



# ГОУ ВПО «РОССИЙСКАЯ ТАМОЖЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

Кафедра таможенной статистики

## Непрерывные случайные величины. Их числовые характеристики

Выполнили: студенты гр. Т092  
Акишева Ю.Ю.  
Еркебаева З.С.  
Нуралиева Ж.Н.

## НЕПРЕРЫВНАЯ СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА -

величина, которая может принимать любые значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка.

Очевидно, что число возможных значений непрерывной случайной величины ***бесконечно***.

Для задания случайной величины недостаточно просто указать ее значение, **необходимо также указать вероятность этого значения.**

# ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

**Математическим ожиданием** непрерывной случайной величины  $X$ , возможные значения которой принадлежат отрезку  $[a, b]$ , называется определенный интеграл

$$M(X) = \int_a^b xf(x)dx$$

Если возможные значения случайной величины рассматриваются на всей числовой оси, то математическое ожидание находится по формуле:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

При этом, конечно, предполагается, что несобственный интеграл сходится.

# ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

**Дисперсией** непрерывной случайной величины называется математическое ожидание квадрата ее отклонения.

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M(X)]^2 f(x) dx$$

По аналогии с дисперсией дискретной случайной величины, для практического вычисления дисперсии используется формула:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - [M(X)]^2$$

# ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

**Средним квадратичным отклонением** называется квадратный корень из дисперсии.

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

# ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

**Модой**  $M_0$  дискретной случайной величины называется ее наиболее вероятное значение.

Для непрерывной случайной величины **мода** – такое значение случайной величины, при которой плотность распределения имеет максимум.

$$f(M_0) = \max.$$

Если многоугольник распределения для дискретной случайной величины или кривая распределения для непрерывной случайной величины имеет два или несколько максимумов, то такое распределение называется **двухмодальным** или **многомодальным**.

Если распределение имеет минимум, но не имеет максимума, то оно называется **антимодальным**.

# ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

**Медианой  $M_D$**  случайной величины  $X$  называется такое ее значение, относительно которого равновероятно получение большего или меньшего значения случайной величины.

$$P(X < M_D) = P(X > M_D)$$

Геометрически медиана – абсцисса точки, в которой площадь, ограниченная кривой распределения делится пополам.

Отметим, что если распределение **одноmodalное**, то мода и медиана совпадают с математическим ожиданием.

# ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

**Начальным моментом** порядка  $k$  случайной величины  $X$  называется математическое ожидание величины  $X^k$ .

$$\alpha_k = M[X^k].$$

Для дискретной случайной величины:  $\alpha_k = \sum_{i=1}^n x_i^k p_i$ .

Для непрерывной случайной величины:  $\alpha_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x) dx$ .

Начальный момент первого порядка равен математическому ожиданию.



# ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

**Центральным моментом** порядка  $k$  случайной величины  $X$  называется математическое ожидание величины  $(X - m_x)^k$ .

$$\mu_k = M[(X - m_x)^k]$$

Для дискретной случайной величины:  $\mu_k = \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^k p_i$ .

Для непрерывной случайной величины:  $\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^k f(x) dx$ .

Центральный момент первого порядка всегда равен нулю, а центральный момент второго порядка равен дисперсии. Центральный момент третьего порядка характеризует асимметрию распределения.

# ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Отношение центрального момента третьего порядка к среднему квадратическому отклонению в третьей степени называется **коэффициентом асимметрии**.

$$a_x = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3}$$

Для характеристики островершинности и плосковершинности распределения используется величина, называемая **эксцессом**.

$$C_x = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3$$

# ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Кроме рассмотренных величин используются также так называемые **абсолютные моменты**:

Абсолютный начальный момент:  $\beta_k = M[|X|^k]$ .

Абсолютный центральный момент:  $\nu_k = M[|X - m_x|^k]$ .

Абсолютный центральный момент *первого порядка* называется **средним арифметическим отклонением**.

# ПРИМЕР

Для рассмотренного выше примера определить математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

$$1) M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{-\pi/4} 0dx + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x \cos 2x dx + \int_{\pi/4}^{\infty} 0dx = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x \cos 2x dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad dv = \cos 2x dx, \\ du = dx, \quad v = \frac{\sin 2x}{2}; \end{array} \right\} =$$

$$= \frac{x \sin 2x}{2} \Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} - \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\sin 2x}{2} dx = \frac{\cos 2x}{4} \Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} = 0.$$

$$2) M(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{-\pi/4} 0 dx + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x^2 \cos 2x dx + \int_{\pi/4}^{\infty} 0 dx = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x^2 \cos 2x dx =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} u = x^2, \quad dv = \cos 2x dx, \\ du = 2x dx, \quad v = \frac{\sin 2x}{2}; \end{array} \right\} = \frac{x^2 \sin 2x}{2} \Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} - \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x \sin 2x dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad \sin 2x dx = dv, \\ du = dx, \quad v = -\frac{\cos 2x}{2}; \end{array} \right\} = \frac{\pi^2}{16} +$$

$$+ \frac{x \cos 2x}{2} \Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} - \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\cos 2x}{2} dx = \frac{\pi^2}{16} - \frac{\sin 2x}{4} \Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} = \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{2} = 0,1163.$$

$$3) D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 0,1163 - 0 = 0,1163.$$