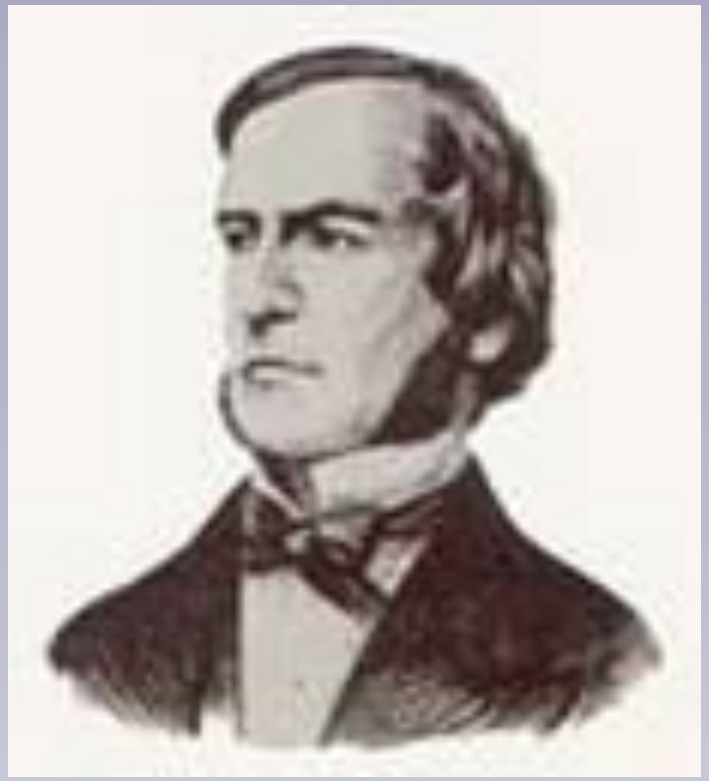
Введение в логику



Дж. Буль (1815 – 1864) – анг. математик отец алгебры логики

Булева алгебра (алгебра логики) изучает свойства функций, у которых и аргументы, и значения принадлежат заданному двухэлементному множеству (например, {0,1}).

Клод Шеннон – отец современных теорий информации и связи

В 1938 году защитил докторскую диссертацию, в которой разработал принципы логического устройства компьютера, соединив булеву алгебру с функционированием релейно-контактных и электронно-ламповых схем.

Клод Шеннон (1916-2001) – американский математик и инженер

- ***Логическое высказывание*** - это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.
- **Примеры:**
  "3 — простое число"- высказывание, так как оно истинное.
  "Париж — столица Японии" - высказывание, так как оно ложное.
- Высказываниями не являются, например, предложения **"ученик десятого класса"** и **"информатика — интересный предмет"**. Первое предложение ничего не утверждает об ученике, а второе использует слишком неопределённое понятие “интересный предмет”. Вопросительные и восклицательные предложения также не являются высказываниями, поскольку говорить об их истинности или ложности не имеет смысла.
- Предложения типа **"в городе А более миллиона жителей"**, **"у него голубые глаза"** не являются высказываниями, так как для выяснения их истинности или ложности нужны дополнительные сведения: о каком конкретно городе или человеке идет речь.

Какие из предложений являются высказыванием? Определите их истинность.

1. Какой длины эта лента?
2. Прослушайте сообщение.
3. Число 11 является простым.
4. Делайте утреннюю зарядку!
5. Назовите устройство ввода информации.
6. Кто отсутствует?
7. Все медведи – бурые.

Логические операции

Логическая связка	Названия логической операции	Обозначения
не	Отрицание, инверсия	$\bar{}$, $\urcorner$, $\neg$
и, а, но, хотя	Конъюнкция, логическое умножение	&, $\cdot$, $\wedge$
или	Дизъюнкция, нестрогая дизъюнкция, логическое сложение	$\vee$, +
либо	Разделительная (строгая) дизъюнкция, исключающее ИЛИ, сложение по модулю 2	$\oplus$, Δ
если ..., то	Импликация, следование	$\Rightarrow$, $\rightarrow$
тогда и только тогда, когда	Эквивалентность, эквиваленция, равнозначность	$\Leftrightarrow$, ~, $\equiv$, $\leftrightarrow$

- ***Умозаключение*** – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение (умозаключение)
- Логическая переменная – это простое высказывание, содержащее только одну мысль (обозначение A, B, C и т.д.).
- Значением логического выражения могут быть только ЛОЖЬ (0) или ИСТИНА (1).

Задания

1. Записать в виде логического выражения: «Летом Петя поедет в деревню и, если будет хорошая погода, то он пойдет на рыбалку».
2. Есть два простых высказывания:

   А – «Число 10 – четное»;

   В – «Волк травоядное животное».

   Составьте из них все возможные составные высказывания и определите их истинность.

Задания

3. Запишите следующие высказывания в виде логических выражений:

А) Число 17 нечетное и двузначное.

Б) Неверно, что корова – хищное животное.

С) Если компьютер включен, то можно на нем работать.

Конъюнкция (операция «и»)

A	B	A^B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Истинно, тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны.

Дизъюнкция (операция «или»)

A	B	AvB
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Ложно, тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны.

Логическое отрицание (операция «не»)

A	¬A
0	1
1	0

Истинно, когда А ложно и ложно, когда А истинно.

Задания

- Найдите значения логических выражений:
  1. F = (0v0)v(1v1)
  2. F = (1v1)v(1v0)
  3. F = ((1v0)v1)v1)
  4. F = (0^1)^1

Задания

Упражнения

4.1. Составьте таблицы истинности высказываний:

а) $\overline{A} \wedge B$,

б) $A \wedge \overline{B}$,

в) $(\overline{A} \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B})$.

4.2. Составьте таблицы истинности высказываний:

а) $A \wedge (B \vee C)$,

б) $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$,

в) $A \vee (B \wedge C)$,

г) $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$.

Домашнее задание

1. Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя «и», «или». Запишите логические высказывания с помощью логических операций и определите их истинность:

   а) На полке стоят учебники. На полке стоят справочники.

   б) Часть детей – девочки. Остальные – мальчики.

2. Составьте и запишите истинные сложные высказывания из простых с использованием логических операций.

а) Любое из чисел X, Y, Z положительно.

б) Любое из чисел X, Y, Z отрицательно.

в) Хотя бы одно из чисел X, Y, Z не отрицательно.

г) Все числа X, Y, Z равны 12.

д) Если X делится на 9, то X делится и на 3.

е) Если X делится на 2, то оно четное.

3. Даны два простых высказывания

A={2*2=4}, B = {2*2=5}.

Какие из составных высказываний истинны:

A^B; AvB;¬A;¬B.

4.Найдите значения логических выражений:

1. F =1^(1^1)^1
2. F = ((1v0)^(1^1))^(0v1)
3. F = ((1^0)v(1^0))v1
4. F = ((1^1)v0)^(0v1)
5. F = ((0^0)v0)^(1v1)