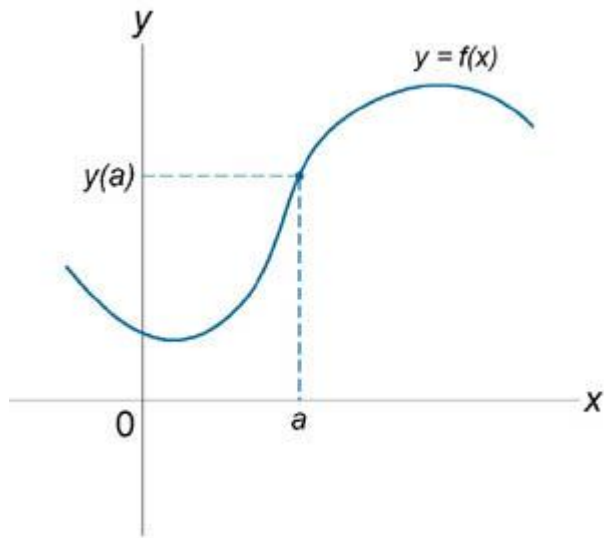
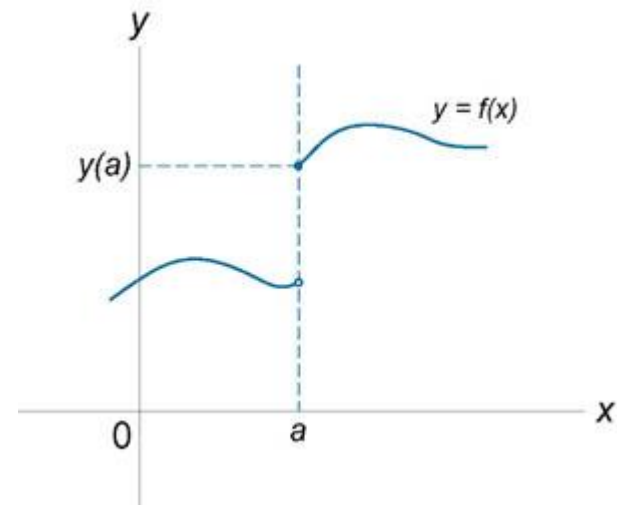


График с точкой разрыва

- Если функция $f(x)$ не является непрерывной в точке $x=a$, то говорят, что $f(x)$ имеет *разрыв* в этой точке.
-



Непрерывна при $x=a$



Имеет разрыв при $x=a$



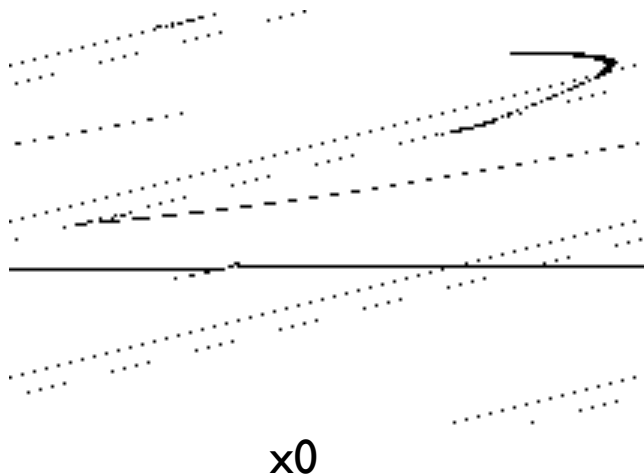
□ **Определение:** функция непрерывна в точке k , если предел функции в данной точке равен значению функции в этой точке:

Определение детализируется в следующих **условиях:**

- 1) Функция должна быть определена в точке k , то есть должно существовать значение $f(k)$.
- 2) Должен существовать общий предел функции. Как отмечалось выше, это подразумевает существование и равенство односторонних пределов:
- 3) Предел функции в данной точке должен быть равен значению функции в этой точке:

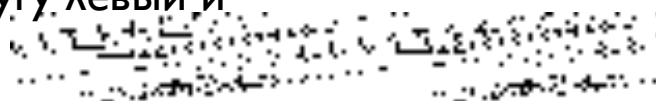


- **Определение.** Точка x_0 называется **точкой разрыва** функции $f(x)$, если $f(x)$ не определена в точке x_0 или не является непрерывной в этой точке.



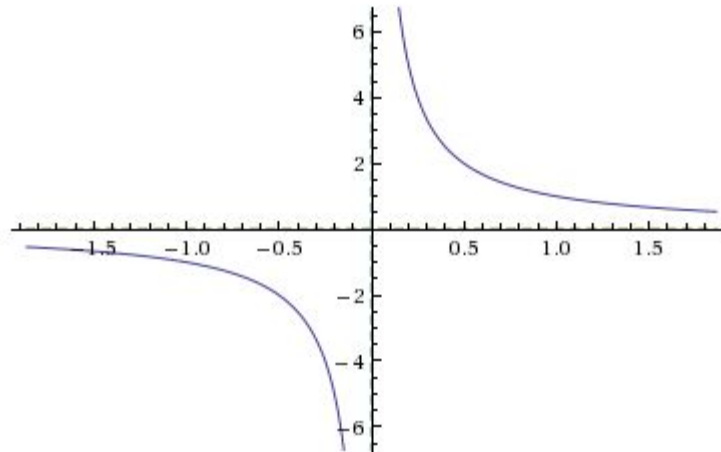
Данные точки в свою очередь подразделяются на две большие группы: разрывы первого рода и разрывы второго рода.

Определение. Точка x_0 называется точкой разрыва I-го рода, если в этой точке функция $f(x)$ имеет конечные, но не равные друг другу левый и правый пределы.

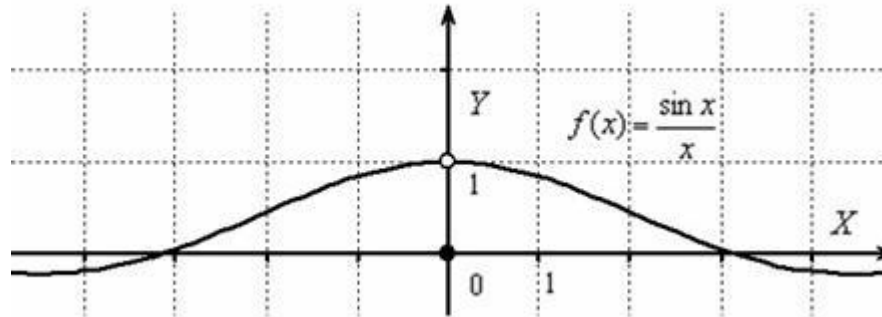


Определение. Точка x_0 называется **точкой разрыва 2 – го рода**, если в этой точке функция $f(x)$ не имеет хотя бы одного из односторонних пределов или хотя бы один из них бесконечен.

- **Пример.** Функция $f(x) = \frac{1}{x}$ имеет в точке $x_0 = 0$ точку разрыва 2 – го рода, т.к.



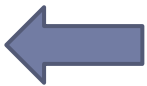
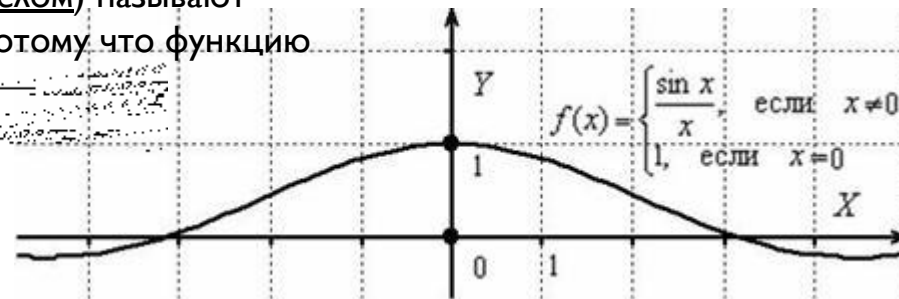
Изобразим на чертеже график функции



- Данная функция непрерывна на всей числовой прямой, кроме точки $x=0$. Однако в соответствии со смыслом предела – мы можем *бесконечно близко* приближаться к «нулю» и слева и справа, то есть, односторонние пределы существуют и, очевидно, совпадают:

Но функция не определена в точке $x=0$ следовательно, нарушено Условие №1 непрерывности, и функция терпит разрыв в данной точке.

Разрыв такого вида (с существующим общим пределом) называют **устранимым разрывом**. Почему **устранимым**? Потому что функцию можно доопределить в точке разрыва:



Пример.

□ Найти точки разрыва функции $f(x) = \frac{|2x+5|}{2x+5}$.

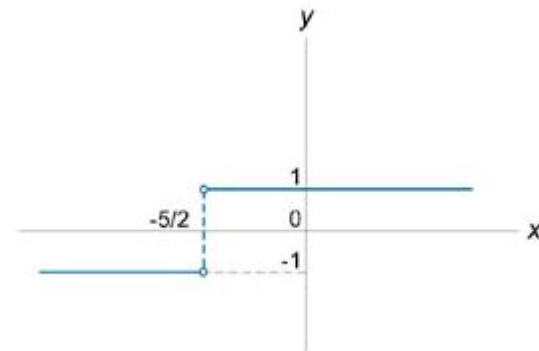
Решение.

Функция определена и непрерывна при всех x , за исключением точки $x = -\frac{5}{2}$, где существует разрыв. Исследуем точку разрыва.

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}-0} \frac{|2x+5|}{2x+5} = \lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}-0} \frac{-(2x+5)}{2x+5} = -1, \text{ если } x < -\frac{5}{2};$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}+0} \frac{|2x+5|}{2x+5} = \lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}+0} \frac{(2x+5)}{2x+5} = 1, \text{ если } x > -\frac{5}{2}.$$

Так как значения односторонних пределов конечны, то, следовательно, в точке $x = -\frac{5}{2}$ разрыв первого рода. График функции схематически показан на рисунке



Построение графиков функции с разрывом в Excel

- Построить график функции $\frac{a+b}{x+5}$, где x в диапазоне от -10 до 10 с шагом 1, $a=3$, $b=4$

