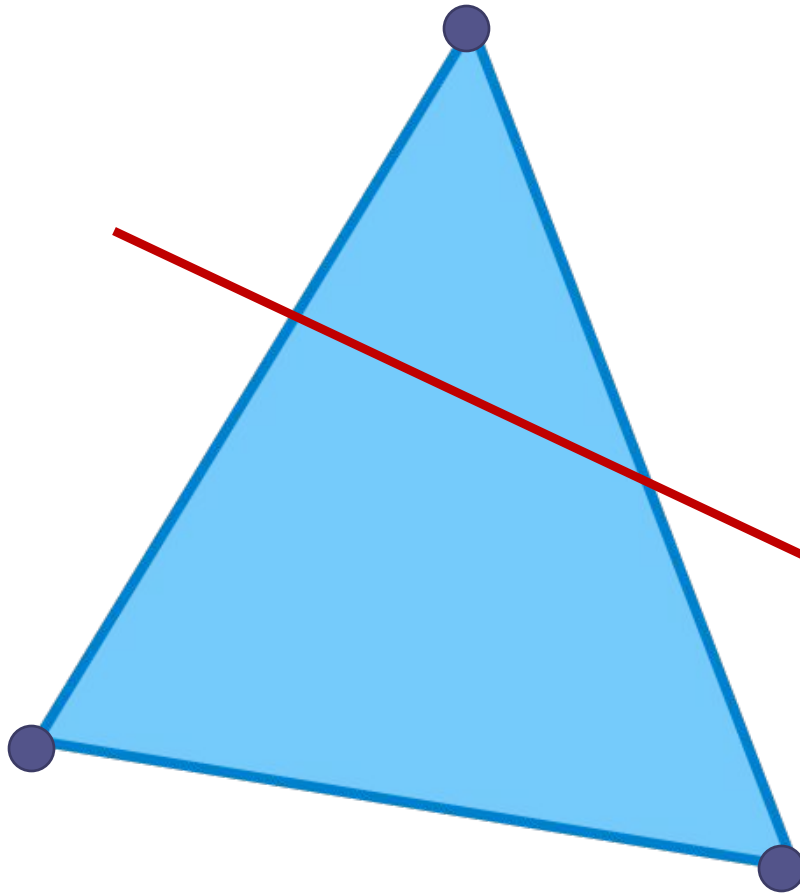
- У школі 400 учнів. Доведіть, що хоча б двоє з них народилися в один день року.

# Пряма і трикутник



- Доведіть, що ніяка пряма не може перетинати всі три сторони трикутника.

# Рішення:



- Пряма ділить площину на дві півплощини, які ми назвемо "клітками".
- Три вершини трикутника назвемо "кроликами".
- За принципом Дирихле "знайдеться клітка, у якій сидить принаймні два кролики", тобто знайдуться дві вершини, що лежать в одній півплощині щодо даної прямої.
- Сторона, що з'єднує ці вершини, не перетинає дану пряму.



# Забута планета



- На кожній із планет якоїсь сонячної системи перебуває астроном, що спостерігає найближчу планету. Відстані між планетами попарно різні.
- Доведіть, що якщо число планет непарне, то яку-небудь планету ніхто не спостерігає.



# Доведення.



# На планеті Зям-лям



- На далекій планеті Зям-лям, що має форму кулі, суша займає більше половини поверхні планети.
- Доведіть, що можна прорити прямий тунель, що проходить через центр планети і з'єднує сушу із сушею.

# Доведення.

- Припустимо, що кожній крапці світового океану відповідає протилежна крапка суші, тоді світовий океан і суша центральносиметричні, а площі їх рівні, що суперечить умові задачі.
- Отже, можна прорити прямий тунель, що проходить через центр планети і з'єднує сушу із сушею.



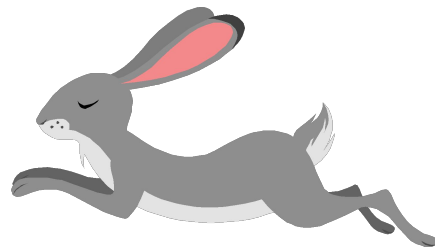
# Зайці в клітці



- У клітці живуть зайці: 7 чорних і 5 сірих.
- Скільки голодному вовку в темряві треба витягти із клітки зайців, щоб серед них було не менше 2-х чорних і не менше 3-х сірих?



- Так як можливий самий несприятливий для вовка варіант: спочатку він витягне 7 чорних, і лише потім 3 сірих зайців, то в темряві йому треба витягти із клітки  $7 + 3 = 10$  зайців.



- **Відповідь.** 10 зайців.

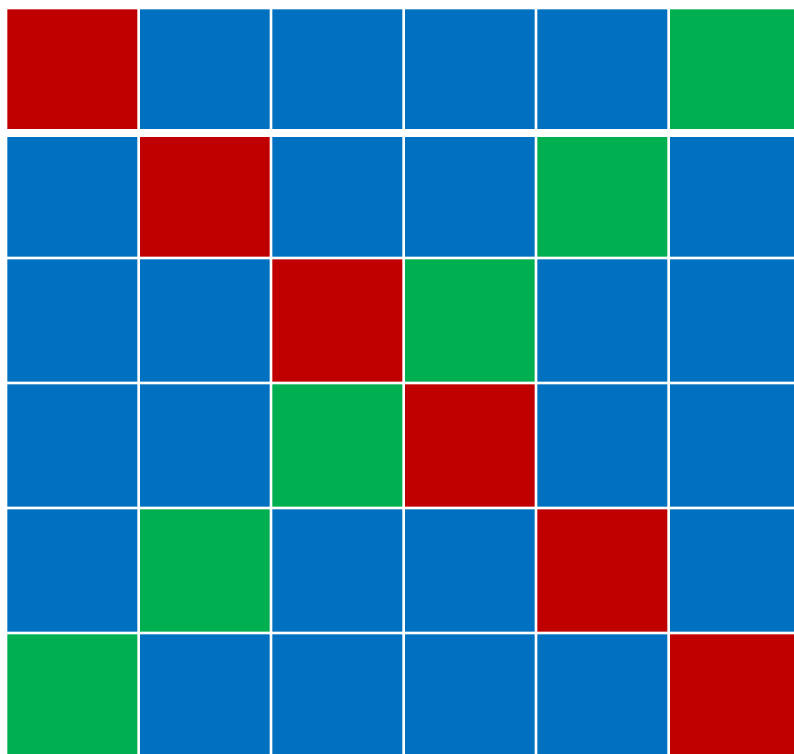


# Допоможіть Буратіно



- Кіт Базиліо пообіцяв Буратіно відкрити велику таємницю, якщо він складе чарівний квадрат  $6 \times 6$  із чисел  $+1, -1, 0$  так, щоб всі суми по рядках, по стовпцях і по більших діагоналях були різні.

# Це неможливо !



- Допустимо, що квадрат складений. Тоді суми чисел можуть мінятися від  $-6$  до  $+6$ . Усього 13 значень. Рядків у квадраті 6, стовпців 6, діагоналей 2.
- Одержуємо 14 різних сум. Протиріччя, виходить, скласти такий квадрат неможливо.



# Розв'яжи сам



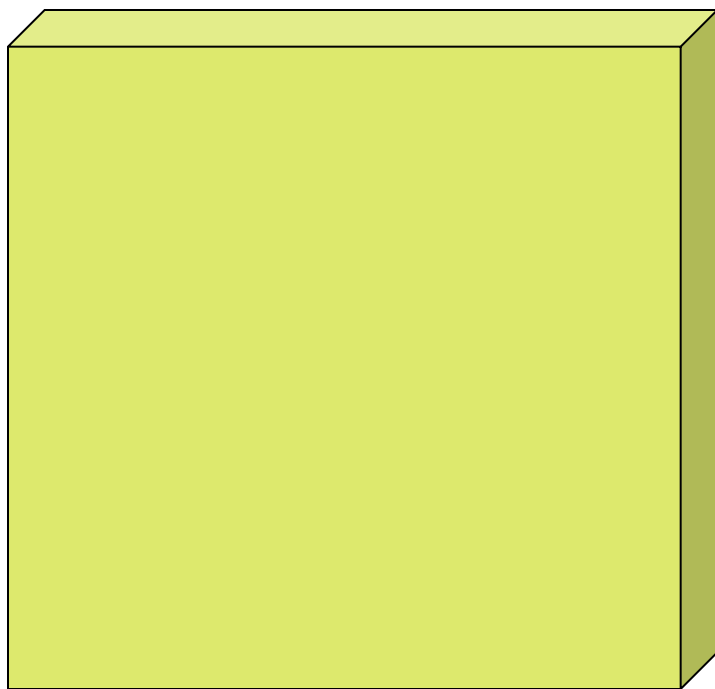
- Шість школярів з'їли сім цукерок.
- а) Доведіть, що один з них з'їв не менш двох цукерок.
- б) чи вірно, що хтось з'їв рівно дві цукерки?

# Розв'яжи сам



- Грані куба пофарбовані в 2 кольори.
- Доведіть, що найдуться дві сусідні однокольорові грані.

## *Рішення:*



- Розглянемо три грані куба, що мають загальну вершину. Назвемо їх "кроликами", а дані кольори - "клітками". За принципом Дирихле, найдуться дві грані, пофарбовані в один колір. Вони й будуть сусідніми.

**ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!**

