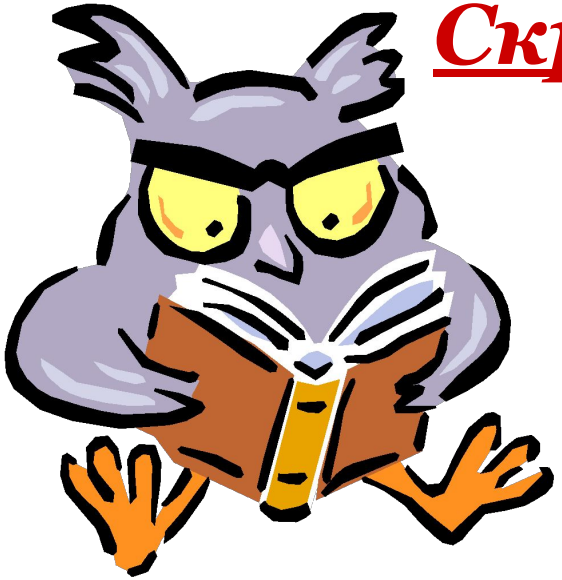
Взаимное расположение прямых в пространстве.

Скрещивающиеся прямые.

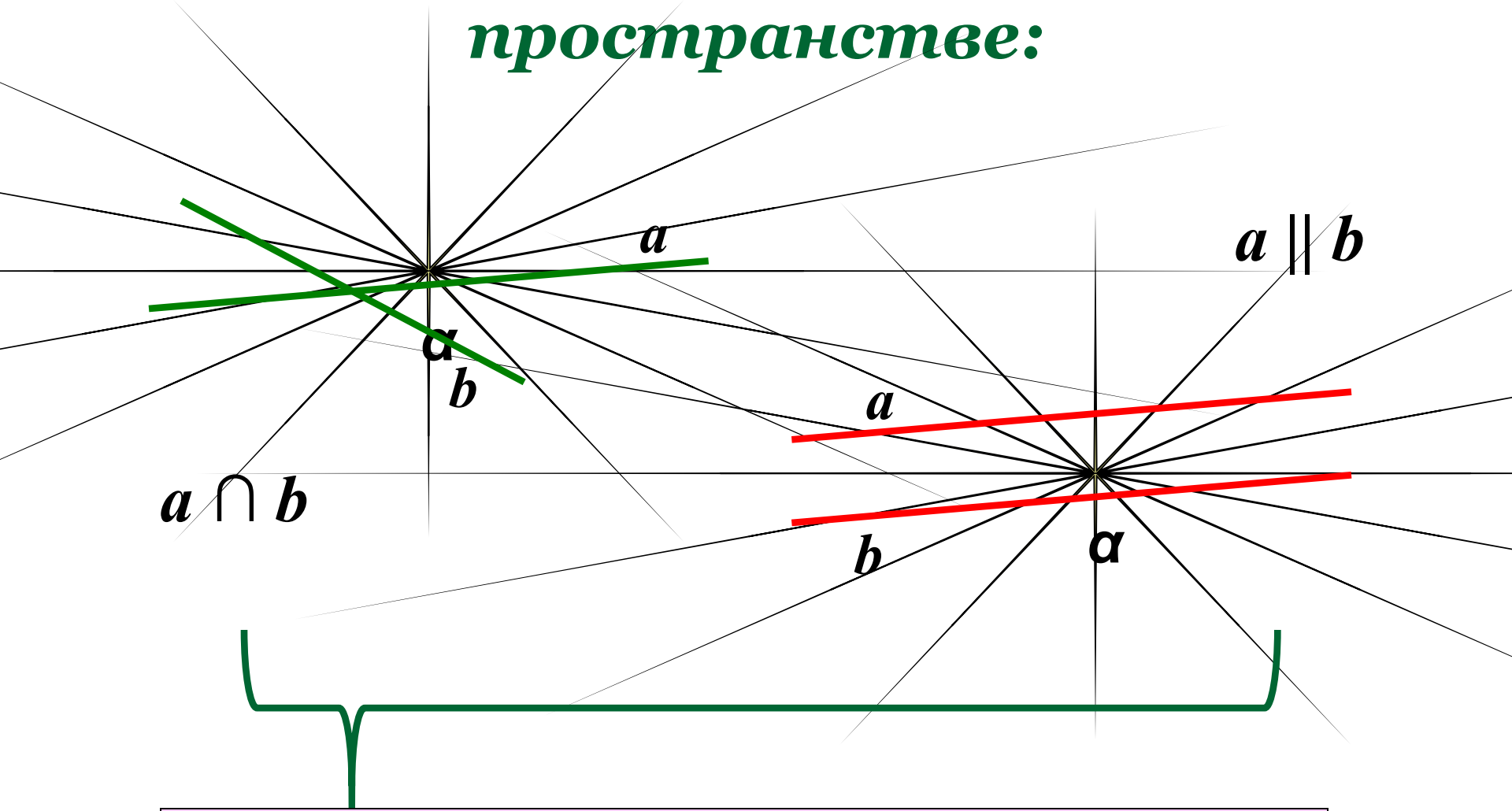


МОУ СОШ №256 г.Фокино.

Цели урока:

- ***Ввести определение скрещивающихся прямых.***
- ***Ввести формулировки и доказать признак и свойство скрещивающихся прямых.***

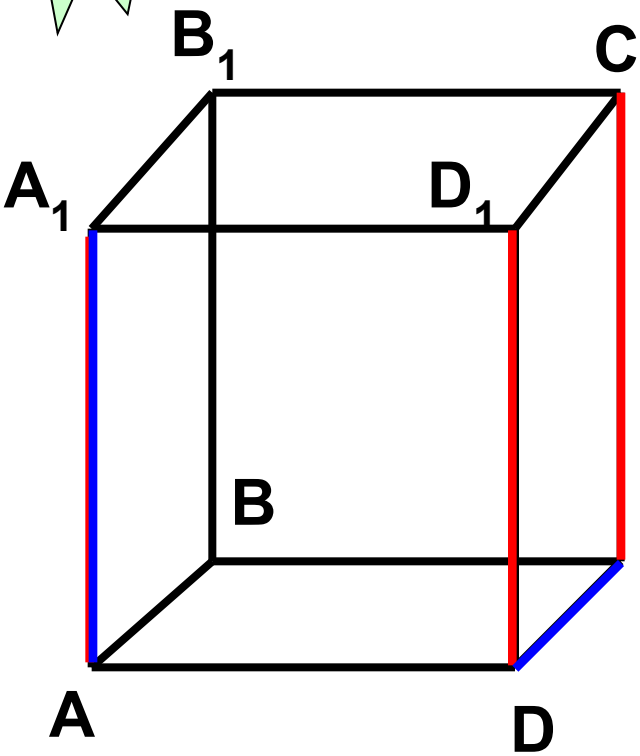
Расположение прямых в пространстве:



Лежат в одной плоскости!

???

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$



$AA_1 \parallel DD_1$, как противоположные стороны квадрата, лежат в одной плоскости и не

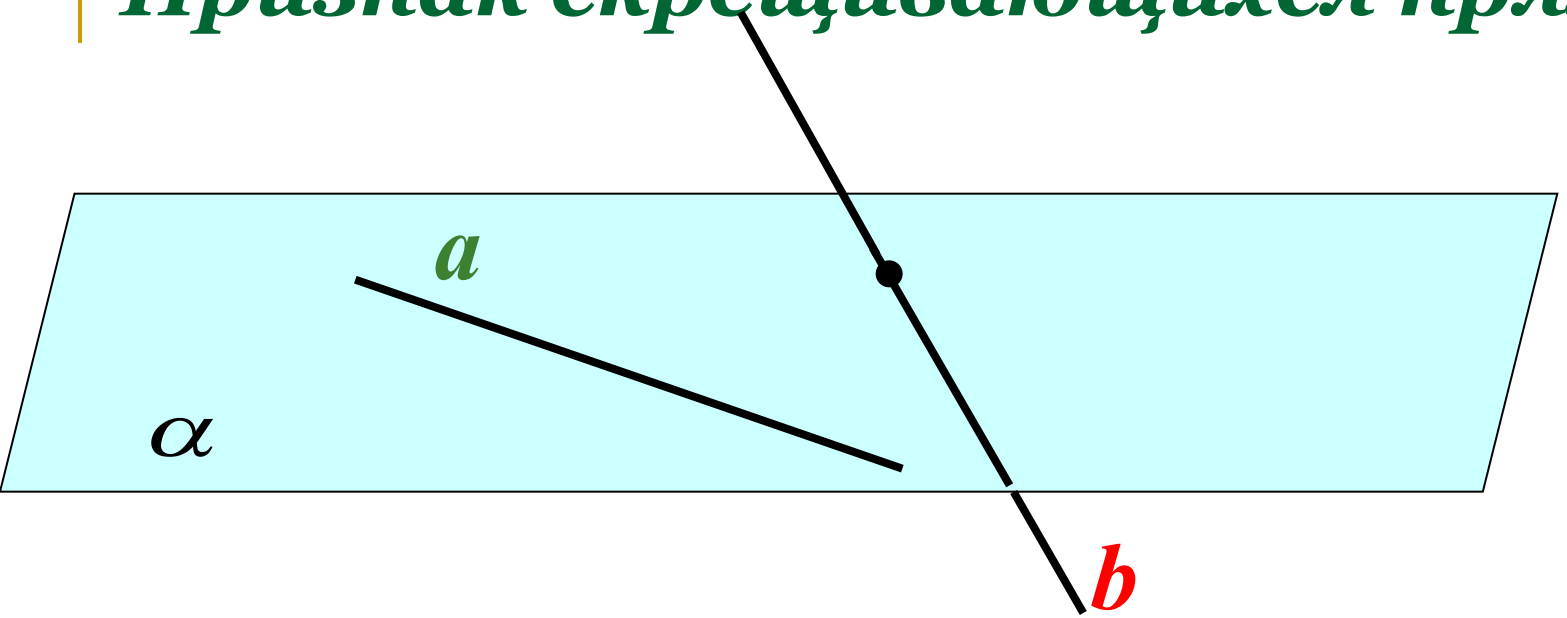
$AA_1 \parallel DD_1$; $DD_1 \parallel CC_1 \rightarrow AA_1 \parallel CC_1$

по теореме о трех параллельных прямых.

2. Являются ли AA_1 и DC параллельными? Они пересекаются?

Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

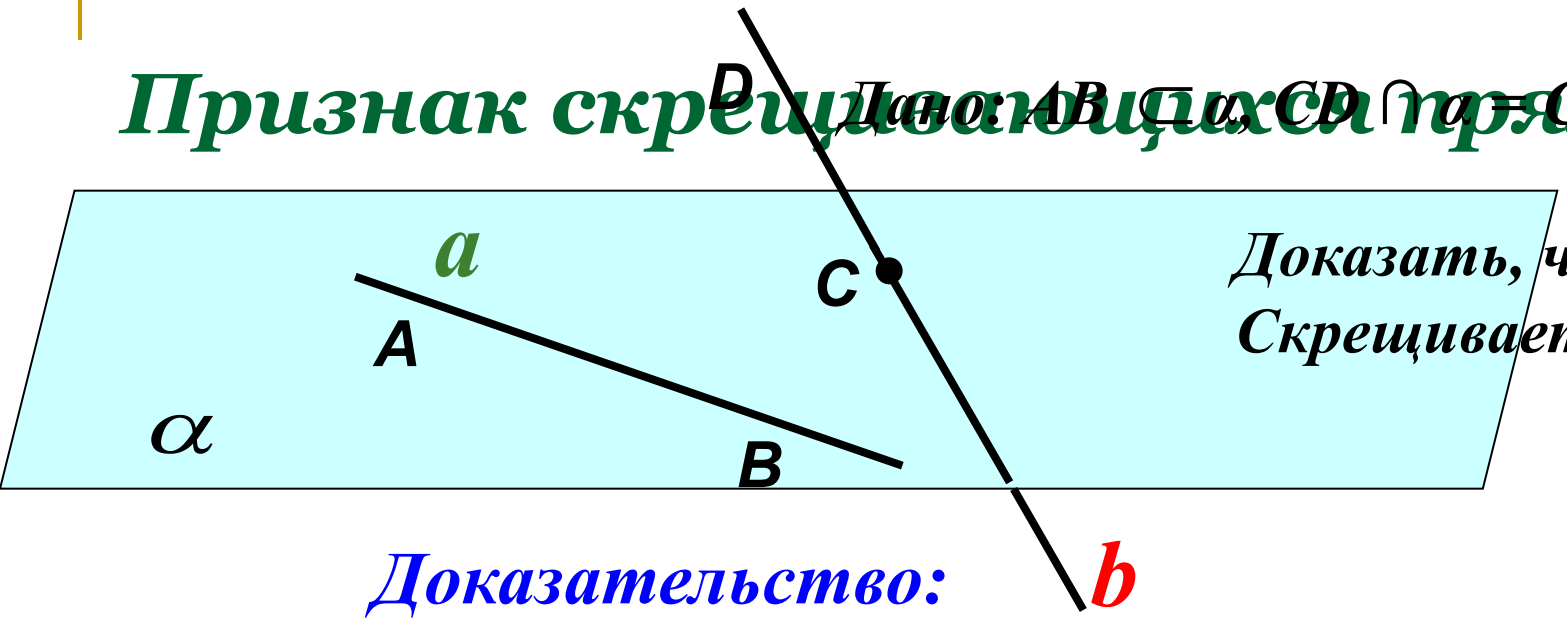
Признак скрещивающихся прямых.



- **Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещиваются.**

Признак скрещивающихся прямых

Дано: $AB \subset \alpha$, $CD \cap \alpha = C$, $C \in AB$.



Доказать, что AB Скрещивается с CD

Доказательство:

Допустим, что CD и AB лежат в одной плоскости. Пусть это будет плоскость β.

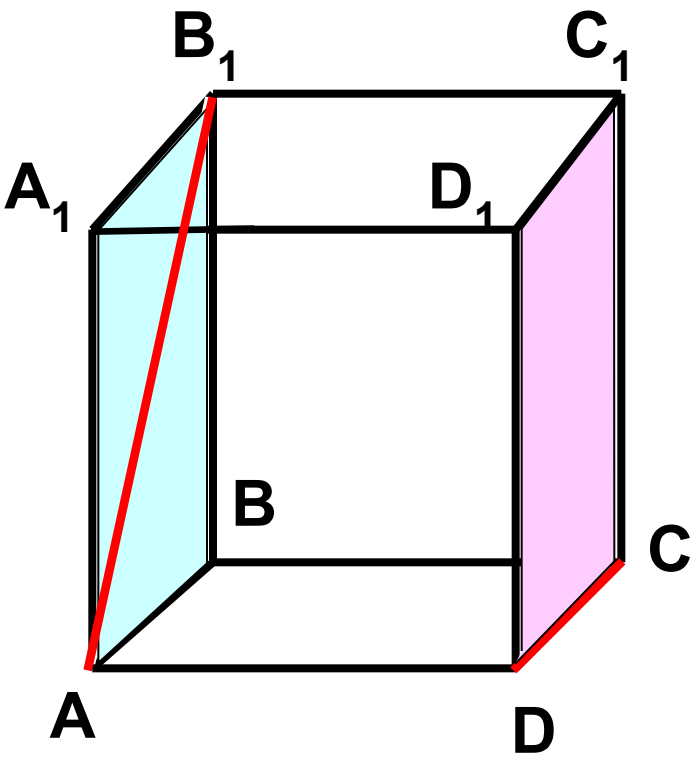
$$\left.\begin{array}{l} C \in \alpha \ \ и \ \ C \in \beta \\ AB \subset \alpha \ \ и \ \ AB \subset \beta \end{array}\right| \Rightarrow \alpha \text{ совпадает с } \beta$$

Плоскости совпадают, чего быть не может, т.к. прямая CD пересекает α. Плоскости, которой принадлежат AB и CD не существует и следовательно по определению скрещивающихся прямых AB скрещивается с CD.

Ч.т.д.

Закрепление изученной теоремы:

1. Определить взаимное расположение прямых AB_1 и DC.
2. Указать взаимное расположение прямой DC и плоскости AA_1B_1B
3. Является ли прямая AB_1 параллельной плоскости DD_1C_1C?



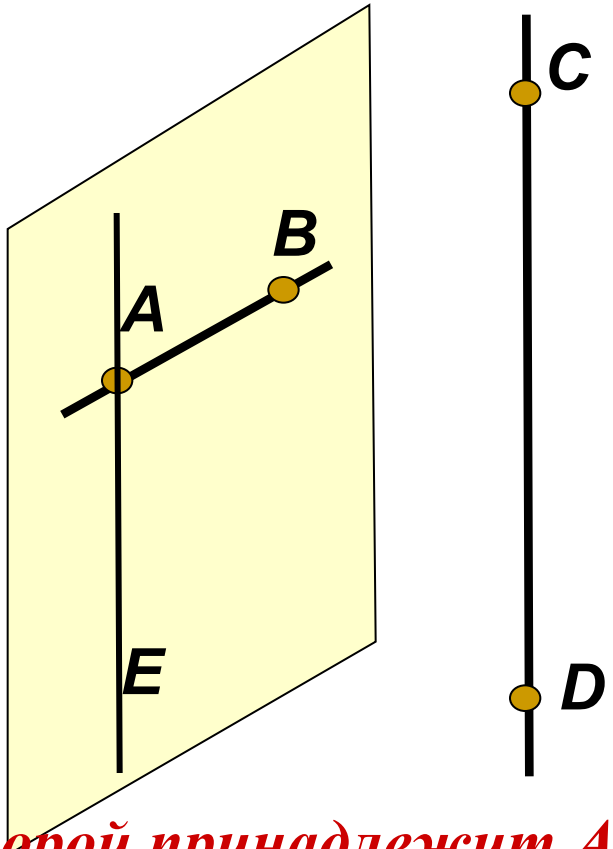
Теорема:

- **Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой плоскости, и притом только одна.**

Дано: AB скрещивается с CD.

Построить α: AB ⊂ α, CD ∥ α.

Доказать, что α – единственная.

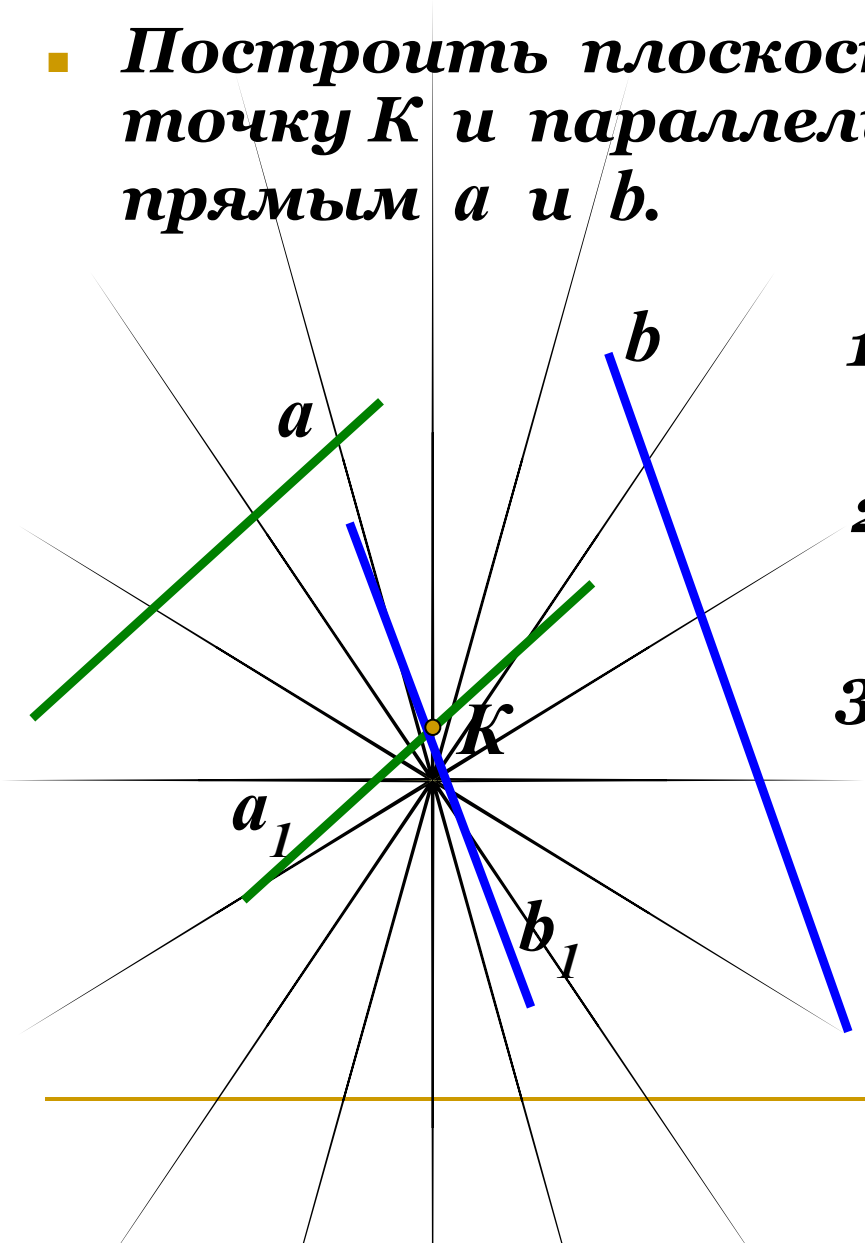


1. *Через точку A проведем прямую AE, AE ∥ CD.*
2. *Прямые AB и AE пересекаются и образуют плоскость α. AB ⊂ α, CD ∥ α. α – единственная плоскость.*
3. *Доказательство:*

α – единственная по следствию из аксиом. Любая другая плоскость, которой принадлежит AB, пересекает AE и, следовательно, прямую CD.

Задача.

- **Построить плоскость α, проходящую через точку К и параллельную скрещивающимся прямым a и b.**



Построение:

1. **Через точку К провести прямую $a_1 \parallel a$.**
2. **Через точку К провести прямую $b_1 \parallel b$.**
3. **Через пересекающиеся прямые проведем плоскость α. α – искомая плоскость.**

Задача №34.

Дано: $D \notin (ABC)$,

$AM = MD$; $BN = ND$; $CP = PD$

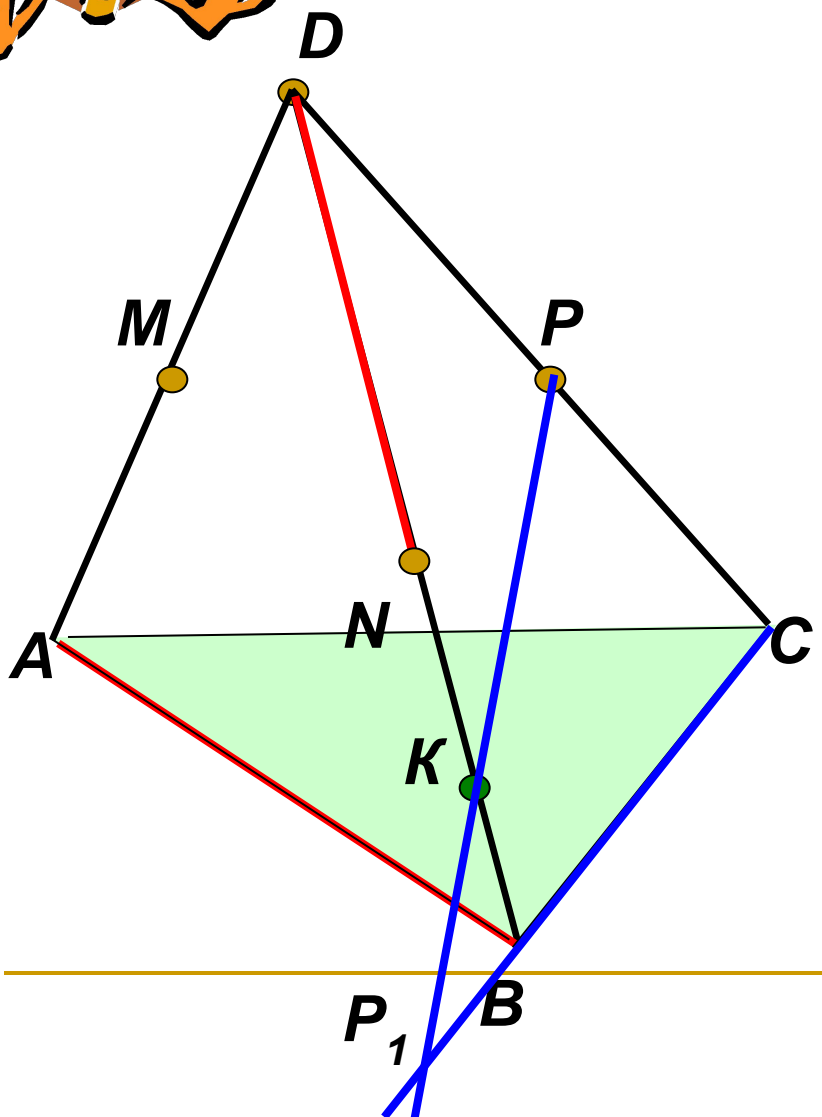
$K \in BN$.

Определить взаимное расположение прямых:

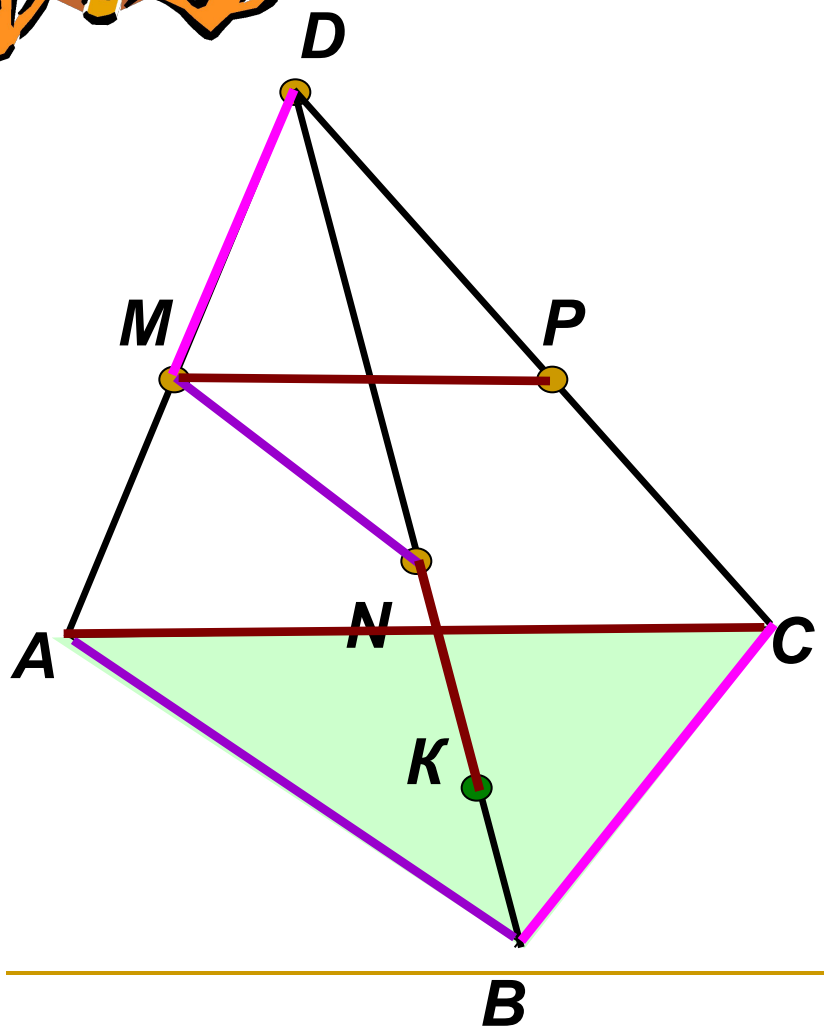
а) ND и AB

б) PK и BC

в) MN и AB



Задача №34.



Дано: $D \notin (ABC)$,

$AM = MD$; $BN = ND$; $CP = PD$

$K \in BN$.

Определить взаимное расположение прямых:

а) ND и AB

б) PK и BC

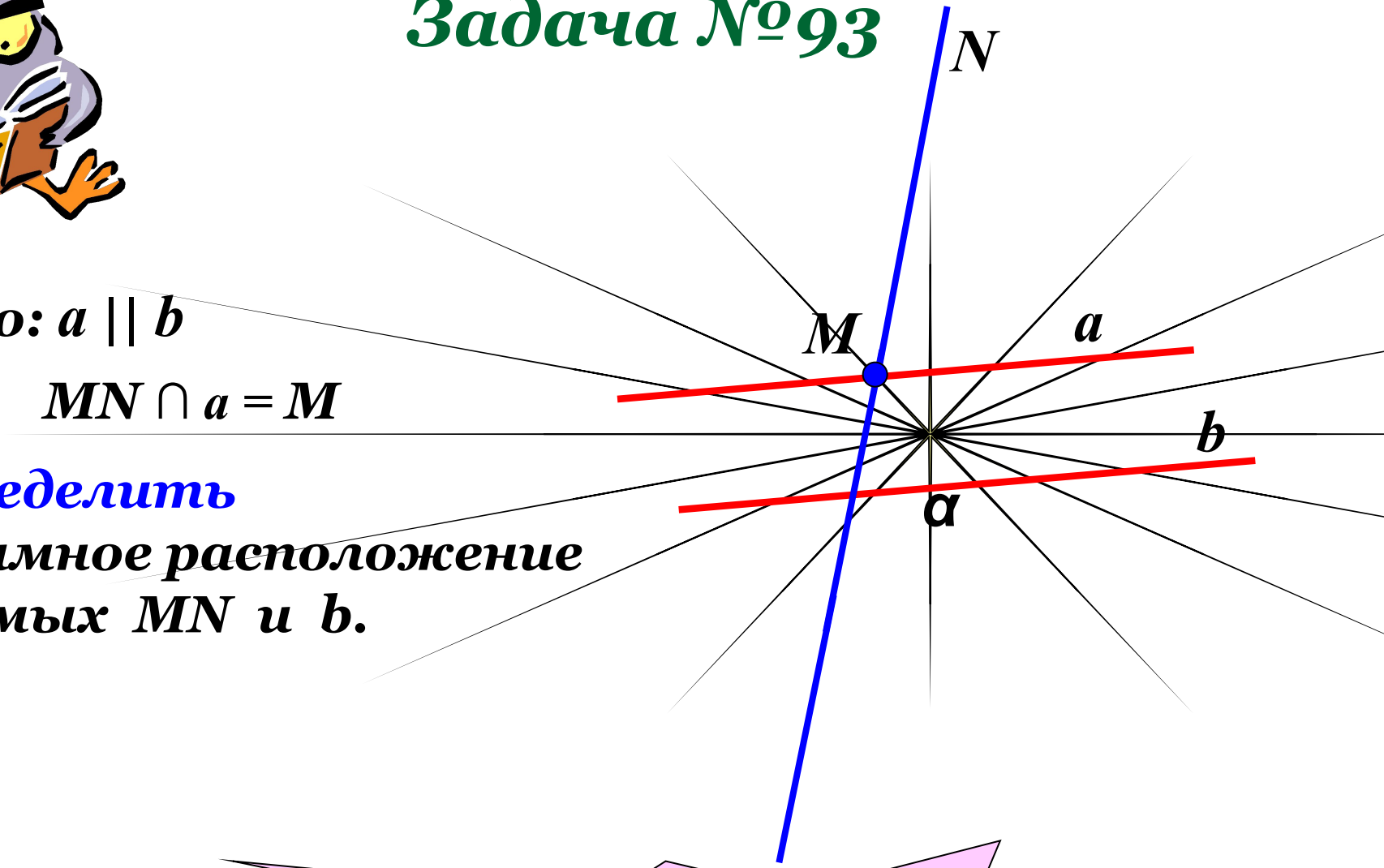
в) MN и AB

г) MP и AC

д) KN и AC

е) MD и BC

Задача №93



Дано: $a \parallel b$

$MN \cap a = M$

Определить взаимное расположение прямых MN и b.

Скрещивающиеся.