ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

ФОРМУЛЫ

Урок алгебры в 7-ом классе

Составила учитель математики
Касьяненко О.И.

КВАДРАТ СУММЫ И КВАДРАТ РАЗНОСТИ

КВАДРАТ СУММЫ

При умножении многочлена на многочлен каждый член одного многочлена умножают на каждый член другого. Однако в некоторых случаях умножение многочленов можно выполнить короче, воспользовавшись формулами сокращенного умножения.

Возведем в квадрат сумму a + b. Выполним умножение :

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Значит, $\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.}$ **(1)**

Тождество (1) называют формулой квадрата суммы.

Формулировка формулы квадрата суммы:

- Квадрат суммы двух выражений равен квадрату первого выражения плюс удвоенное произведение первого выражения на второе плюс квадрат второго выражения.

Пример №1 Представьте в виде многочлена:

- а) $(x + 2y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$
- б) $(2k + 3n)^2 = (2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 3n + (3n)^2 = 4k^2 + 12kn + 9n^2$
- в) $(2a + 1)^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 1 + 1^2 = 4a^2 + 4a + 1$

КВАДРАТ РАЗНОСТИ

Возведем в квадрат разность a - b. Выполним умножение:

$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2.$$

Значит, $\boxed{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.}$ **(2)**

Тождество (2) называют <u>формулой квадрата разности.</u>

Формулировка формулы квадрата разности:

- Квадрат разности двух выражений равен квадрату первого выражения минус удвоенное произведение первого выражения на второе плюс квадрат второго выражения.

Пример №2 Представьте в виде многочлена:

- а) $(2a - c)^2 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot c + c^2 = 4a^2 - 4ac + c^2$

- б) $(3a - 5b)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 5b + (5b)^2 = 9a^2 - 30ab + 25b$

- в) $(x - 10)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 10 + 10^2 = x^2 - 20x + 100$

- *** Замечание**

- **В дальнейшем решение подобных заданий будем записывать так (более кратко), например:**

- а) $(2a - c)^2 = 4a^2 - 4ac + c^2$

Запомни!

- $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

Разложение на множители с помощью формул квадрата суммы и квадрата разности

Формулы квадрата суммы и квадрата разности находят применение не только для возведения в квадрат суммы и разности, но и для разложения на множители выражений вида:

$$a^2 + 2ab + b^2 \text{ и } a^2 - 2ab + b^2$$

Действительно, поменяв местами в этих формулах левую и правую части, получим:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2; \qquad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2;$$

Пример №3 Представьте многочлен в виде квадрата двучлена:

$$1)\ 9x^2 + 30x + 25 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 = (3x+5)^2$$

$$2)\ a^2 - 20ab^2 + 100b^4 = a^2 - 2 \cdot 10 \cdot a \cdot b^2 + (10b^2)^2 = (a - 10b^2)^2$$

Решение задач на применение формул квадрата суммы и квадрата разности

№1 Выпишите соответствия по формулам из двух таблиц и узнаете , как известные планеты назывались в древности:

Пирой	$x^2-4xy+4y^2$
Стилбон	$4x^2+4xy+y^2$
Фаэтон	$x^4-2x^2+y^2$
Фенон	$y^4-4xy^2+4x^2$
Эосфорос	$0,25x^2+2xy+4y^2$
Геспер	$4\sigma^2+\frac{1}{4}\sigma^2+2\sigma$

Марс- огненный пламенный
Меркурий- сверкающий, искрящийся
Юпитер – блистающий, лучезарный
Сатурн - сияющий
Венера- несущая утро
вечер

$(0,5x+2y)^2$	$(x-2y)^2$	$(2x+y)^2$	$(y^2-2x)^2$	$(x^2-y)^2$
венера	марс	меркурий	сатурн	юпитер

Решение

- 1) Пирой - Марс ;
- 2) Стилбон - Меркурий;
- 3) Фаэтон - Юпитер;
- 4) Фенон - Сатурн;
- 5) Эосфорос - Венера;
- 6) Геспер - нет пары.

№1 Найдите ошибку:

1) $(3a - 2в)^2 = 9a^2 + 12\,ва + 4в^2$;

2) $(2y + 1)^2 = 2y^2 + 4y + 1$;

3) $(2x - 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$;

4) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 6x + 9$.

Решение

1) $(3a - 2в)^2 = 9a^2 + 12\,ва + 4в^2$;

$(3a - 2в)^2 = 9a^2 - 12\,ва + 4в^2$.

2) $(2y + 1)^2 = 2y^2 + 4y + 1$;

$(2y + 1)^2 = 4y^2 + 4y + 1$.

3) $(2x - 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$;

$(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$.

4) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 6x + 9$;

$(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$.

Задачи для самостоятельной работы

Выполните тестовое задание

Выберите правильный вариант ответа в № 1 - 3

1. $(x + 2y)^2$.

А. $x^2 + 4xy + 4y^2$.
Б. $x^2 + 4xy + 2y^2$.
В. $x^2 + 4y^2$.
Г. $x^2 + 2xy + 2x^2$.

2. $(2a - 3)^2$.

А. $4a^2 - 6a + 9$.
Б. $4a^2 - 12a + 9$.
В. $2a^2 - 12a + 9$.
Г. $4a^2 - 9$.

3. Даны два равенства:

1) $(2a - 3b^2)^2 = 4a^2 - 6ab^2 + 9b^4$;
2) $(x + 3y)^2 = x^2 + 9y^2 + 6xy$.

Какое из них верно (*да*), а какое неверно (*нет*)?

А. Да, да.
Б. Да, нет.
В. Нет, да.
Г. Нет, нет.

№1 ВЫБЕРИТЕ СООТВЕТСТВИЯ ПО ФОРМУЛАМ (НАПРИМЕР, 1 – ВЕНЕРА):

1. $(x+a)^2=$

2. $(a-2x)^2 =$

3. $(x+2a)^2 =$

4. $(2x-3a)^2 =$

Венера	$x^2+2ax+a^2$
Марс	$a^2-4ax+4x^2$
Меркурий	$x^2+4ax+4a^2$
Нептун	$4x^2-9a^2$
Плутон	$a^2-2ax+4x^2$
Сатурн	$4x^2-12ax+9a^2$
Уран	x^2+4a^2
Юпитер	$x^2-2a^2x+a^4$

№2 Найдите ошибку в каждом из равенств и запишите правильное решение:

1) $(в - y)^2 = в – 2вy + y^2$;

2) $(x - 10)^2 = x^2 – 20x + 10$;

3) $(2a + 1)^2 = 4a^2 + 2a + 1$;

4) $(2x – 5)^2 = 4x^2 – 20x + 5$;

5) $x^2 - 2xy + y^2 = (x + y)^2$; 6) $4y^2 + 4y + 1 = (4y + 1)^2$

№3 ВСТАВЬТЕ ПРОПУЩЕННЫЕ ЗНАКИ В ВЫРАЖЕНИЯХ И ЗАПИШИТЕ ВЕРНОЕ РАВЕНСТВО:

а) $(x...y)^2=x^2-2x+...$

б) $(...-...)^2=9x^2...\ ...+25y^2$

в) $(...\ ...\ ...)^2=...\ -28xy...49x^2$

г) $(x-...)^2=...\ ...20x...\ ...$

СПАСИБО ЗА УРОК!