

# Платоновы тела, 10 класс

---

**Правильные  
выпуклые  
многогранники**

**Правильных  
многогранников  
вызывающе мало, но  
этот весьма скромный  
по численности отряд  
сумел пробраться в  
самые глубины  
различных наук.**

# Правильный тетраэдр

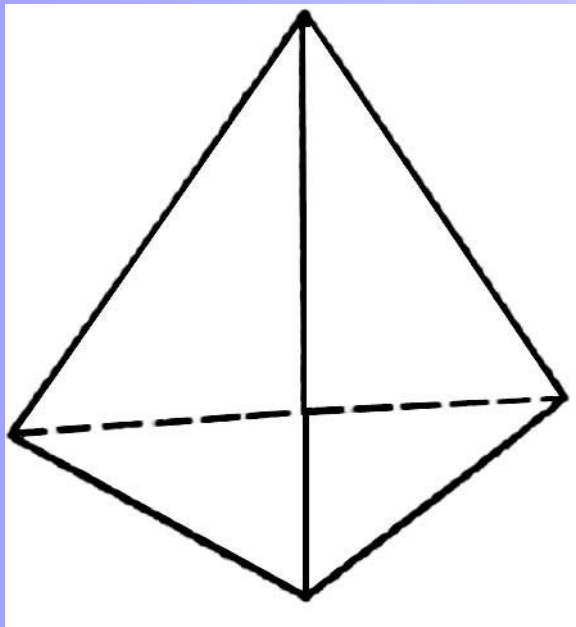


Рис.

1

Составлен из  
четырёх  
равносторонних  
треугольников.  
Каждая его вершина  
является вершиной  
трёх треугольников.  
Следовательно,  
сумма плоских  
углов при каждой  
вершине равна  $180^\circ$ .

# Правильный октаэдр

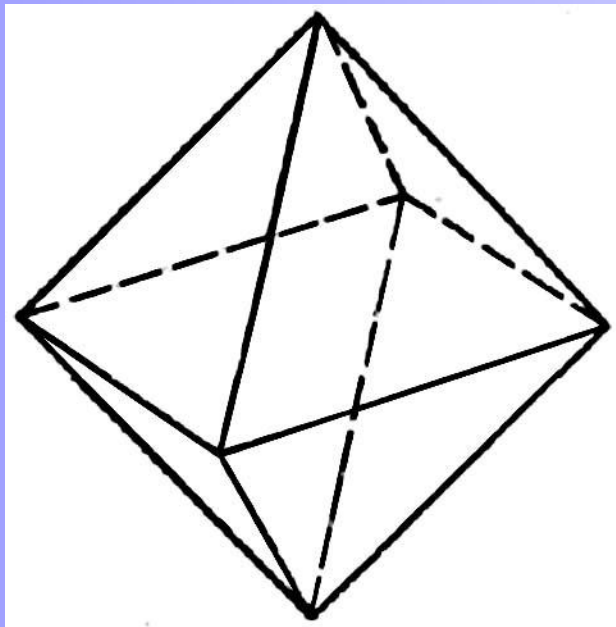


Рис.

2

Составлен из восьми  
равносторонних  
треугольников.  
Каждая вершина  
октаэдра является  
вершиной четырёх  
треугольников.  
Следовательно,  
сумма плоских углов  
при каждой вершине  
 $240^\circ$ .

# Правильный икосаэдр

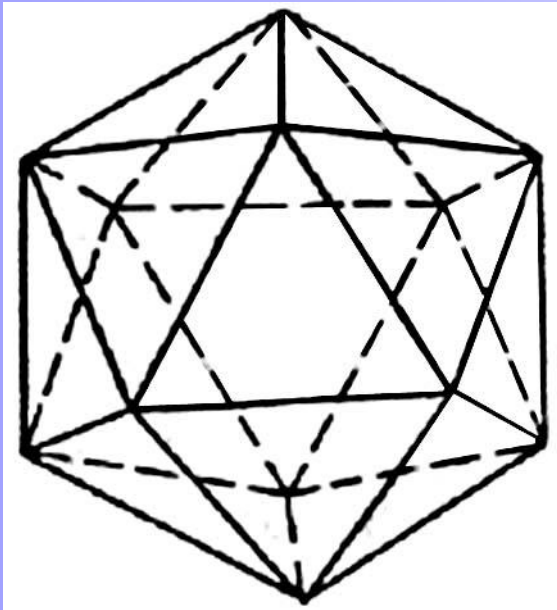


Рис.

3

Составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна  $300^\circ$ .

# Куб (гексаэдр)

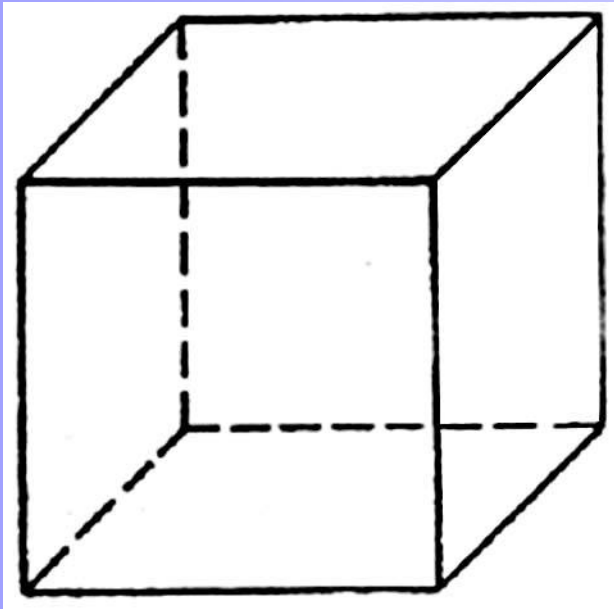


Рис.

4

Составлен из шести квадратов. Каждая вершина куба является вершиной трёх квадратов.

Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна  $270^\circ$ .

# Правильный додекаэдр

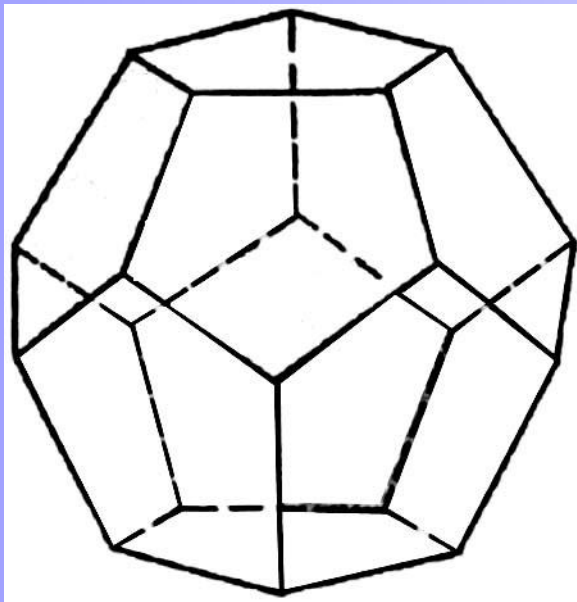


Рис.

5

Составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна  $324^\circ$

# Названия

## МНОГОГРАННИКОВ

пришли из Древней Греции,  
в них указывается число граней:

«Эдра» – грань;

«тетра» – 4;

«гекса» – 6;

«окта» – 8;

«икоса» – 20;

«додека» – 12.



# Правильные многогранники в философской картине мира Платона

Правильные многогранники иногда называют Платоновыми телами, поскольку они занимают видное место в философской картине мира, разработанной великим мыслителем Древней Греции Платоном (ок. 428 – ок. 348 до н.э.).

Платон считал, что мир строится из четырёх «стихий» – огня, земли, воздуха и воды, а атомы этих «стихий» имеют форму четырёх правильных многогранников.

Тетраэдр олицетворял огонь, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени.

**Икосаэдр** – как самый обтекаемый – **воду**.

**Куб** – самая устойчивая из фигур – **землю**.

**Октаэдр** – **воздух**.

В наше время эту систему можно сравнить с четырьмя состояниями вещества – твёрдым, жидким, газообразным и пламенным.

Пятый многогранник – **додекаэдр** символизировал **весь мир** и почитался главнейшим.

Это была одна из первых попыток ввести в науку идею систематизации.

# «Космический кубок»

## Кеплера

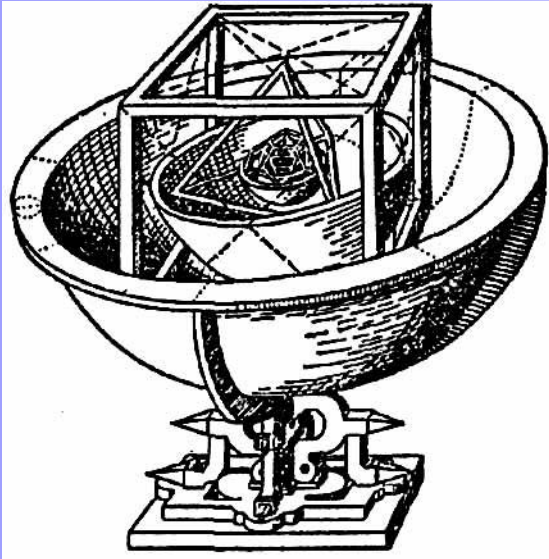


Рис.

6  
Модель  
Солнечной  
системы И.  
Кеплера

Кеплер предположил, что существует связь между пятью правильными многогранниками и шестью открытыми к тому времени планетами Солнечной системы.

Согласно этому предположению, в сферу орбиты Сатурна можно вписать куб, в который вписывается сфера орбиты Юпитера. В неё, в свою очередь, вписывается тетраэдр, описанный около сферы орбиты Марса. В сферу орбиты Марса вписывается додекаэдр, к которому вписывается сфера орбиты Земли. А она описана около икосаэдра, в который вписана сфера орбиты Венеры. Сфера этой планеты описана около октаэдра, в который вписывается сфера Меркурия.

Такая модель Солнечной системы (рис. 6) получила название «Космического кубка» Кеплера. Результаты своих вычислений учёный опубликовал в книге «Тайна мироздания». Он считал, что тайна Вселенной раскрыта.

Год за годом учёный уточнял свои наблюдения, перепроверял данные коллег, но, наконец, нашёл в себе силы отказаться от заманчивой гипотезы. Однако её следы просматриваются в третьем законе Кеплера, где говорится о кубах средних расстояний от Солнца.

# Икосаэдро- додекаэдровая структура Земли



Рис.

7

Икосаэдро-  
додекаэдров  
ая  
структура  
Земли

Идеи Платона и Кеплера о связи правильных многогранников с гармоничным устройством мира и в наше время нашли своё продолжение в интересной научной гипотезе, которую в начале 80-х гг. высказали московские инженеры В. Макаров и В. Морозов. Они считают, что ядро Земли имеет форму и свойства растущего кристалла, оказывающего воздействие на развитие всех природных процессов, идущих на планете. Лучи этого кристалла, а точнее, его силовое поле, обуславливают икосаэдро-додекаэдровую структуру Земли (рис. 7). Она проявляется в том, что в земной коре как бы проступают проекции вписанных в земной шар правильных многогранников: икосаэдра и додекаэдра.

Многие залежи полезных ископаемых тянутся вдоль икосаэдро-додекаэдровой сетки; 62 вершины и середины рёбер многогранников, называемых авторами узлами, обладают рядом специфических свойств, позволяющих объяснить некоторые непонятные явления. Здесь располагаются очаги древнейших культур и цивилизаций: Перу, Северная Монголия, Гаити, Обская культура и другие. В этих точках наблюдаются максимумы и минимумы атмосферного давления, гигантские завихрения Мирового океана. В этих узлах находятся озеро Лох-Несс, Бермудский треугольник.

Дальнейшие исследования Земли, возможно, определят отношение к этой научной гипотезе, в которой, как видно, правильные многогранники занимают важное место.

# Таблица № 1

| Правильный<br>многогранни<br>к | Число  |        |       |
|--------------------------------|--------|--------|-------|
|                                | граней | вершин | рёбер |
| Тетраэдр                       | 4      | 4      | 6     |
| Куб                            | 6      | 8      | 12    |
| Октаэдр                        | 8      | 6      | 12    |
| Додекаэдр                      | 12     | 20     | 30    |
| Икосаэдр                       | 20     | 12     | 30    |

# Таблица № 2

| Правильный<br>многогранник | Число                      |              |
|----------------------------|----------------------------|--------------|
|                            | граней и вершин<br>(Г + В) | рёбер<br>(Р) |
| Тетраэдр                   | $4 + 4 = 8$                | 6            |
| Куб                        | $6 + 8 = 14$               | 12           |
| Октаэдр                    | $8 + 6 = 14$               | 12           |
| Додекаэдр                  | $12 + 20 = 32$             | 30           |
| Икосаэдр                   | $20 + 12 = 32$             | 30           |

# Формула Эйлера

Сумма числа граней и вершин любого многогранника равна числу рёбер, увеличенному на 2.

$$\Gamma + В = Р + 2$$

Число граней плюс число вершин минус число рёбер в любом многограннике равно 2.

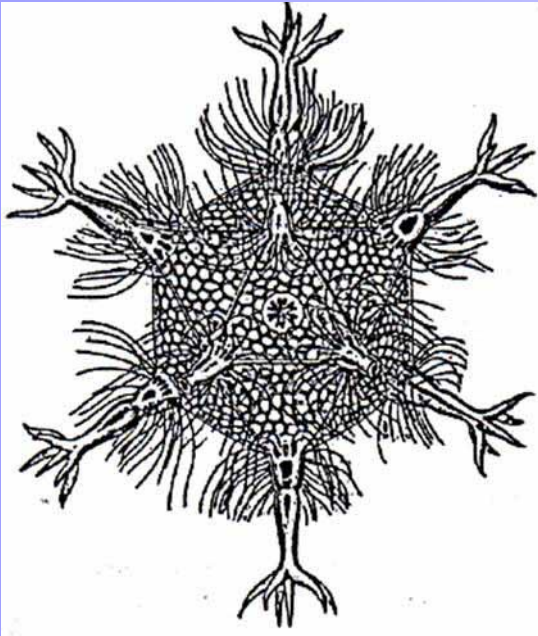
$$\Gamma + В - Р = 2$$

# «Тайная вечеря»



Сальвадор Дали

# Правильные многогранники и природа



**Рис. 8**  
**Феодария**  
(*Circjgjnja*  
*icosahdra*)

Правильные многогранники встречаются в живой природе. Например, скелет одноклеточного организма феодарии (*Circjgjnja icosahdra*) по форме напоминает икосаэдр (рис. 8).

Чем же вызвана такая природная геометризация феодарий? По-видимому, тем, что из всех многогранников с тем же числом граней именно икосаэдр имеет наибольший объём при наименьшей площади поверхности. Это свойство помогает морскому организму преодолевать давление водной толщи.

Правильные многогранники – самые «выгодные» фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов.

Взять хотя бы поваренную соль, без которой мы не можем обойтись. Известно, что она растворима в воде, служит проводником электрического тока. А кристаллы поваренной соли ( $\text{NaCl}$ ) имеют форму куба.

При производстве алюминия пользуются алюминиево-калиевыми кварцами ( $\text{K}[\text{Al}(\text{SO}_4)_2] \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ ), монокристалл которых имеет форму правильного октаэдра.

Получение серной кислоты, железа, особых сортов цемента не обходится без сернистого колчедана ( $\text{FeS}$ ). Кристаллы этого химического вещества имеют форму додекаэдра.

В разных химических реакциях применяется сурьенистый серноокислый натрий ( $\text{Na}_5(\text{SbO}_4(\text{SO}_4))$ ) – вещество, синтезированное учёными. Кристалл сурьенистого серноокислого натрия имеет форму тетраэдра.

Последний правильный многогранник – икосаэдр передаёт форму кристаллов бора ( $\text{B}$ ). В своё время бор использовался для создания полупроводников первого поколения.



# Задача

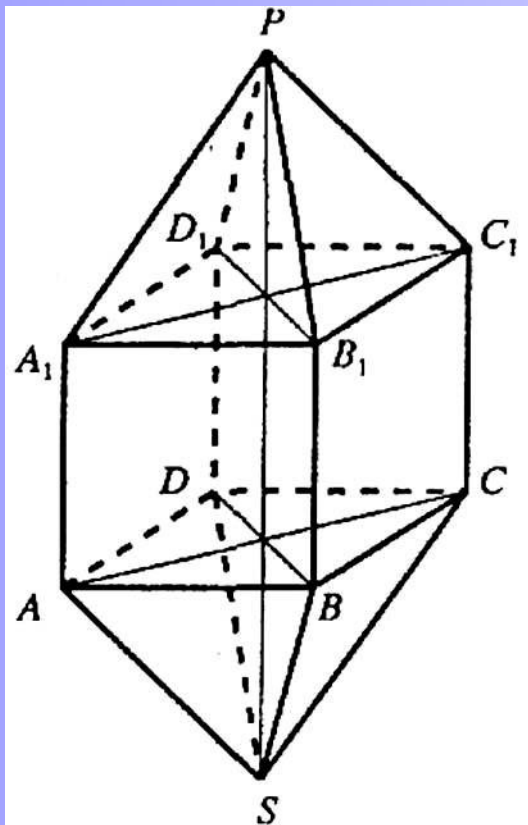


Рис.

9

Определите количество граней, вершин и рёбер многогранника, изображённого на рисунке 9. Проверьте выполнимость формулы Эйлера для данного многогранника.