ГОУ ВПО «РОССИЙСКАЯ ТАМОЖЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

Кафедра таможенной статистики

Непрерывные случайные величины. Их числовые характеристики

Выполнили: студенты гр. Т092
Акишева Ю.Ю.
Еркебаева З.С.
Нуралиева Ж.Н.

2010г.

НЕПРЕРЫВНАЯ СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА -

величина, которая может принимать любые значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка.

Очевидно, что число возможных значений непрерывной случайной величины ***бесконечно***.

Для задания случайной величины недостаточно просто указать ее значение, **необходимо также указать вероятность этого значения.**

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Математическим ожиданием непрерывной случайной величины X, возможные значения которой принадлежат отрезку [a,b], называется определенный интеграл

$$M(X) = \int_a^b x f(x)dx$$

Если возможные значения случайной величины рассматриваются на всей числовой оси, то математическое ожидание находится по формуле:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)dx$$

При этом, конечно, предполагается, что несобственный интеграл сходится.

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Дисперсией непрерывной случайной величины называется математическое ожидание квадрата ее отклонения.

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M(X)]^2 f(x)dx$$

По аналогии с дисперсией дискретной случайной величины, для практического вычисления дисперсии используется формула:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - [M(X)]^2$$

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Средним квадратичным отклонением называется квадратный корень из дисперсии.

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Модой M_0 дискретной случайной величины называется ее наиболее вероятное значение.

Для непрерывной случайной величины **мода** – такое значение случайной величины, при которой плотность распределения имеет максимум.

$$f(M_0) = \max.$$

Если многоугольник распределения для дискретной случайной величины или кривая распределения для непрерывной случайной величины имеет два или несколько максимумов, то такое распределение называется **двухмодальным** или **многомодальным**.

Если распределение имеет минимум, но не имеет максимума, то оно называется **антимодальным**.

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Медианой MD случайной величины X называется такое ее значение, относительно которого равновероятно получение большего или меньшего значения случайной величины.

$$P(X < M_D) = P(X > M_D)$$

Геометрически *медиана* – абсцисса точки, в которой площадь, ограниченная кривой распределения делится пополам.

Отметим, что если распределение ***одномодальное***, то мода и медиана совпадают с математическим ожиданием.

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Начальным моментом порядка k случайной величины X называется математическое ожидание величины Xk.

$$\alpha_k = M[X^k].$$

Для дискретной случайной величины: $\alpha_k = \sum_{i=1}^{n} x_i^k p_i$.

Для непрерывной случайной величины: $\alpha_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x)dx$.

Начальный момент первого порядка равен математическому ожиданию.

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Центральным моментом порядка k случайной величины X называется математическое ожидание величины $(X-m_x)^k$.

$$\mu_k = M[(X-m_x)^k]$$

Для дискретной случайной величины: $\mu_k = \sum_{i=1}^{n}(x_i - m_x)^k p_i$.

Для непрерывной случайной величины: $\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty}(x-m_x)^k f(x)dx$.

Центральный момент первого порядка всегда равен нулю, а центральный момент второго порядка равен дисперсии. Центральный момент третьего порядка характеризует асимметрию распределения.

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Отношение центрального момента третьего порядка к среднему квадратическому отклонению в третьей степени называется **коэффициентом асимметрии.**

$$a_x = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3}$$

Для характеристики островершинности и плосковершинности распределения используется величина, называемая **эксцессом**.

$$C_x = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3$$

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Кроме рассмотренных величин используются также так называемые **абсолютные моменты:**

Абсолютный начальный момент: $\beta_k = M[|X|^k]$.

Абсолютный центральный момент: $\nu_k = M[|X - m_x|^k]$.

Абсолютный центральный момент *первого порядка* называется ***средним арифметическим отклонением.***

ПРИМЕР

Для рассмотренного выше примера определить математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

1) $$M(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx=\int_{-\infty}^{-\pi/4}0dx+\int_{-\pi/4}^{\pi/4}x\cos 2xdx+\int_{\pi/4}^{\infty}0dx=\int_{-\pi/4}^{\pi/4}x\cos 2xdx=\left\{\begin{matrix} u=x; & dv=\cos 2xdx, \\ du=dx; & v=\dfrac{\sin 2x}{2}; \end{matrix}\right\}=$$

$$=\frac{x\sin 2x}{2}\Bigg|_{-\pi/4}^{\pi/4}-\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\frac{\sin 2x}{2}dx=\frac{\cos 2x}{4}\Bigg|_{-\pi/4}^{\pi/4}=0.$$

2) $$M(X^2)=\int_{-\infty}^{\infty} x^2f(x)dx=\int_{-\infty}^{-\pi/4}0dx+\int_{-\pi/4}^{\pi/4}x^2\cos 2xdx+\int_{\pi/4}^{\infty}0dx=\int_{-\pi/4}^{\pi/4}x^2\cos 2xdx=$$

$$=\left\{\begin{matrix} u=x^2; & dv=\cos 2xdx, \\ du=2xdx, & v=\dfrac{\sin 2x}{2}; \end{matrix}\right\}=\frac{x^2\sin 2x}{2}\Bigg|_{-\pi/4}^{\pi/4}-\int_{-\pi/4}^{\pi/4}x\sin 2xdx=\left\{\begin{matrix} u=x; & \sin 2xdx=dv, \\ du=dx; & v=-\dfrac{\cos 2x}{2}; \end{matrix}\right\}=\frac{\pi^2}{16}+$$

$$+\frac{x\cos 2x}{2}\Bigg|_{-\pi/4}^{\pi/4}-\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\frac{\cos 2x}{2}dx=\frac{\pi^2}{16}-\frac{\sin 2x}{4}\Bigg|_{-\pi/4}^{\pi/4}=\frac{\pi^2}{16}-\frac{1}{2}=0{,}1163.$$

3) $$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2=0{,}1163-0=0{,}1163.$$