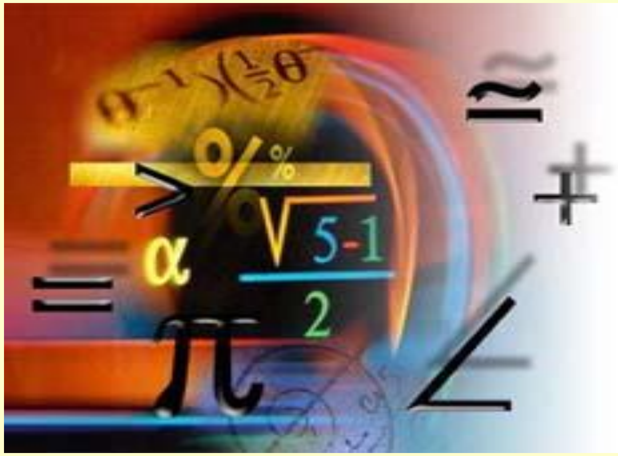

Решение некоторых иррациональных уравнений.

г. Мурманск МБОУ гимназия №3

Шахова Татьяна Александровна.

Необходимые умения и навыки:

1) умение решать линейные уравнения;

2) умение применять формулу:
квадрат суммы (разности);

3) умение решать квадратные уравнения;

4) вычислительные умения и навыки.

Иррациональным уравнением называется уравнение, содержащее переменную под знаком корня.

Рассмотрим некоторые виды иррациональных уравнений.

1. $\sqrt{f(x)} = a$

ОДЗ: $f(x) \geq 0$

Условие существования квадратного корня

$a < 0$

Ответ : $\varnothing$

$a \geq 0$

При условии, что обе части неотрицательны, имеем право возвести их в квадрат.

$$\left(\sqrt{f(x)}\right)^2 = a^2$$

$$f(x) = a^2$$

Осталось решить полученное уравнение.

Пример 1.

Условие существования квадратного корня

$$\sqrt{x^2-3}=1$$

ОДЗ: $\boxed{x^2-3\ge 0}$

$$\left(\sqrt{x^2-3}\right)^2=1^2$$

$$x^2-3=1$$

$$x^2=4$$

$\left[\begin{array}{l} x_1=2 \\ x_2=-2 \end{array}\right.$

$x_1=2$ **-является решением**

$x_2=-2$ **-является решением**

Ответ : ± 2

Пример 2.

Условие существования квадратного корня

$\sqrt{x^2-3}=-1$ **ОДЗ:** $\boxed{x^2-3\geq 0}$

Но, правая часть отрицательна => Ответ : Ø

Пример 3.

Условие существования квадратного корня

$\sqrt{x^2-5}=0$ **ОДЗ:** $\boxed{x^2-3\geq 0}$

$\left(\sqrt{x^2-5}\right)^2=0^2$

$x^2-5=0$

$x^2=5$

$\left[\begin{array}{l} x_1=\sqrt{5} \\ x_2=-\sqrt{5} \end{array}\right.$

$x_1=\sqrt{5}$ **-является решением**

$x_2=-\sqrt{5}$ **-является решением**

Ответ : $\pm\sqrt{5}$

Иррациональным уравнением называется уравнение, содержащее переменную под знаком корня.

2. $\sqrt{f(x)} = g(x)$

ОДЗ: $\boxed{f(x) \geq 0}$

$\boxed{g(x) \geq 0}$ ***Условие существования корней уравнения***

$\left(\sqrt{f(x)}\right)^2 = g^2(x)$

При условии, что обе части уравнения неотрицательны, имеем право возвести их в квадрат.

$f(x) = g^2(x)$

Осталось решить полученное уравнение с заданными условиями.

Пример 4.

$$\sqrt{7-3x}=x+7$$

ОДЗ: $\boxed{7-3x\ge 0}$

УСК: $\boxed{x+7\ge 0}$

$$\left(\sqrt{7-3x}\right)^2=\left(x+7\right)^2$$

При условии, что обе части уравнения неотрицательны, имеем право возвести их в квадрат.

$$7-3x=x^2+14x+49$$

$$x^2+14x+49+3x-7=0$$

$$x^2+17x+42=0$$

Осталось решить полученное уравнение с заданными условиями.

$$\left[\begin{array}{l} x_1=-14 \\ x_2=-3 \end{array}\right.$$

$x_1=-14$ ***-не является решением***

$x_2=-3$ ***-является решением***

Ответ: −3

Иррациональным уравнением называется уравнение, содержащее переменную под знаком корня.

3. $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$

ОДЗ: $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$

$$\left(\sqrt{f(x)}\right)^2 = \left(\sqrt{g(x)}\right)^2$$

При условии, что обе части уравнения неотрицательны, имеем право возвести их в квадрат.

$$f(x) = g(x)$$

Осталось решить полученное уравнение с заданными условиями.

Пример 5.

$$\sqrt{7-3x}=\sqrt{x+7}$$

ОДЗ: $\left.\begin{array}{r} 7-3x\geq 0 \\ x+7\geq 0 \end{array}\right]$

$$\left(\sqrt{7-3x}\right)^2=\left(\sqrt{x+7}\right)^2$$

При условии, что обе части уравнения неотрицательны, имеем право возвести их в квадрат.

$$7-3x=x+7$$

Осталось решить полученное уравнение с заданными условиями.

$$-4x=0$$

$x=0$ ***-является решением***

Ответ : 0

Иррациональным уравнением называется уравнение, содержащее переменную под знаком корня.

4. $\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)}=a$

ОДЗ: $f(x)\geq 0$
$g(x)\geq 0$

$$\left(\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)}\right)^2=a^2$$

При условии, что обе части уравнения неотрицательны, имеем право возвести их в квадрат.

$$f^2(x)+g^2(x)+2\sqrt{f(x)\cdot g(x)}=a^2$$

Уединим корень и еще раз возведем обе части уравнения в квадрат.

$$\left(2\sqrt{f(x)\cdot g(x)}\right)^2=\left(a^2-f^2(x)-g^2(x)\right)^2$$

На практике намного проще. Рассмотрим пример.

Пример 6.

$$\sqrt{x-3}+\sqrt{6-x}=\sqrt{3}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x-3\geq 0 \\ 6-x\geq 0 \end{cases}$

$$\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{6-x}\right)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$$

При условии, что обе части уравнения неотрицательны, имеем право возвести их в квадрат.

$$x-3+6-x+2\sqrt{(x-3)\cdot(6-x)}=3$$

$$2\sqrt{(x-3)\cdot(6-x)}=0$$

$$\left(\sqrt{(x-3)\cdot(6-x)}\right)^2=(0)^2$$

$\left[\begin{array}{l} x_1=3 \text{ -является решением} \\ x_2=6 \text{ -является решением} \end{array}\right.$

$$(x-3)\cdot(6-x)=0$$

Ответ : 3;6.

Пример 7.

ОДЗ: $x-1\geq 0$

$x+3\geq 0$

$$\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}=2$$

При условии, что обе части уравнения неотрицательны, имеем право возвести их в квадрат.

$$\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}\right)^2=(2)^2$$

$$x-1+x+3+2\sqrt{(x-1)\cdot(x+3)}=4$$

$$2\sqrt{(x-1)\cdot(x+3)}=-2x+2$$

$$\left(\sqrt{(x-1)\cdot(x+3)}\right)^2=(1-x)^2$$

$x=1$ **-является решением**

$$x^2+2x-3=1-2x+x^2$$

$$4x=4$$

Ответ : 1.

Для отработки навыка решения таких уравнений воспользуйся задачником А. Г. Мордкович.

Если не получается ответ, обращайся за помощью.

Ссылка для повторения формулы квадрат суммы (разности):

http://ta-shah.ucoz.ru/load/7_klass/7_klass/formuly_sokrashhennogo_umnozhenija_trenazher/9-1-0-10

Ссылка для повторения решения квадратных уравнений):

http://ta-shah.ucoz.ru/load/8_klass/8_klass/reshenie_kvadratnykh_uravnenij_10_sposobov/10-1-0-30