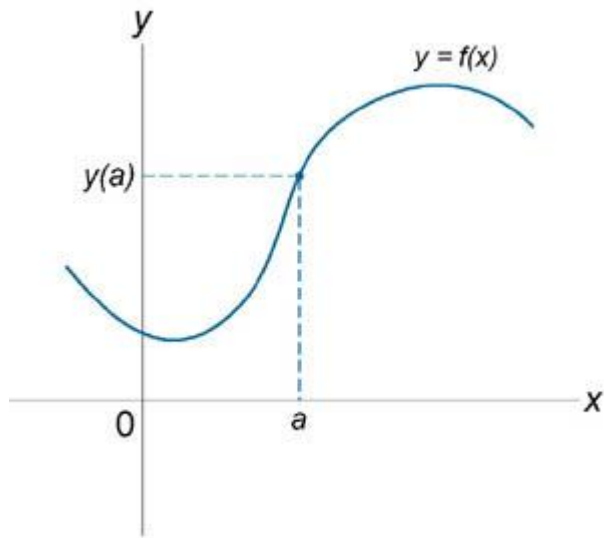
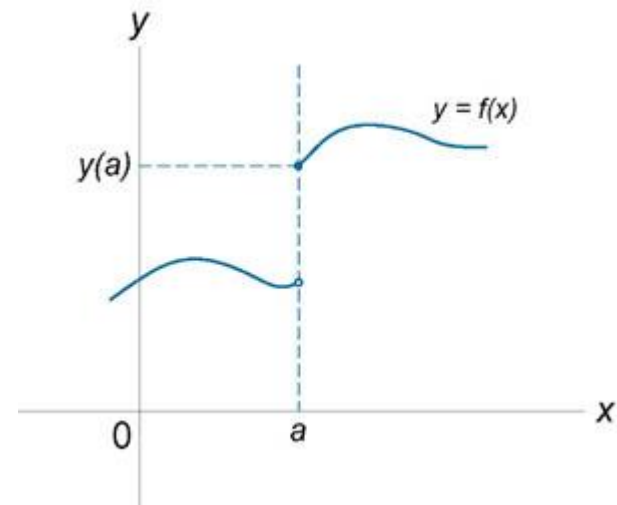


# График с точкой разрыва

- Если функция  $f(x)$  не является непрерывной в точке  $x=a$ , то говорят, что  $f(x)$  имеет *разрыв* в этой точке.



Непрерывна при  $x=a$



Имеет разрыв при  $x=a$



---

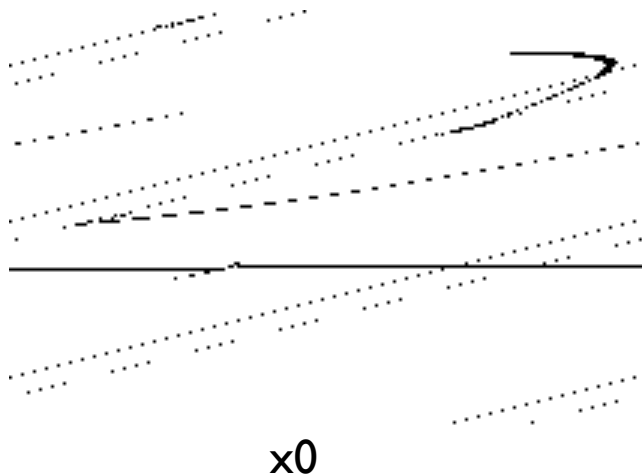
□ **Определение:** функция непрерывна в точке  $k$ , если предел функции в данной точке равен значению функции в этой точке:

Определение детализируется в следующих **условиях:**

- 1) Функция должна быть определена в точке  $k$ , то есть должно существовать значение  $f(k)$ .
- 2) Должен существовать общий предел функции. Как отмечалось выше, это подразумевает существование и равенство односторонних пределов:
- 3) Предел функции в данной точке должен быть равен значению функции в этой точке:

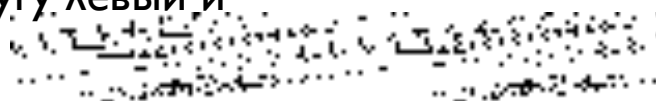


- **Определение.** Точка  $x_0$  называется **точкой разрыва** функции  $f(x)$ , если  $f(x)$  не определена в точке  $x_0$  или не является непрерывной в этой точке.



Данные точки в свою очередь подразделяются на две большие группы: разрывы первого рода и разрывы второго рода.

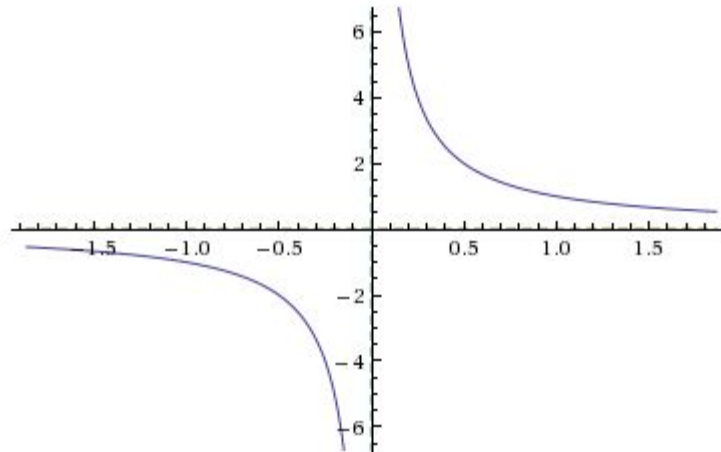
**Определение.** Точка  $x_0$  называется точкой разрыва I-го рода, если в этой точке функция  $f(x)$  имеет конечные, но не равные друг другу левый и правый пределы.



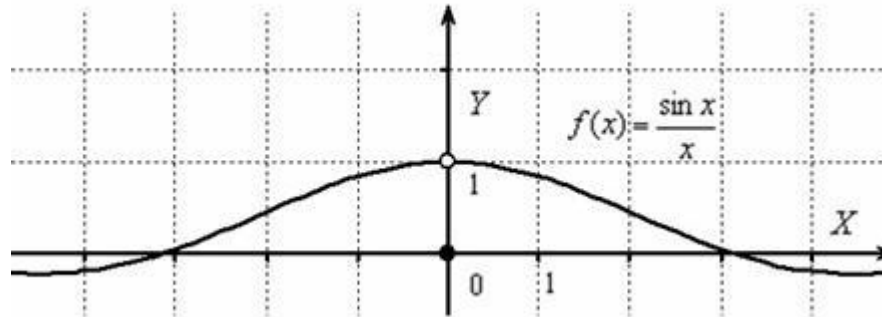
---

**Определение.** Точка  $x_0$  называется **точкой разрыва 2 – го рода**, если в этой точке функция  $f(x)$  не имеет хотя бы одного из односторонних пределов или хотя бы один из них бесконечен.

- **Пример.** Функция  $f(x) = \frac{1}{x}$  имеет в точке  $x_0 = 0$  точку разрыва 2 – го рода, т.к.



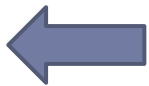
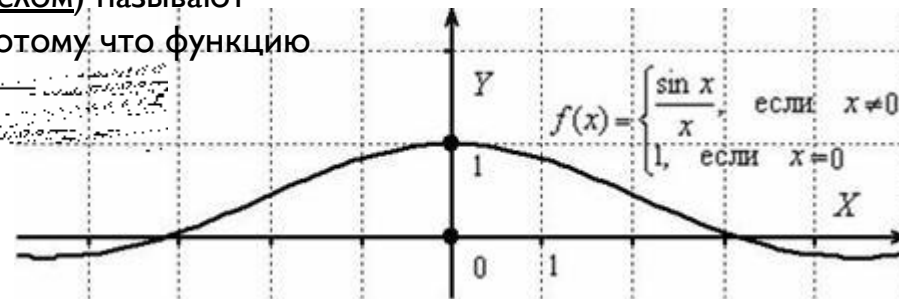
# Изобразим на чертеже график функции



- Данная функция непрерывна на всей числовой прямой, кроме точки  $x=0$ . Однако в соответствии со смыслом предела – мы можем *бесконечно близко* приближаться к «нулю» и слева и справа, то есть, односторонние пределы существуют и, очевидно, совпадают:

Но функция не определена в точке  $x=0$  следовательно, нарушено Условие №1 непрерывности, и функция терпит разрыв в данной точке.

Разрыв такого вида (с существующим общим пределом) называют **устранимым разрывом**. Почему **устранимым**? Потому что функцию можно доопределить в точке разрыва:



# Пример.

□ Найти точки разрыва функции  $f(x) = \frac{|2x+5|}{2x+5}$ .

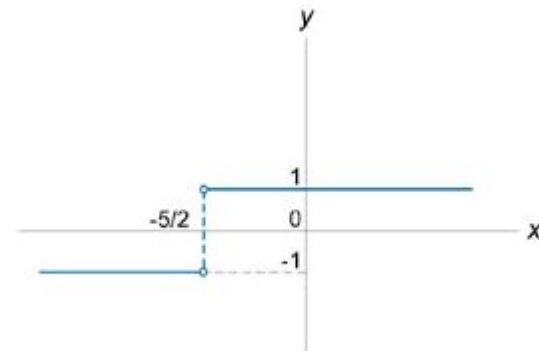
*Решение.*

Функция определена и непрерывна при всех  $x$ , за исключением точки  $x = -\frac{5}{2}$ , где существует разрыв. Исследуем точку разрыва.

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}-0} \frac{|2x+5|}{2x+5} = \lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}-0} \frac{-(2x+5)}{2x+5} = -1, \text{ если } x < -\frac{5}{2};$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}+0} \frac{|2x+5|}{2x+5} = \lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}+0} \frac{(2x+5)}{2x+5} = 1, \text{ если } x > -\frac{5}{2}.$$

Так как значения односторонних пределов конечны, то, следовательно, в точке  $x = -\frac{5}{2}$  разрыв первого рода. График функции схематически показан на рисунке



# Построение графиков функции с разрывом в Excel

- Построить график функции  $\frac{a+b}{x+5}$ , где  $x$  в диапазоне от -10 до 10 с шагом 1,  $a=3$ ,  $b=4$

