Разложение многочлена на множители с помощью комбинации различных приемов

7 класс

Содержание

- Формулы сокращенного умножения
- Вынесение общего множителя за скобки
- Способ группировки
- Разложение квадратного трехчлена на множители

К содержанию

Формулы сокращенного умножения

№	Название	Формула
1	Квадрат суммы	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2	Квадрат разности	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	Разность квадратов	$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$
4	Куб суммы	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
5	Куб разности	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
6	Сумма кубов	$(a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
7	Разность кубов	$(a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

1. Квадрат суммы

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Доказательство:

$$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

К таблице К содержанию

2. Квадрат разности

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Доказательство:

$$(a-b)^2 = (a+(-b))^2$$

$$= a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

К таблице К содержанию

3. Разность квадратов

$$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$$

Доказательство:

$$(a+b)\cdot(a-b)=$$

$$=a^2+ab-ab+b^2=a^2-b^2$$

К таблице К содержанию

4. Куб суммы

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Доказательство:

$$(a+b)^3 = (a+b)\cdot(a+b)^2 =$$

$$= a^3 + 2a^2b + a^2b + ab^2 + 2ab^2 + b^3 =$$

$$= (a+b)\cdot(a^2 + 2ab + b^2) =$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

К таблице К содержанию

5. Куб разности

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Доказательство:

$$(a-b)^3 = (a+(-b))^3 =$$

$$= a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3 =$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

К таблице К содержанию

6. Сумма кубов

$$(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$

Доказательство:

$$(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)=$$

$$=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3=a^3+b^3$$

К таблице К содержанию

7. Разность кубов

$$(a-b)\cdot(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

Доказательство:

$$(a-b)\cdot(a^2+ab+b^2)=$$

$$=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3=a^3-b^3$$

К таблице К содержанию

Вынесение общего множителя за скобки

Из каждого слагаемого, входящего в многочлен, выносится некоторый одночлен, входящий в качестве множителя во все слагаемые.
Таким общим множителем может быть не только одночлен, но и многочлен.

Алгоритм нахождения общего множителя нескольких одночленов

- *Найти наибольший общий делитель коэффициентов всех одночленов, входящих в многочлен, - он и будет общим числовым множителем (разумеется, это относится только к случаю целочисленных коэффициентов).*
- *Найти переменные, которые входят в каждый член многочлена, и выбрать для каждой из них наименьший (из имеющихся) показатель степени.*
- *Произведение коэффициента, найденного на первом шаге, является общим множителем, который целесообразно вынести за скобки.*

Пример

Разложить на множители:

$$x^4y^3 - 2x^3y^2 + 5x^2.$$

Воспользуемся сформулированным алгоритмом.

1) Наибольший общий делитель коэффициентов –1, -2 и 5 равен 1.
1) Переменная *x* входит во все члены многочлена с показателями соответственно 4, 3, 2; следовательно, можно вынести за скобки x^2.
2) Переменная *y* входит не во все члены многочлена; значит, ее нельзя вынести за скобки.

Вывод: за скобки можно вынести x^2. Правда, в данном случае целесообразнее вынести $-x^2$. Получим:

$$-x^4y^3-2x^3y^2+5x^2=-x^2(x^2y^3+2xy^2-5).$$

К содержанию

Способ группировки

Бывает, что члены многочлена не имеют общего множителя, но после заключения нескольких членов в скобки (на основе переместительного и сочетательного законов сложения) удается выделить общий множитель, являющийся многочленом.

Алгоритм разложения многочлена на множители способом группировки:

1. Сгруппировать его члены так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель

2. Вынести в каждой группе общий множитель в виде одночлена за скобки

3. Вынести в каждой группе общий множитель (в виде многочлена) за скобки.

Для уяснения сути способа группировки рассмотрим следующий пример: разложить на множители многочлен

$$xy-6+3x-2y$$

Первый способ группировки:

$$xy-6+3x-2y=$$

$$=(xy-6)+(3x-2y).$$

Группировка неудачна.

Второй способ группировки

$$xy-6+3x-2y=(xy+3x)+(-6-2y)=$$

$$=x(y+3)-2(y+3)=$$

$$\mathbf{=(y+3)(x-2).}$$

Третий способ группировки:

$$xy-6+3y-2y=(xy-2y)+(-6+3x)=$$

$$=y(x-2)+3(x-2)=$$

$$\mathbf{=(x-2)(y+3).}$$

$$xy-6+3y-2y=(x-2)(y+3).$$

Как видите, не всегда с первого раза группировка оказывается удачной. Если группировка оказалась неудачной, откажитесь от нее, ищите иной способ. По мере приобретения опыта вы будете быстро находить удачную группировку.

К содержанию

Разложение квадратного трехчлена на множители

$$ax^2+bx+c=a\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)$$

где x_1, x_2 - корни квадратного трехчлена

$$ax^2+bx+c$$

$$2x^2+13x-24=$$

$$=2\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)\cdot(x+8)=$$

$$=(2x-3)\cdot(x+8)$$

К содержанию

Спасибо за внимание!

Богданова А.В. г. Миасс