Теорема косинусов.

Выполнили:

Давыдова Катерина

Орешенкова Дарья.

Содержание.

- Теорема косинусов.
- Дополнительная информация.
- Доказательство.
- Следствие.
- Пользуемся теоремой косинусов в решение треугольников.
- Вывод.

Теорема косинусов.

- ***Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.***

Дополнительная информация.

- Теорему косинусов иногда называют ***обобщенной теоремой Пифагора***. Такое название объясняется тем, что в теореме косинусов содержится как частный случай теорема Пифагора. В самом деле, если в треугольнике ABC угол A прямой, то $\cos A = \cos 90^\circ = 0$ и по формуле (1) получаем

$$a^2 = b^2 + c^2,$$

т. е. квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Доказательство.

- Пусть в треугольнике ABC AB = c, BC = a, CA = в. Докажем, например, что

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$

Введем систему координат в точке A. Тогда точка B имеет координаты (c; 0), а точка C имеет координаты (b cosA; b sinA). По формуле расстояния между двумя точками получаем:

$$BC^2=a^2=(b \cos A-c)^2+b^2 \sin^2 A=b^2 \cos^2 A +b^2\sin^2 A-2bc \cos A + c^2=b^2+c^2-2bc \cos A$$

Теорема доказана.

Следствие.

- Если α – тупой $a^2=b^2+c^2+2bc\cos\alpha'$

  $a^2> b^2+c^2$

  Если α – прямой $a^2= b^2+c^2+2bc\cdot 0$

  $a^2= b^2+c^2$ (теорема Пифагора)

  Если α – острый $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha'$

  $a^2< b^2+c^2$

<u>Замечание:</u>

$a^2> b^2+c^2$ ⇨ треугольник тупоугольный.

$a^2= b^2+c^2$ ⇨ треугольник прямоугольный

$a^2< b^2+c^2$ ⇨ треугольник остроугольный

Пользуемся теоремой косинусов в решении треугольников

- Дано: а, в, с.
- Найти: углы А, В, С.

1) По теореме косинусов находим угол А

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

По таблице Брадиса.

2) По теореме косинусов находим угол В

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

3) По теореме углов

угол С= 180° - (А + В)

Вывод.

- С помощью этого материала я смогу решать задачи по теореме косинусов.