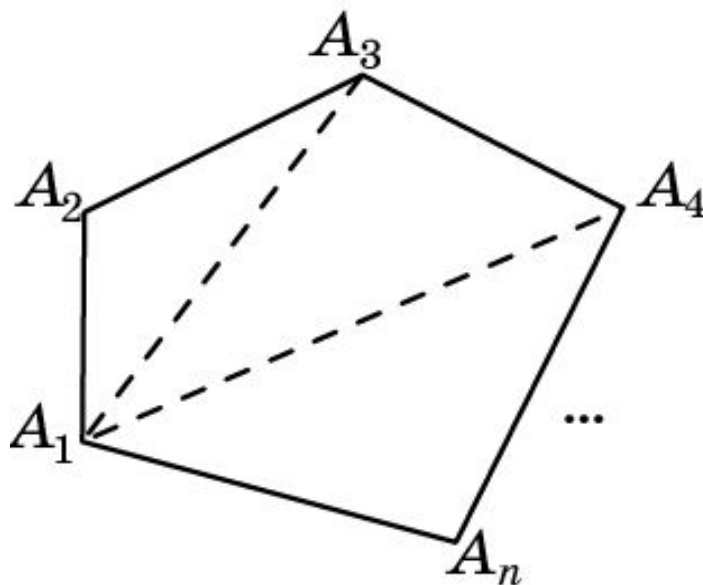


Сумма углов n -угольника

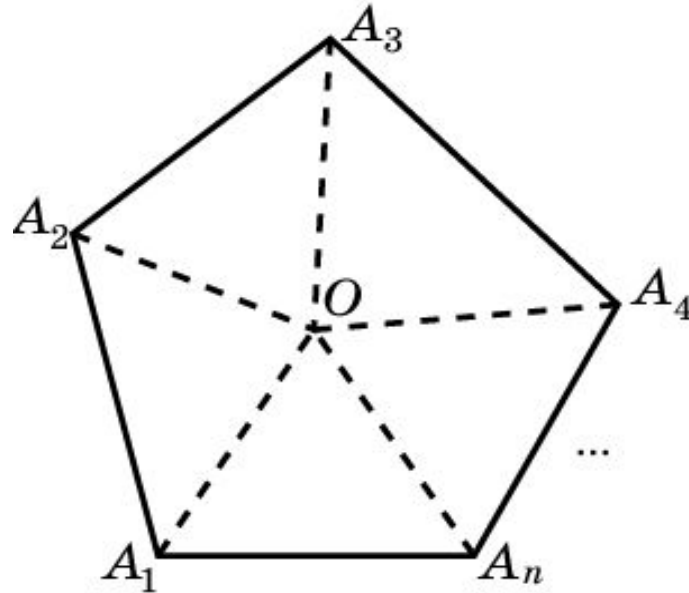
Теорема. Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.



Доказательство. Из какой-нибудь вершины выпуклого n -угольника проведем все его диагонали. Тогда n -угольник разобьется на $n-2$ треугольника. В каждом треугольнике сумма углов равна 180° , и эти углы составляют углы n -угольника. Следовательно, сумма углов n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Второй способ доказательства

Теорема. Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.



Доказательство 2. Пусть O какая-нибудь внутренняя точка выпуклого n -угольника $A_1 \dots A_n$. Соединим ее с вершинами этого многоугольника. Тогда n -угольник разобьется на n треугольников. В каждом треугольнике сумма углов равна 180° . Эти углы составляют углы n -угольника и еще 360° . Следовательно, сумма углов n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Упражнение 1

Чему равна сумма углов выпуклого: а) 4-угольника; б) 5-угольника; в) 6-угольника?

Ответ: а) 360° ;
б) 540° ;
в) 720° .

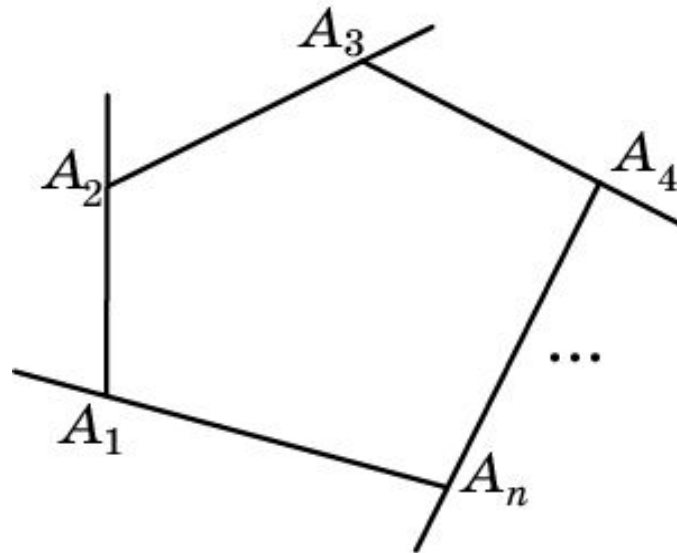
Упражнение 2

Чему равен внешний угол правильного: а) 3-угольника; б) 4-угольника; в) 5-угольника; г) 6-угольника?

Ответ: а) 120° ;
б) 90° ;
в) 72° ;
г) 60° .

Упражнение 3

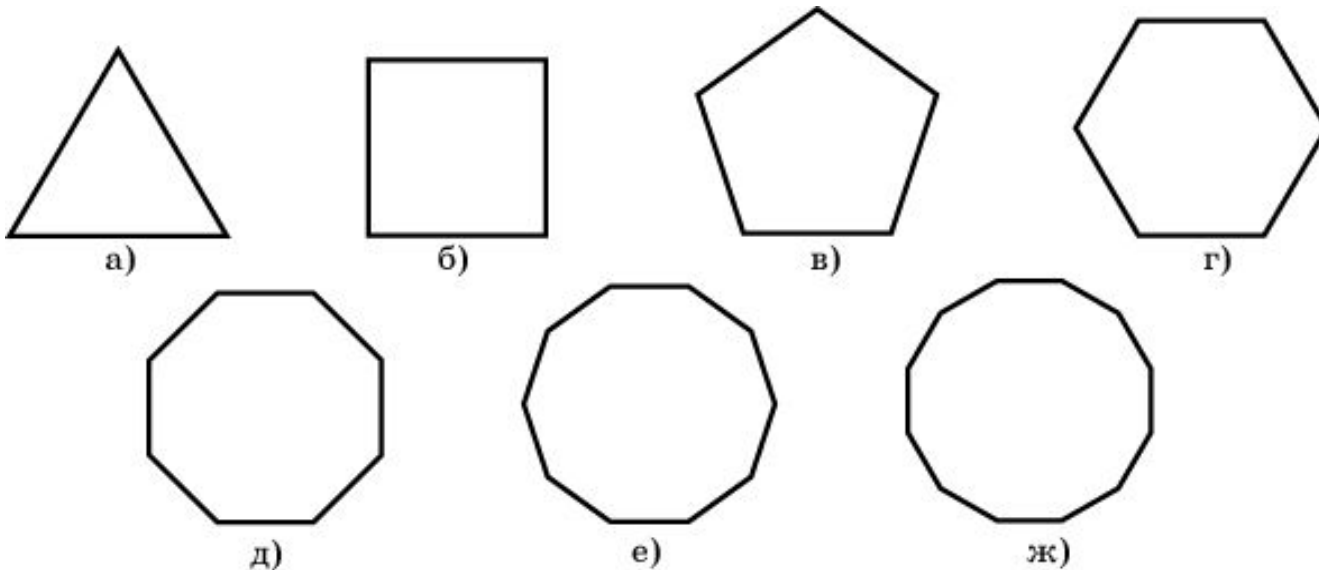
Докажите, что сумма внешних углов выпуклого n -угольника равна 360° .



Доказательство. Внешний угол выпуклого многоугольника равен 180° минус соответствующий внутренний угол. Следовательно, сумма внешних углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ n$ минус сумма внутренних углов. Так как сумма внутренних углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$, то сумма внешних углов будет равна $180^\circ n - 180^\circ(n-2) = 360^\circ$.

Упражнение 4

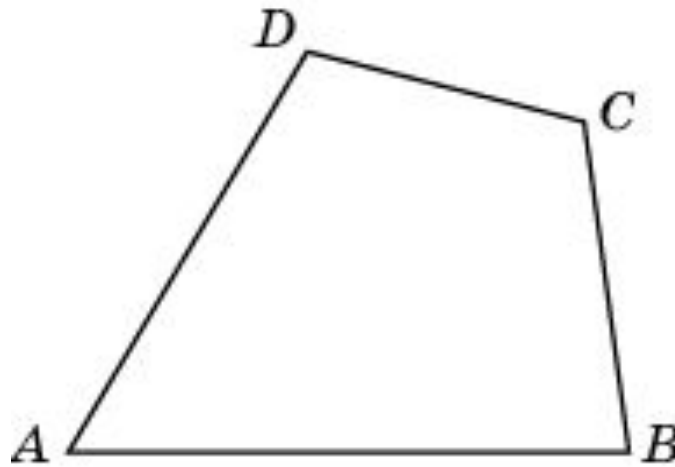
Чему равны углы правильного: а) треугольника; б) четырехугольника; в) пятиугольника; г) шестиугольника; д) восьмиугольника; е) десятиугольника; ж) двенадцатиугольника?



Ответ: а) 60° ; б) 90° ; в) 108° ; г) 120° ;
д) 135° ; е) 144° ; ж) 150° .

Упражнение 5

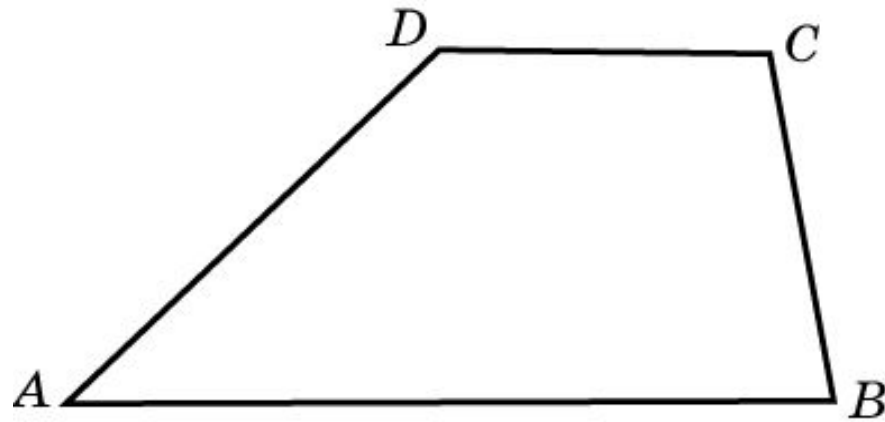
Сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна 300° . Найдите четвертый угол.



Ответ: 60° .

Упражнение 6

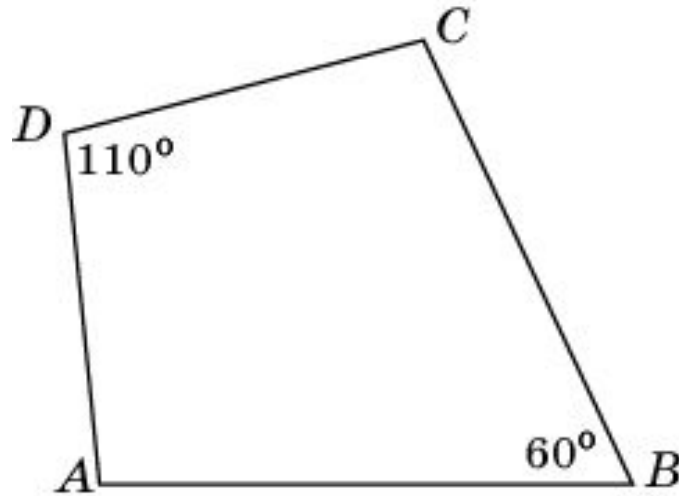
Углы выпуклого четырехугольника пропорциональны числам 1, 2, 3, 4. Найдите их.



Ответ: 36° , 72° , 108° , 144° .

Упражнение 7

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle D = 110^\circ$. Найдите угол A .



Ответ: 95° .

Упражнение 8

Сумма углов выпуклого многоугольника равна 900° . Сколько у него сторон?

Ответ: 7.

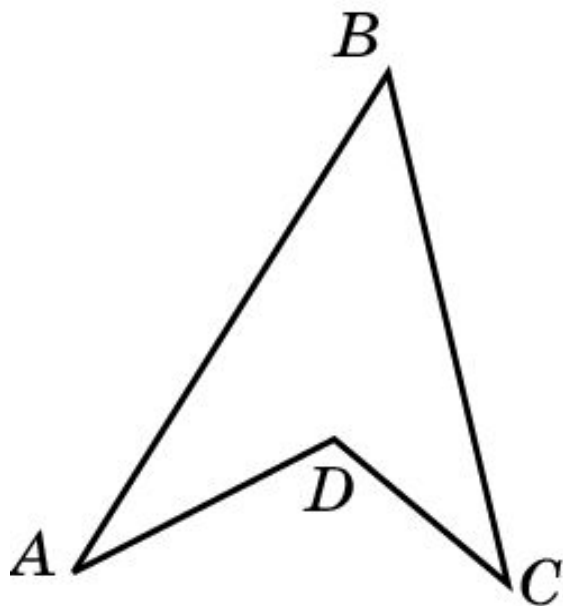
Упражнение 9

Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если каждый из его внешних углов равен: а) 36° ; б) 24° ?

Ответ: а) 10;
б) 15.

Упражнение 10

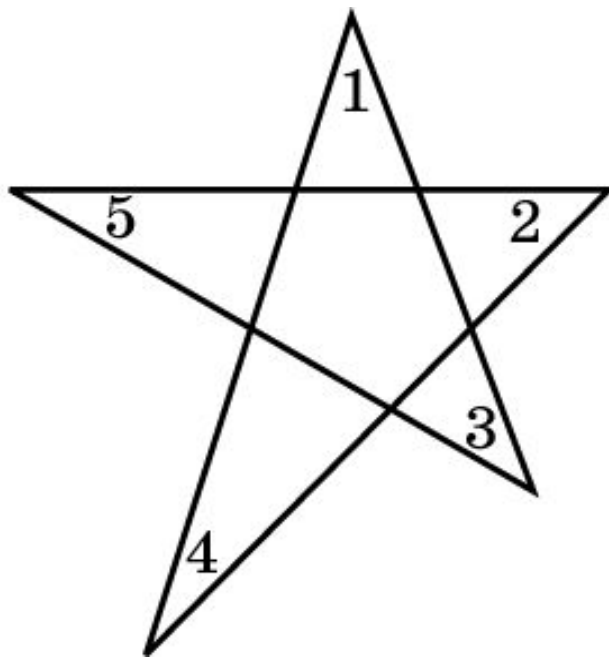
Чему равна сумма углов невыпуклого четырехугольника $ABCD$?



Ответ: 360° .

Упражнение 11*

Найдите сумму углов 1, 2, 3, 4, 5 пятиугольной звездочки, изображенной на рисунке.



Ответ: 180° .

Упражнение 12*

Какое наибольшее число острых углов может иметь выпуклый n -угольник?

Решение. Так как сумма внешних углов выпуклого многоугольника равны 360° , то у выпуклого многоугольника не может быть более трех тупых углов, следовательно, у него не может быть более трех внутренних острых углов.

Ответ. 3.