

ТЕМА УРОКА

СИММЕТРИЯ

выполнила: **Давыдова М.Ю.**

учитель математики

МАОУ «ФТЛ №1» г.Саратов









ЗАДАЧА №1

Постройте на прямой l точку K , чтобы сумма расстояний от M и N до K была наименьшей, если:

- a) M и N лежат по разные стороны от l .
- b) M и N лежат по одну сторону от прямой l .

a) Дано:

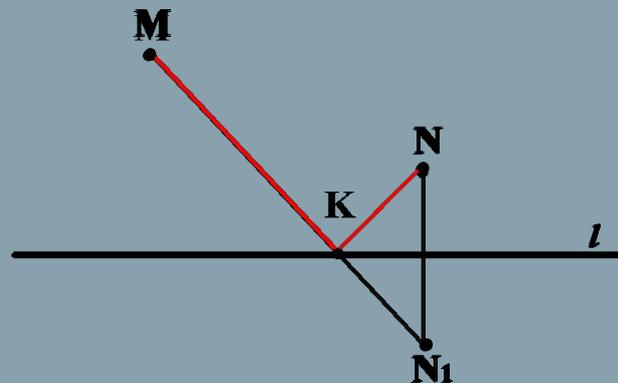
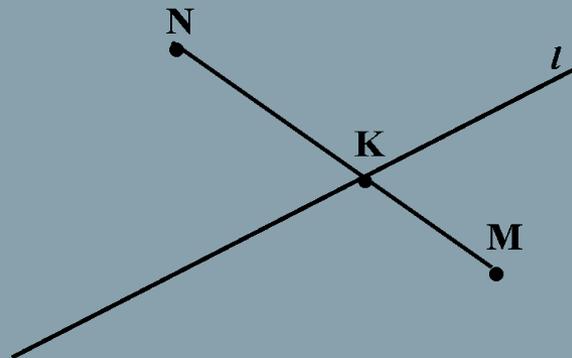
$M \notin l$

$N \notin l$

$K \in l$

$MK + KN$ – наименьшая

Постройте K



ЗАДАЧА №2

Точки M и N расположены по разные стороны от прямой l . Постройте на прямой точку K , чтобы разность отрезков MK и NK была наибольшей.

Дано:

$M \notin l, N \notin l$

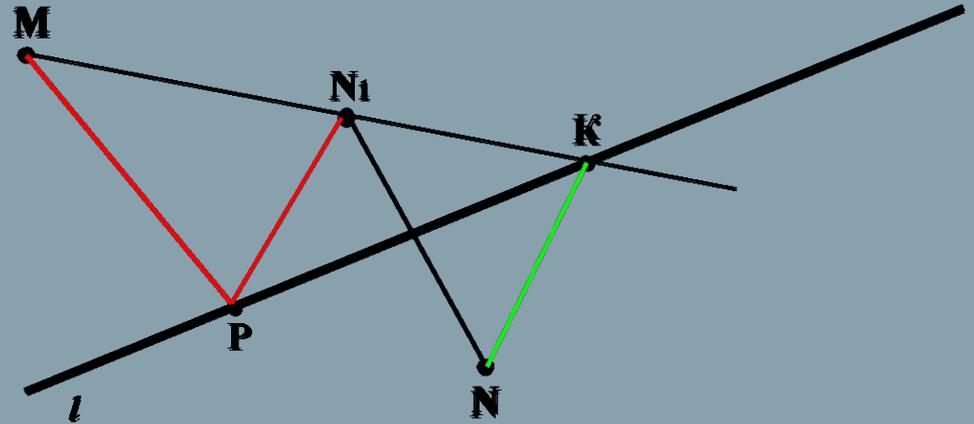
$K \in l$

$MK - NK$ - наибольшая

ПОСТРОИТЬ: K

ПОСТРОЕНИЕ.

- 1) $N \xrightarrow{S_l} N_1$
- 2) $N_1M \cap l = K$
- 3) K - искомая.



2. Доказательство

$$P \neq K, \quad P \in l$$

$$MP - PN_1 < MN_1 = MK - N_1K = MK - NK$$

$$MP - PN < MK - NK$$

3. $MN_1 \parallel l$, то решений нет.

ЗАДАЧА №3

AD – биссектриса угла A в треугольнике ABC. Через точку A проведена прямая, перпендикулярна к AD, и из вершины B опущен перпендикуляр BB₁ на эту прямую. Докажите, что периметр треугольника BB₁C больше периметра треугольника ABC.

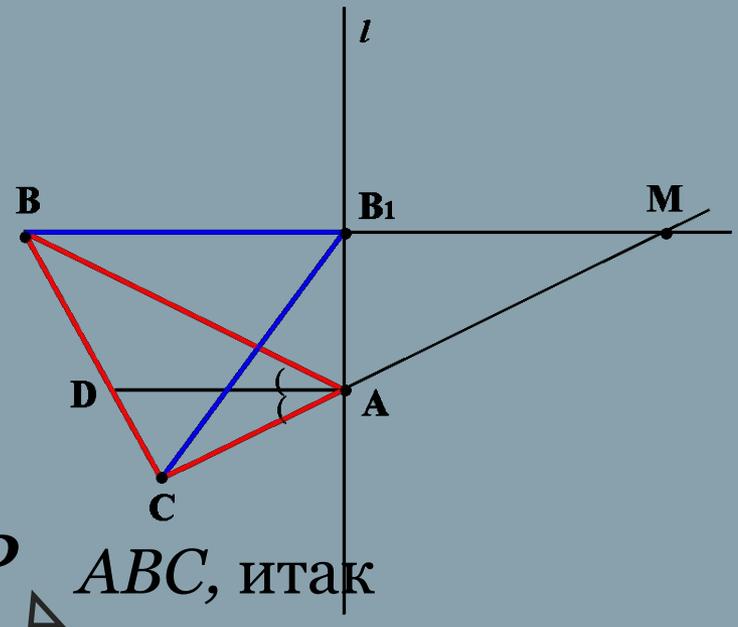
РЕШЕНИЕ

1) $M \xrightarrow{S_l} B$

2) $M \in AC$ (т.к. AB₁ – биссектриса внешнего угла $\triangle BAC$ при вершине A)

$$\begin{aligned} 3) P_{\triangle BB_1C} &= BC + BB_1 + B_1C = \\ &= BC + B_1M + B_1C > BC + CM = \\ &= BC + (CA + AM) = BC + (CA + BA) = P_{\triangle ABC}, \text{ итак} \end{aligned}$$

$$P_{\triangle BB_1C} > P_{\triangle ABC}$$



ЗАДАЧА №4

Точки A и B лежат по разные стороны от параллельных прямых a и b . Соедините эти точки ломаной так, чтобы одно из звеньев было перпендикулярно MN , а длина ломаной была бы наименьшей.

Дано:

т. A , т. B ; $a \parallel b$

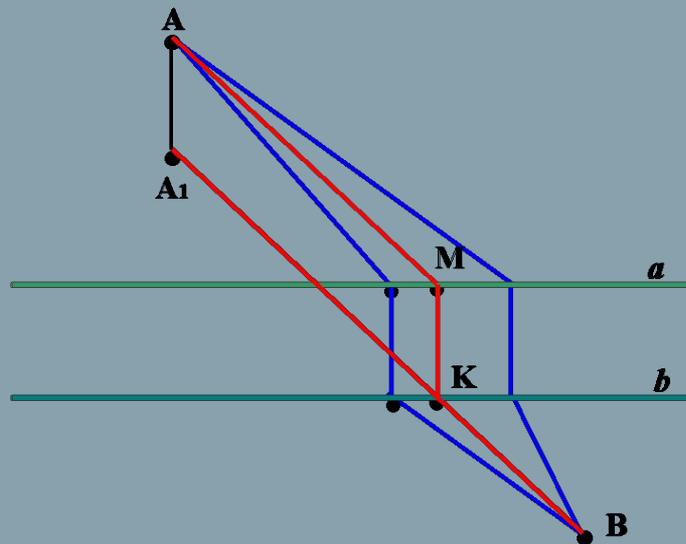
$MK \parallel a$; $MK \parallel b$

Построить $AMKB$ – наименьшую

1. АНАЛИЗ

2. ПОСТРОЕНИЕ

1. $A \xrightarrow{T_{\vec{a}}} A_1$, где $\vec{a} = \overrightarrow{MK}$
2. $A_1 \cap b = K$
3. $MK \perp b$, $KM \cap a = M$
4. AM
5. ломаная $AMKB$ – искомая.



Точки A и B лежат по разные стороны от параллельных прямых a и b .
 Соедините эти точки ломаной так, чтобы одно из звеньев было перпендикулярно MN , а длина ломаной была бы наименьшей.

Дано:

т. A , т. B ; $a \parallel b$

$MK \parallel a$; $MK \parallel b$

Построить $AMKB$ – наименьшую

1. АНАЛИЗ

2. ПОСТРОЕНИЕ

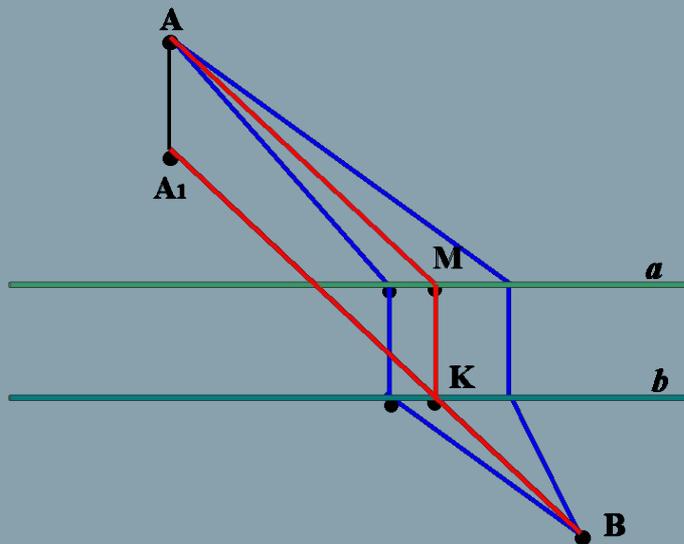
1. $A \xrightarrow{T_{\vec{a}}} A_1$, где $\vec{a} = \overrightarrow{MK}$

2. $A_1 \cap b = K$

3. $MK \perp b$, $KM \cap a = M$

4. AM

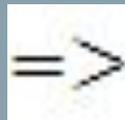
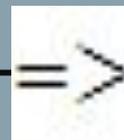
5. ломаная $AMKB$ – искомая



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

$P \ AMKB = AM + MK + KB$

$AM = A_1K$



$P \ AMKB = A_1K + MK + KB = A_1B + MK$

ЗАДАЧА №5

Дан острый угол AOC и внутри угла точка M . Найдите на сторонах угла такие точки K и L , чтобы периметр KLM был наименьшим.

Дано:

$\angle \text{AOC}$; т. M

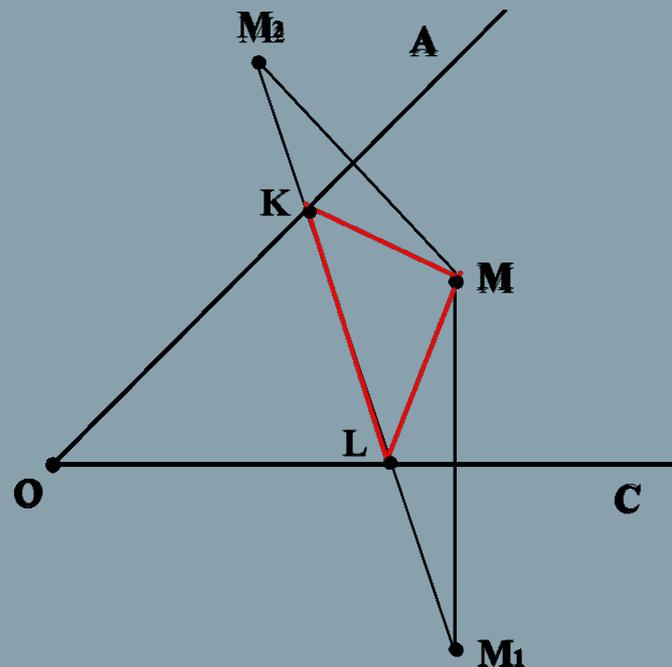
$K \in \text{OA}$; $L \in \text{OC}$

$P_{\triangle \text{KML}}$ – наименьший.

ПОСТРОИТЬ: $\triangle \text{KML}$

РЕШЕНИЕ

1. $M \xrightarrow{S_{\text{OC}}} M_1$
2. $M \xrightarrow{S_{\text{OA}}} M_2$
3. $M_1M_2 \cap \text{OA} = K$
 $M_1M_2 \cap \text{OC} = L$
4. $\triangle \text{KML}$ – ИСКОМЫЙ



Дан острый угол $\angle AOC$ и внутри угла точка M . Найдите на сторонах угла такие точки K и L , чтобы периметр $\triangle KML$ был наименьшим.

Дано:

$\angle AOC$; т. M

$K \in OA$; $L \in OC$

$\triangle KML$ – наименьший.

ПОСТРОИТЬ: $\triangle KML$

РЕШЕНИЕ

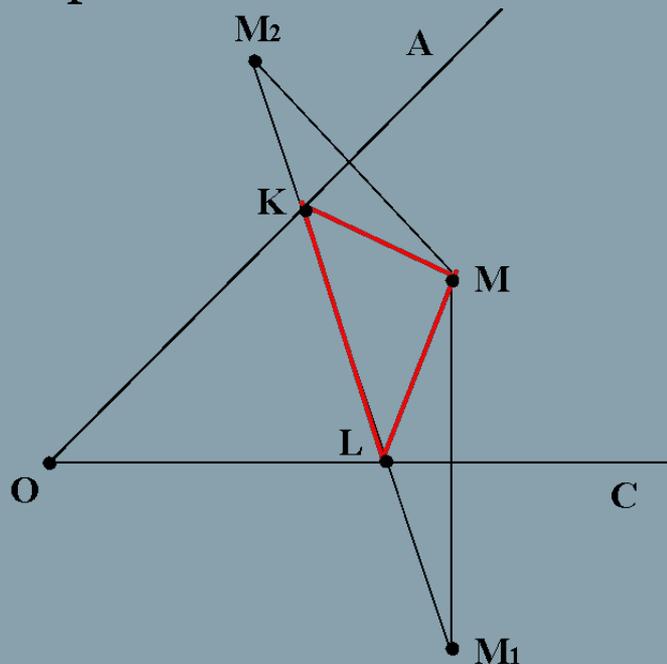
1. $M \xrightarrow{S_{OC}} M_1$

2. $M \xrightarrow{S_{OA}} M_2$

3. $M_1M_2 \cap OA = K$

$M_1M_2 \cap OC = L$

4. $\triangle KML$ – искомый



$$P_{\triangle KML} = KM + ML + KL$$

$$KM = KM_2$$

$$ML = LM_1$$

\Rightarrow

$$P_{\triangle KML} = M_2K + KL + LM_1 = M_2M_1$$