

Дискретные случайные величины

Акишева Ю.Ю

Еркебаева З.С.

Нуралиева Ж.Н.

Группа Т092

Дискретные случайные величины

- Рассмотрим случайную величину ξ , возможные значения которой образуют конечную или бесконечную последовательность чисел $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$. Пусть задана функция $p(x)$, значение которой в каждой точке $x=x_i$ ($i=1, 2, \dots$) равно вероятности того, что величина примет значение x_i

$$p(x_i) = P(\xi = x_i)$$

- Такая случайная величина называется дискретной (прерывной). Функция $p(x)$ называется законом распределения вероятностей случайной величины, или кратко, законом распределения. Эта функция определена в точках последовательности $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$. Так как в каждом из испытаний случайная величина принимает всегда какое-либо значение из области ее изменения, то

$$p(x_1) + p(x_2) + \dots + p(x_n) + \dots = 1$$

- **Пример 1.** Случайная величина — число очков, выпадающих при однократном бросании игральной кости. Возможные значения — числа 1, 2, 3, 4, 5 и 6. При этом вероятность того, что примет любое из этих значений, одна и та же и равна $1/6$. Какой будет закон распределения? (Решение)
- **Пример 2.** Пусть случайная величина - число наступления события A при одном испытании, причем $P(A)=p$. Множество возможных значений состоит из 2-х чисел 0 и 1: $=0$, если событие A не произошло, и $=1$, если событие A произошло. Таким образом,

$$p(0) = P(\eta = 0) = P(\bar{A}) = 1 - p = q$$

$$p(1) = P(\eta = 1) = P(A) = p$$

- Предположим, что производится n независимых испытаний, в результате каждого из которых может наступить или не наступить событие A . Пусть вероятность наступления события A при каждом испытании равна p . Рассмотрим случайную величину — число наступлений события A при n независимых испытаниях. Область изменения состоит из всех целых чисел от 0 до n включительно. Закон распределения вероятностей $p(m)$ определяется формулой Бернулли (13'):

$$p(m) = P(\xi = m) = P_n(m) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m}$$

- Закон распределения вероятностей по формуле Бернулли часто называют биномиальным, так как $P_n(m)$ представляет собой m -й член разложения бинома .
- Пусть случайная величина может принимать любое целое неотрицательное значение, причем

$$p(k) = P(\xi = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n, \dots)$$

где λ — некоторая положительная постоянная. В этом случае говорят, что случайная величина распределена по закону Пуассона, Заметим, что при $k=0$ следует положить $0!=1$.

- Пример 3. На завод прибыла партия деталей в количестве 1000 шт. Вероятность того, что деталь окажется бракованной, равна 0,001. Какова вероятность того, что среди прибывших деталей будет 5 бракованных? (Решение)
- Распределение Пуассона часто встречается и в других задачах. Так, например, если телефонистка в среднем за один час получает N вызовов, то, как можно показать, вероятность $P(k)$ того, что в течение одной минуты она получит k вызовов, выражается формулой Пуассона, если положить $\lambda = N/60$

$$P(k) = \frac{1}{k!} \left(\frac{N}{60} \right)^k e^{-\left(\frac{N}{60} \right)}$$

- Если возможные значения случайной величины ξ образуют конечную последовательность x_1, x_2, \dots, x_n , то закон распределения вероятностей случайной величины задают в виде следующей таблицы, в которой

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

$$p_i = P(\xi = x_i)$$

- По горизонтальной оси будем откладывать возможные значения случайной величины ξ , а по вертикальной оси - значения функции $p(x_i) = P(\xi = x_i)$. График функции $p(x)$ изображен на рис. 2. Если соединить точки этого графика прямолинейными отрезками, то получится фигура, которая называется многоугольником распределения.

www.toehelp.ru

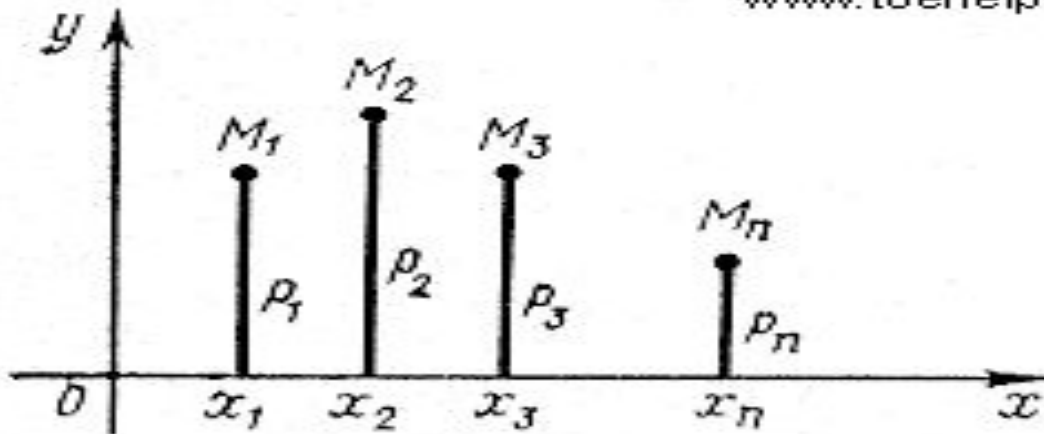


Рис. 2.

- Вероятности $p(x_i)$ вычислены по формуле Бернулли при $n=10$. Для $x>6$ они практически равны нулю. График функции $p(x)$ изображен на рис. 3.

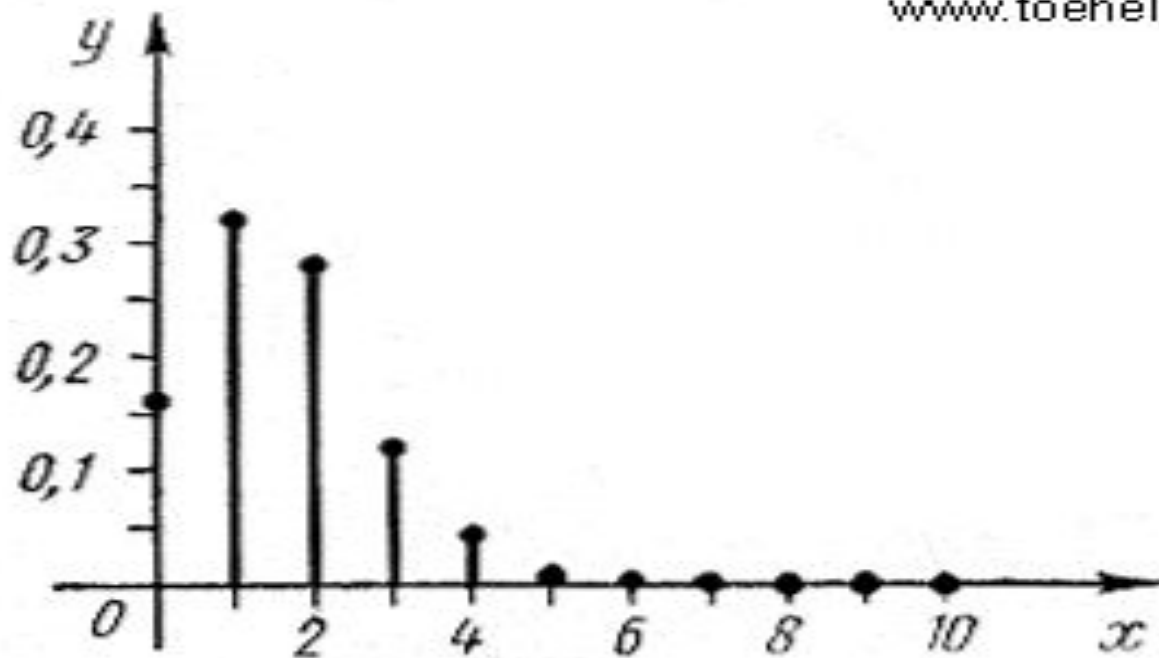


Рис. 3.