

Графическое

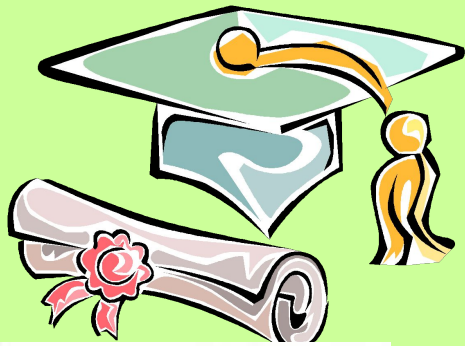
решения

уравнений

квадратных

Алгебра 8 класс

# Немного истории



Еще в древнем Вавилоне могли решить некоторые виды квадратных уравнений.

*Диофант Александрийский,*  
**Аль-Хорезми**

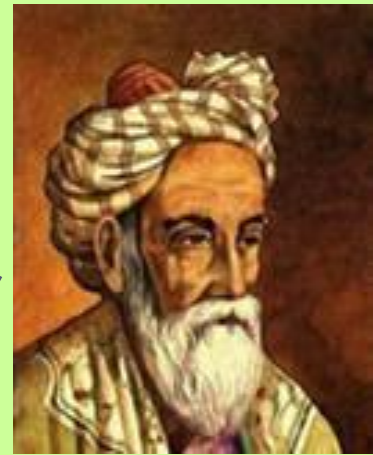


Решали уравнения  
геометрическими и  
графическими  
способами



**Евклид**

**Омар Хайям**



Квадратное уравнение имеет вид

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Для графического решения квадратного уравнения представьте его в одном из видов:

□  $ax^2 + bx + c = 0$

□  $ax^2 = -bx - c$

□  $ax^2 + c = -bx$

□  $a(x + b/2a)^2 = (4ac - b^2)/4a$

## Алгоритм графического решения квадратных уравнений

- Ввести функцию  $f(x)$ , равную левой части и  $g(x)$ , равную правой части
- Построить графики функций  $y=f(x)$  и  $y=g(x)$  на одной координатной плоскости
- Отметить точки пересечения графиков
- Найти абсциссы точек пересечения, сформировать ответ

# Способы графического решения квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

I

I

Способ построения параболы  $y = ax^2 + bx + c$

Способ выделения полного квадрата

(a

(b

(c

Способ построения прямой  $y = bx + c$  и параболы  $y = ax^2$

Способ построения прямой  $y = bx$  и параболы  $y = ax^2 + c$

Способ построения прямой  $y = c$  и параболы  $y = ax^2 + bx$

*«Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну и ту же задачу различными способами, чем решать три-четыре различные задачи. Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт».* У. У. Сойер.



# **Графическое решение квадратного уравнения**

**Иллюстрация на одном примере**



# Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

## Способ 1

- Построить график функции  
 $y=ax^2+bx+c$
- Найти точки пересечения графика с осью абсцисс



Решить уравнение

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

### 1 способ

Построим график функции  $y = x^2 - 2x - 3$

1. График-парабола,  $a=1>0$ , ветви вверх.
2. Вершина ( $x_0; y_0$ )

$$x_0 = -\frac{b}{2a} \quad x_0 = 1$$

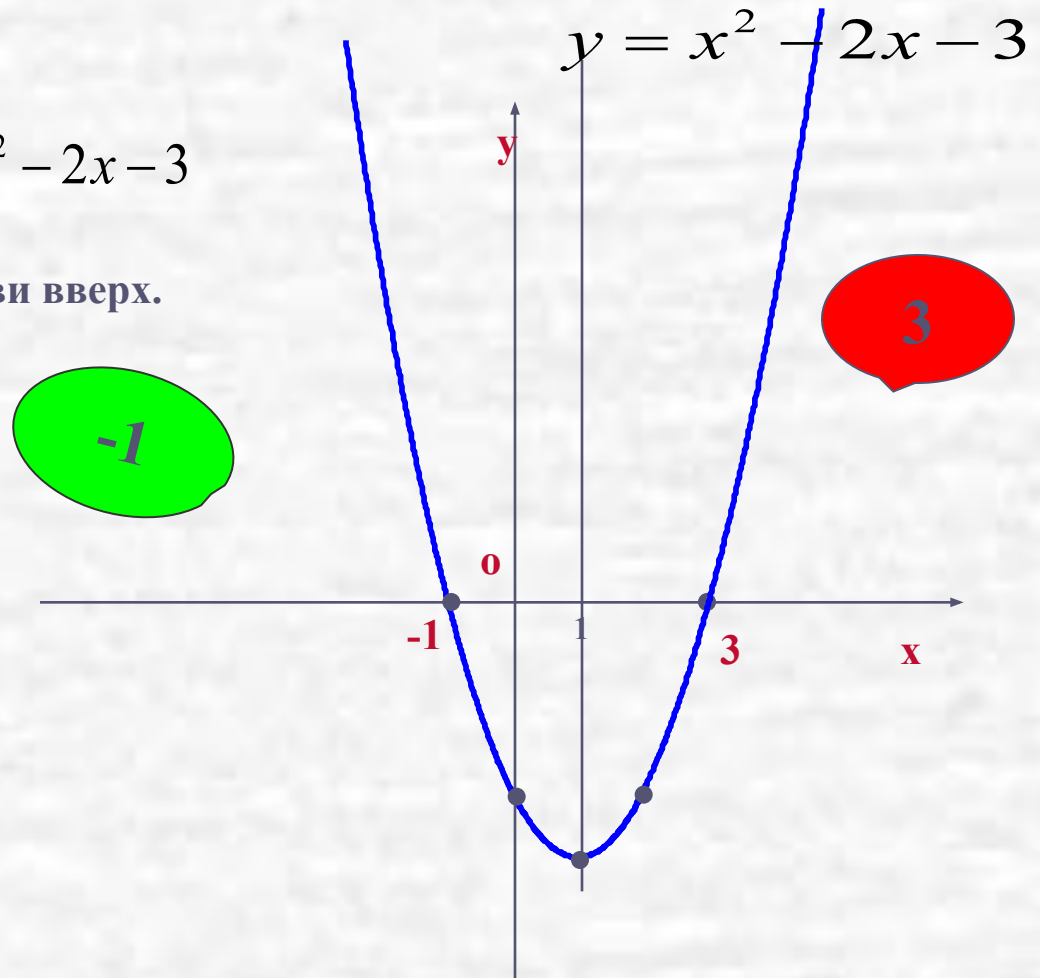
$$y_0 = 1^2 - 2 - 3 = -4$$

(1; -4)-вершина

3. Ось параболы  $x_0 = 1$

4. Дополнительные точки:

x	-1	0	1	2	3
y	0	-3	-4	-3	0



Корнями уравнения являются

**абсциссы точек пересечения графика с осью  $x$ , т.е. где  $y=0$ .**

**Значит, корни уравнения  $-1$  и  $3$ . Проверка устно. Ответ:  $-1; 3$ .**

# Алгоритм построения параболы

- найти координаты вершины;  
провести ось параболы;
- отметить на оси абсцисс две точки,  
симметричные относительно оси  
параболы; найти значения функции в  
этих точках;
- провести параболу через полученные  
точки.

# Примеры графического решения квадратных уравнений

Решение уравнения  $x^2 - 2x - 3 = 0$

• Пусть  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  и  $g(x) = 0$

$a = 1 > 0$ , ветви вверх

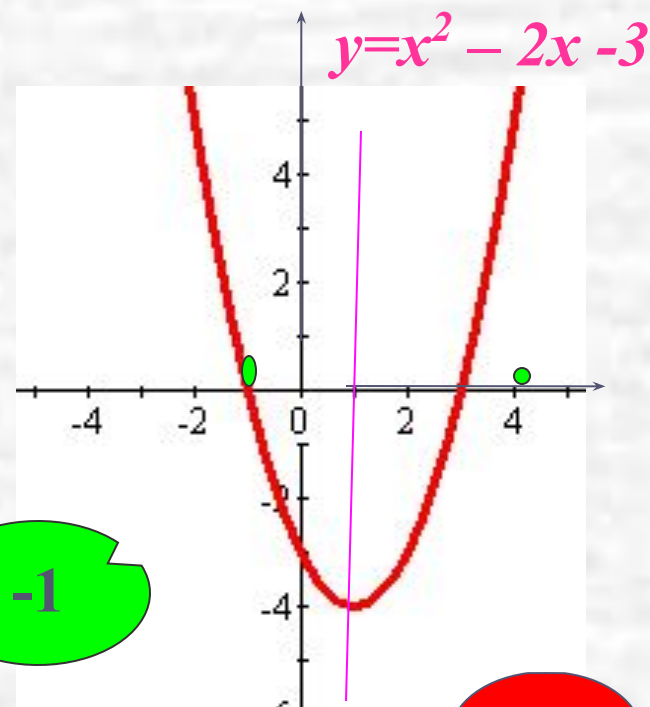
• Координаты вершины  $x_0 = -b/2a$ ;  $x_0 = 1$ .

$$y_0 = 1^2 - 2 - 3 = -4; \quad y_0 = -4; \quad (1; -4)$$

Найти точки абсциссы которых  
симметричны относительно  $x=1$

• Построить по таблице график  $y = x^2 - 2x - 3$

x	0	2	-1	3
y	-3	-3	0	0



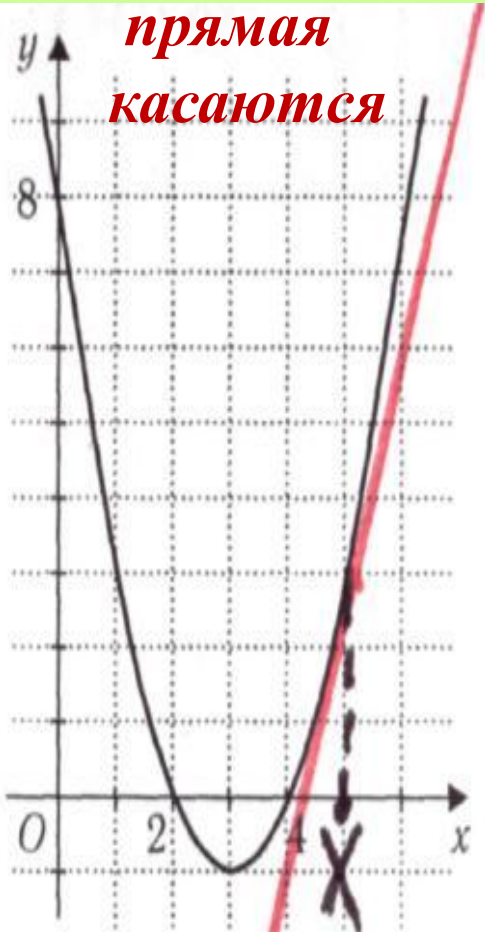
-1

3

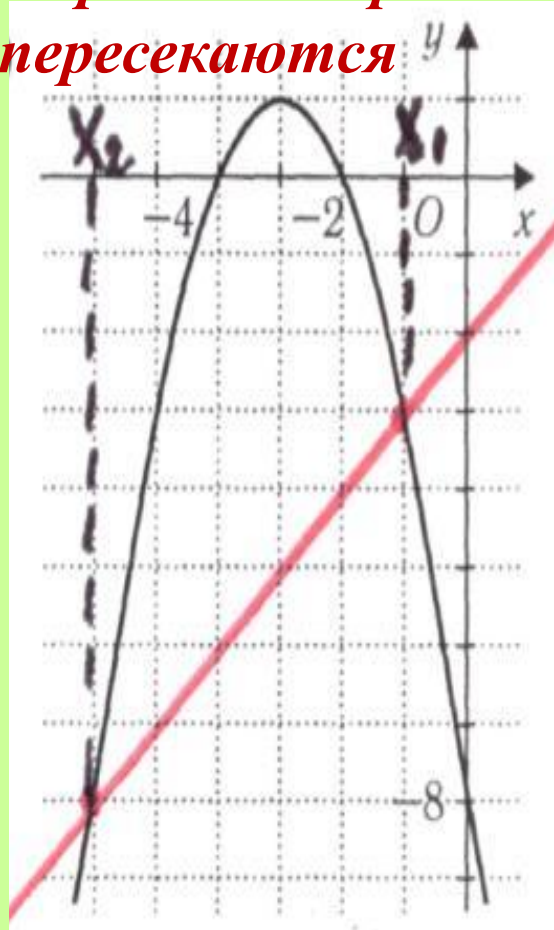
Корни уравнения равны абсциссам точек  
пересечения параболы с осью OX

# Графический способ решения квадратных уравнений

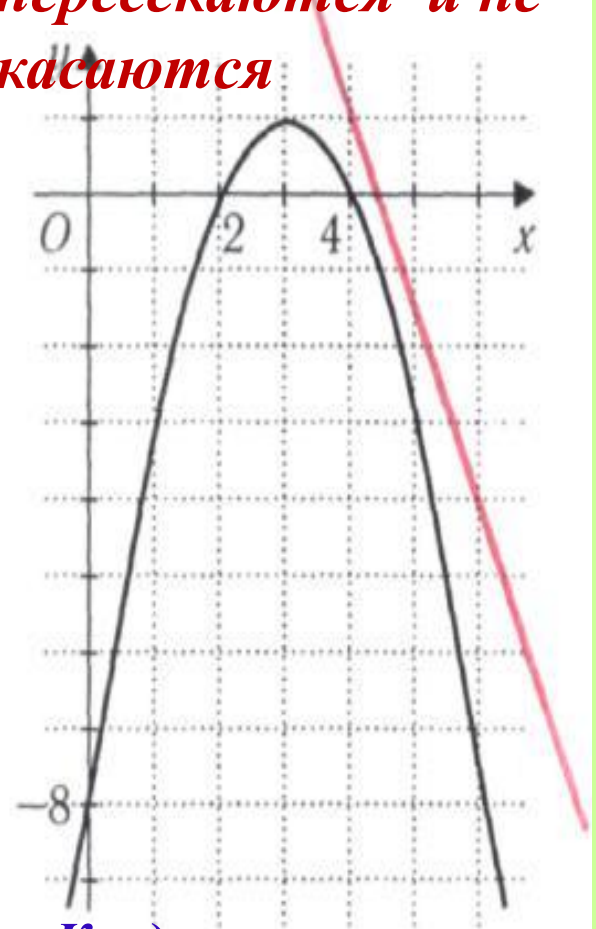
*Парабола и  
прямая  
касаются*



*Парабола и прямая  
пересекаются*



*Парабола и прямая не  
пересекаются и не  
касаются*



*Квадратное уравнение  
имеет два равных  
корня*

*Квадратное уравнение  
имеет два  
различных корня*

*Квадратное  
уравнение не имеет  
корней*

# Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

## Способ 2(а)

- Построить графики функции  $y=ax^2$  и  $y = bx + c$
- Найти абсциссы точек пересечения графиков.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

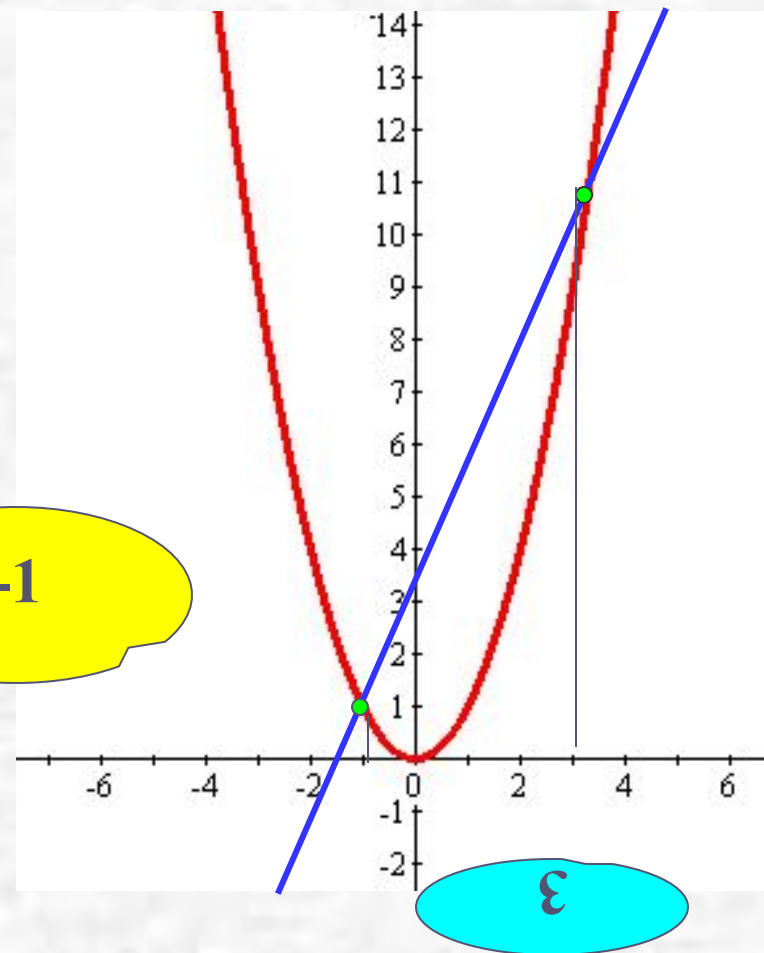
Представим в виде  $x^2 = 2x + 3$

Пусть  $f(x) = x^2$  и  $g(x) = 2x + 3$

Построим на одной  
координатной плоскости  
графики функций

$$y = x^2 \text{ и } y = 2x + 3$$

Корни уравнения  
абсциссы точек  
пересечения параболы  
с прямой



## 2 способ

Преобразуем уравнение

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ к виду } x^2 = 2x + 3$$

Построим в одной системе координат графики функций

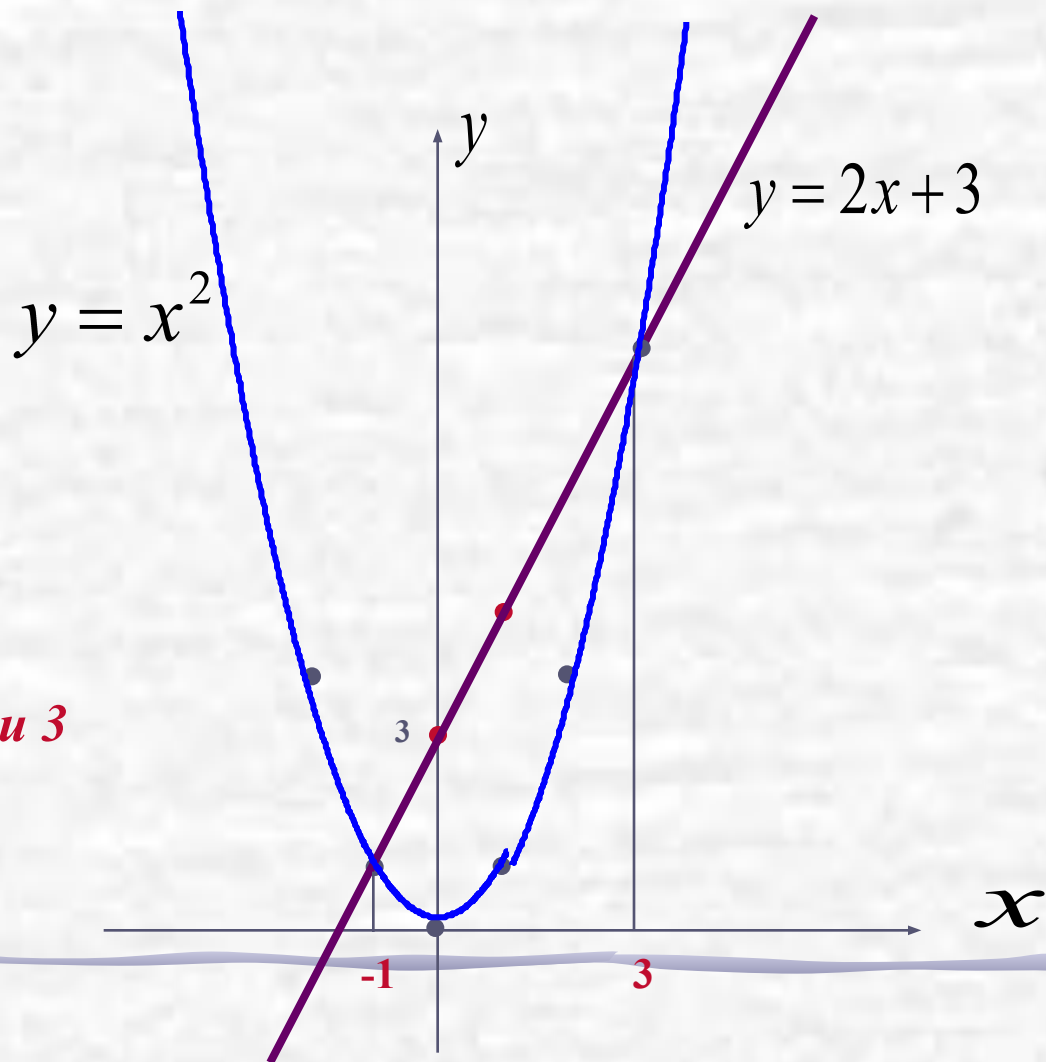
$$y = x^2; y = 2x + 3$$

$y = x^2$  - это парабола

$y = 2x + 3$  - это прямая

x	0	1
y	3	5

Корнями уравнения являются  
абсциссы точек пересечения: **-1 и 3**



$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

Представим в виде  $4x^2 = 4x - 1$

1). Построим графики функций:

$$y = 4x^2, \quad y = 4x - 1$$

2). Строим параболу  $y = 4x^2$

$a = 4$ , ветви вверх

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; \quad x_0 = 0; \quad y_0 = 0.$$

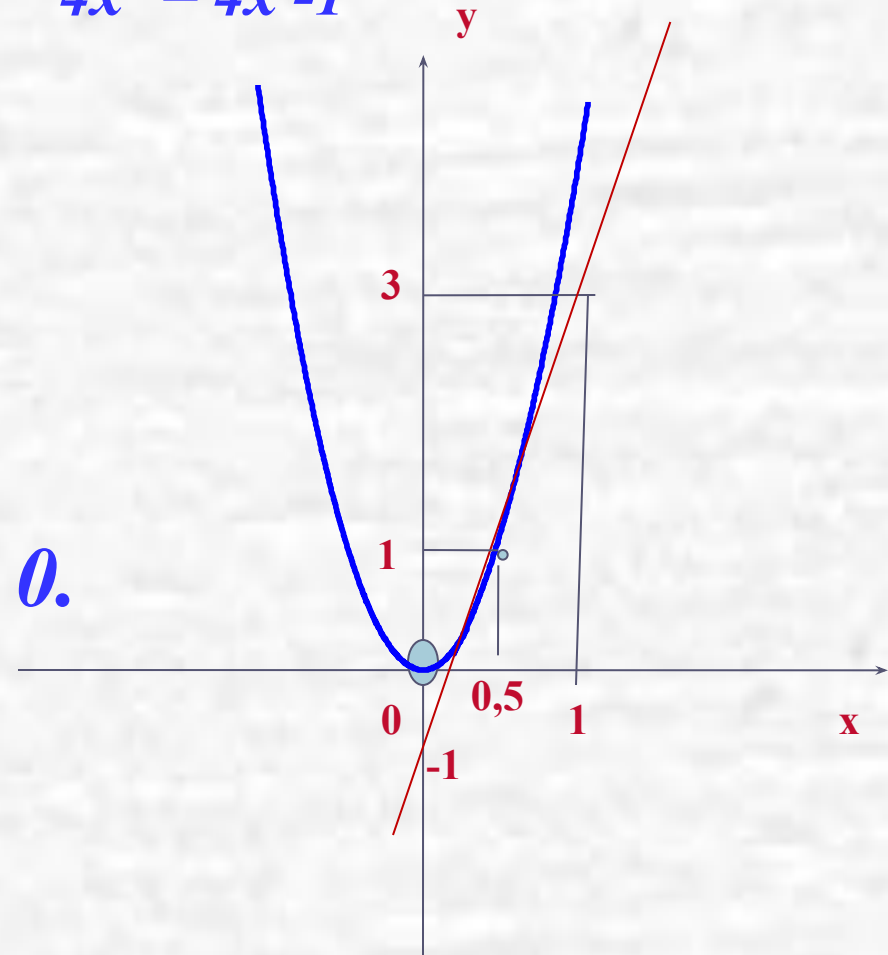
По шаблону строим параболу

3). Строим прямую  $y = 4x - 1$

x	0	1
y	-1	3

Корнем уравнения является

**абсцисса точки пересечения: 0,5**





# Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

## Способ 2 ( $b$ )

- Преобразовать уравнение к виду

$$ax^2+c = bx$$

- Построить:  
параболу  $y = ax^2+c$  и прямую  $y = bx$
- Найти абсциссы точек пересечения графиков функции.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Представим в виде  $x^2 - 3 = 2x$

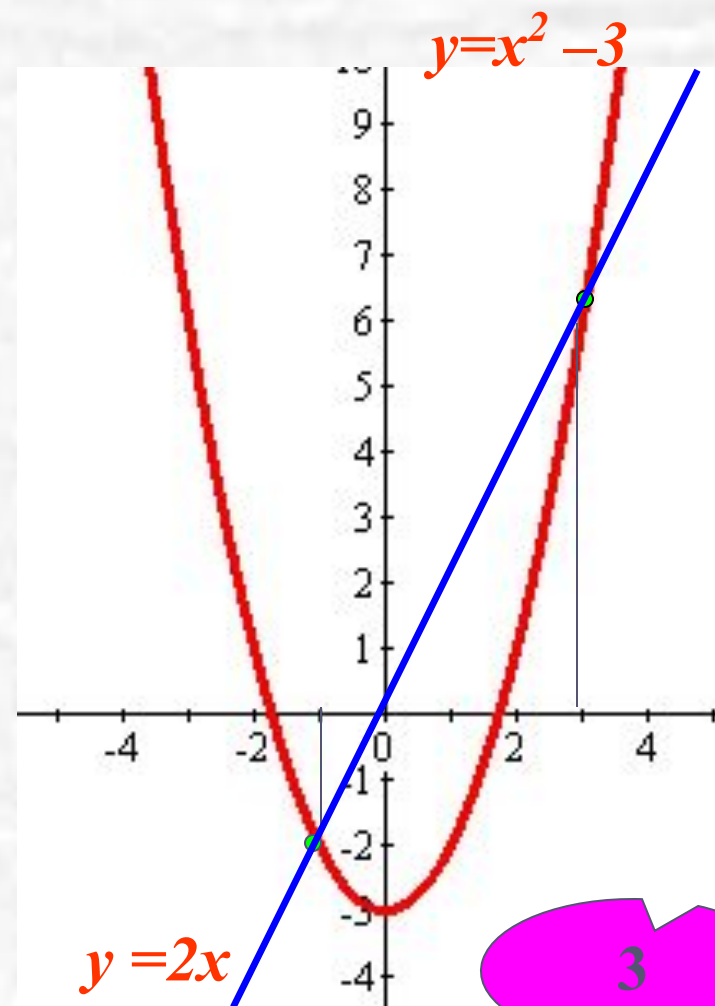
Пусть  $f(x) = x^2 - 3$  и  $g(x) = 2x$

Построим на одной  
координатной плоскости  
графики функций

$y = x^2 - 3$  и  $y = 2x$

-1

Корни уравнения абсциссы  
точек пересечения  
параболы с прямой



3

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

Представим в виде  $x^2 + 5 = 4x$

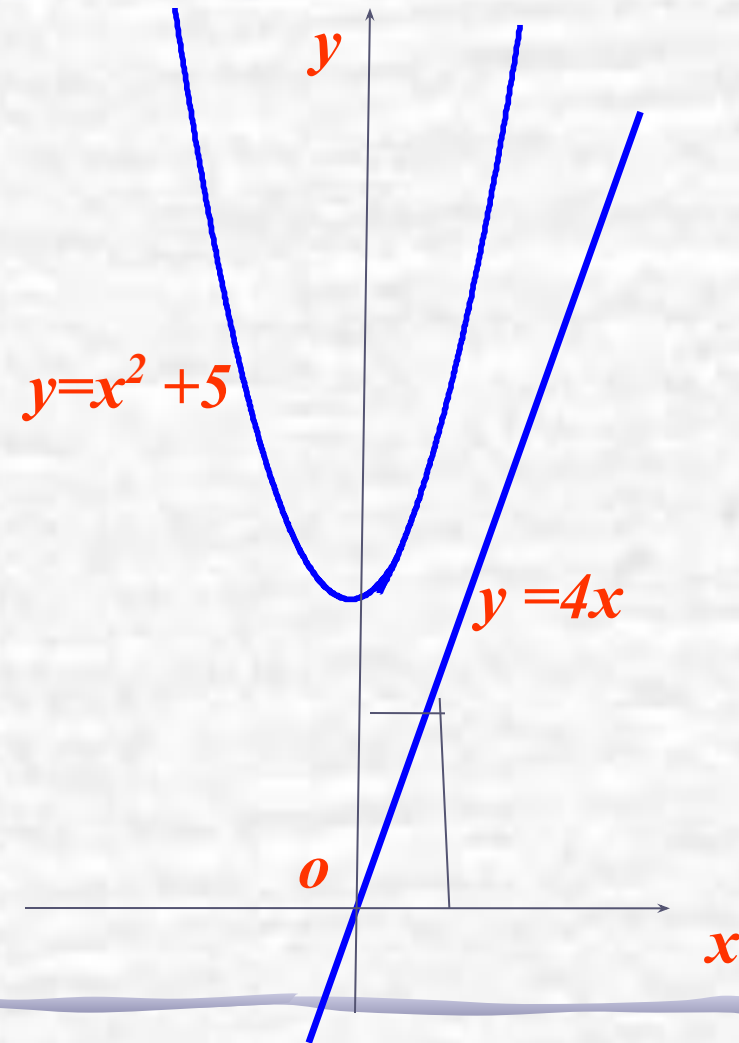
Пусть  $f(x) = x^2 + 5$  и  $g(x) = 4x$

Построим на одной  
координатной плоскости  
графики функций

$y = x^2 + 5$  и  $y = 4x$

Точек пересечения  
параболы с прямой нет

Ответ: **корней нет**



# Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

## Способ 2(в)

- Построить графики функции
- $y = ax^2 + bx$  и  $y = c$
- Найти абсциссы точек пересечения графиков.

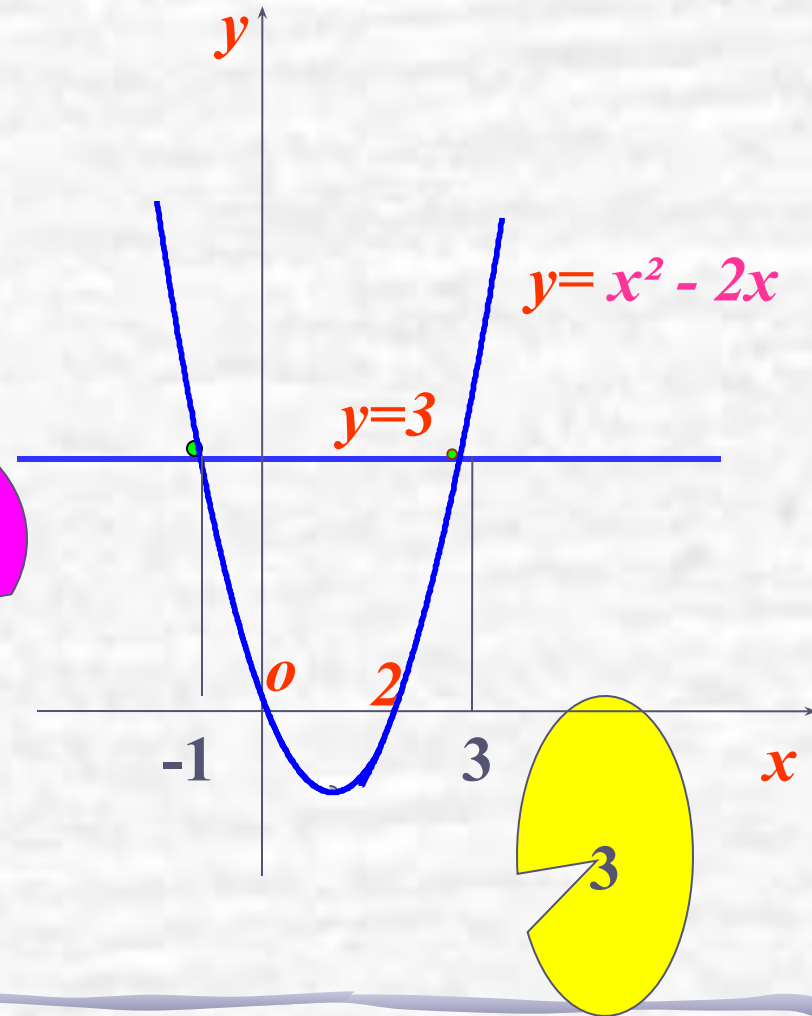
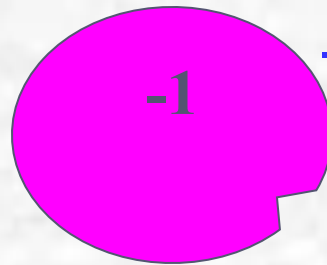
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Представим в виде  $x^2 - 2x = 3$

Пусть  $f(x) = x^2 - 2x$  и  $g(x) = 3$

Построим на одной  
координатной плоскости  
графики функций

$y = x^2 - 2x$  и  $y = 3$



Корни уравнения абсциссы  
точек пересечения  
параболы с прямой

# Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

## Способ 3

(выделение полного квадрата)

- Преобразовать уравнение к виду

$$a(x+l)^2 = m$$

- Построить:  
параболу  $y = a(x+l)^2$  и прямую  $y = m$
- Найти абсциссы точек пересечения графиков функций.

# Выделение квадрата двучлена.

$$x^2 - 2x = 3$$

$$x^2 - 2x + 1 = 3 + 1$$

$$(x-1)^2 = 4.$$

---

$$(x-1)^2 - 4 = 0$$

$$(x-1)^2 - 2^2 = 0$$

$$(x-1-2)(x-1+2) = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x-3 = 0$$

$$x+1 = 0$$

$$x = 3$$

$$x = -1$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

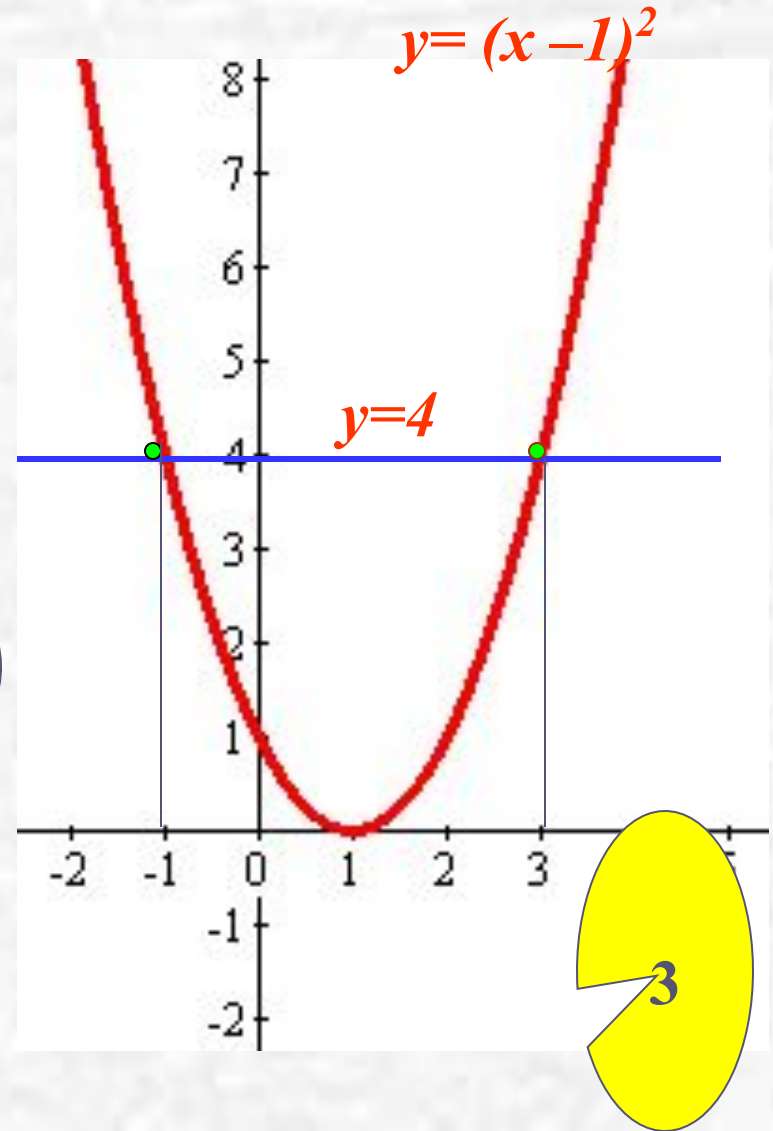
Представим в виде  $(x - 1)^2 = 4$

Пусть  $f(x) = (x - 1)^2$  и  $g(x) = 4$

Построим на одной  
координатной плоскости  
графики функций

$y = (x - 1)^2$  и  $y = 4$

Корни уравнения абсциссы  
точек пересечения  
параболы с прямой





# Решите графически уравнение

## Группа А

- Бычев Андрей
- Ерофеева Ксения
- Каминская Света
- Лобов Егор
- Лукьяненко Вероника
- Осипов Павел
- Циорба Влад

## Группа В

Баличев Илья  
Помигуев Павел  
Фролов Саша

## Группа С

Григорьева Катя  
Соловьев Илья

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$4x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 0$$

Сколько нам открытий  
чуждых готовит  
просвещения дух?



Решить графически  
уравнение

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

# Как решить уравнение?

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

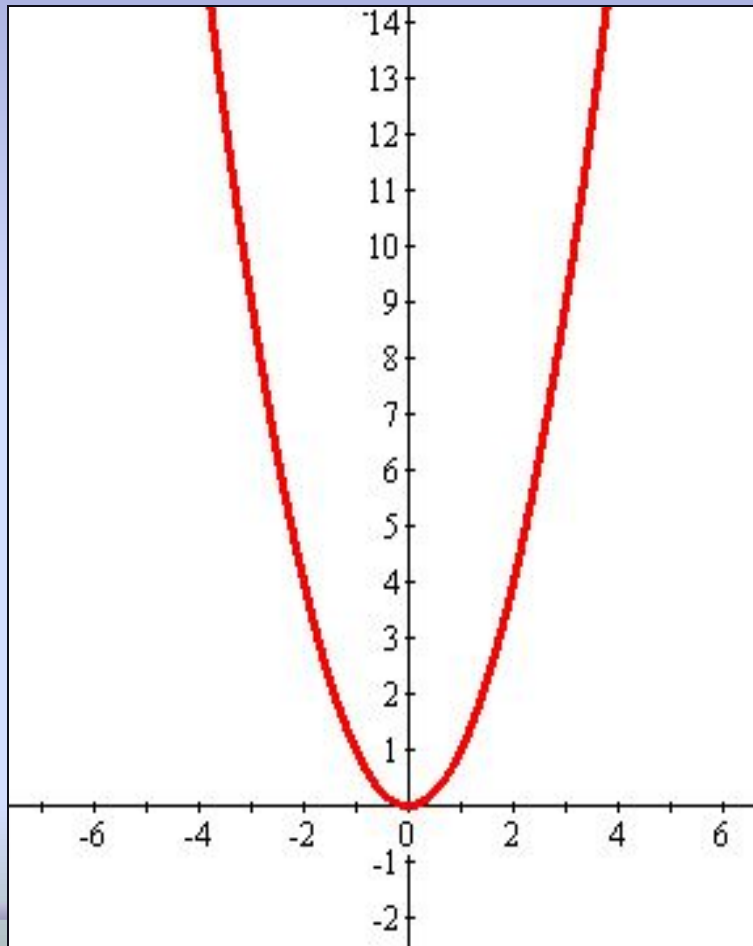
- Построить график квадратичной функции и абсциссы точек пересечения параболы с осью  $x$  будут являться корнями уравнения.
- Выполнить преобразование уравнения, рассмотреть функции, построить графики этих функций, установить точки пересечения графиков функций, абсциссы которых и будут являться корнями уравнения.

Решить графически  
уравнение

$$x^2 = -2x + 8$$

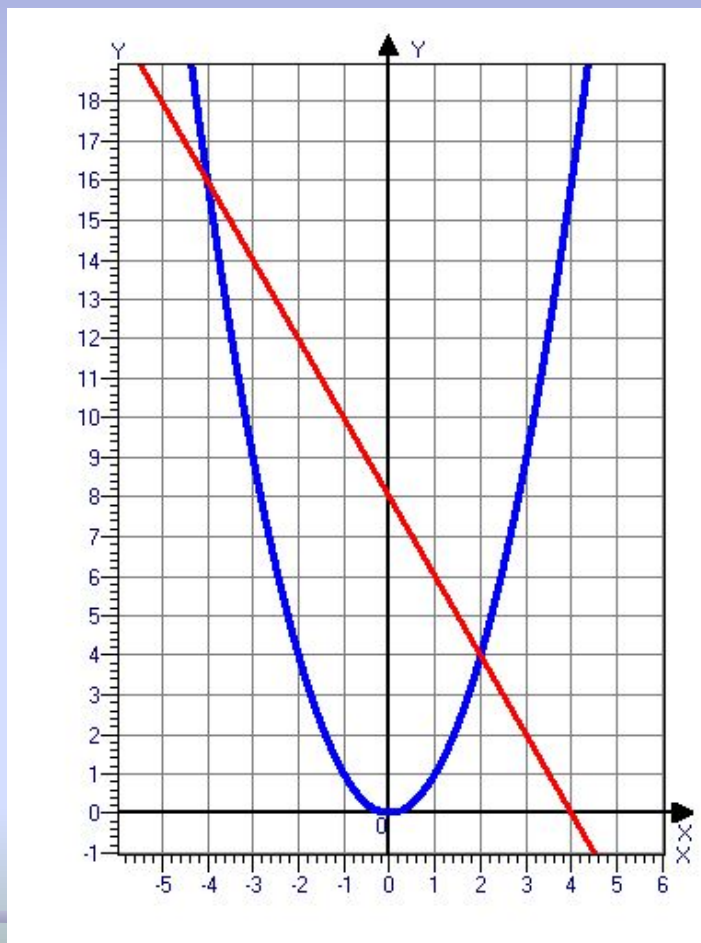
# Построить график функции

## функции



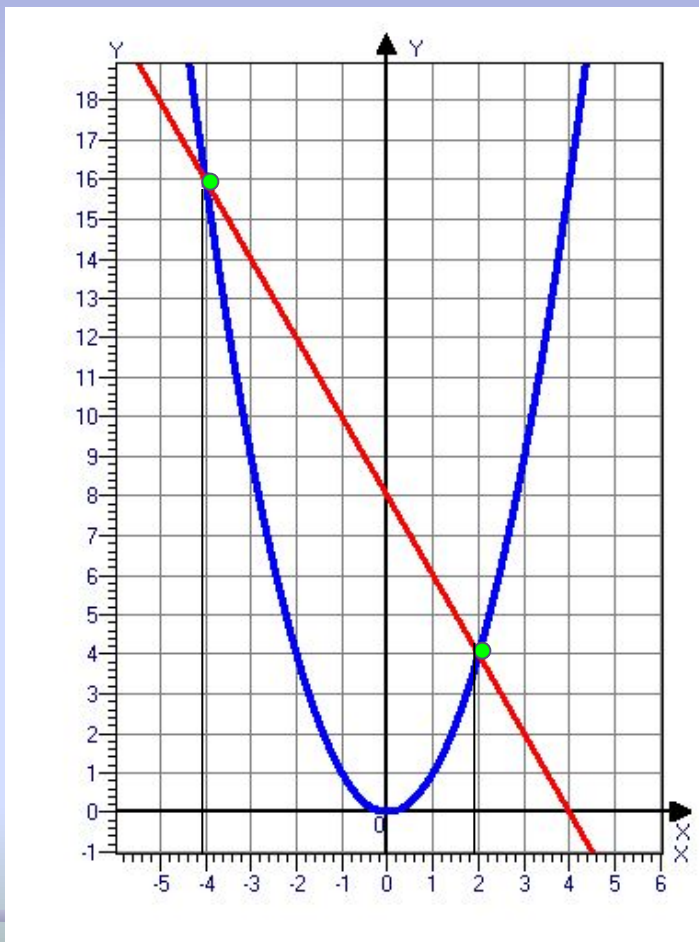
$$y = x^2$$

# Построить график функции



$$y = -2x + 8$$

# Корни уравнения: абсциссы точек пересечения графиков функций



$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$



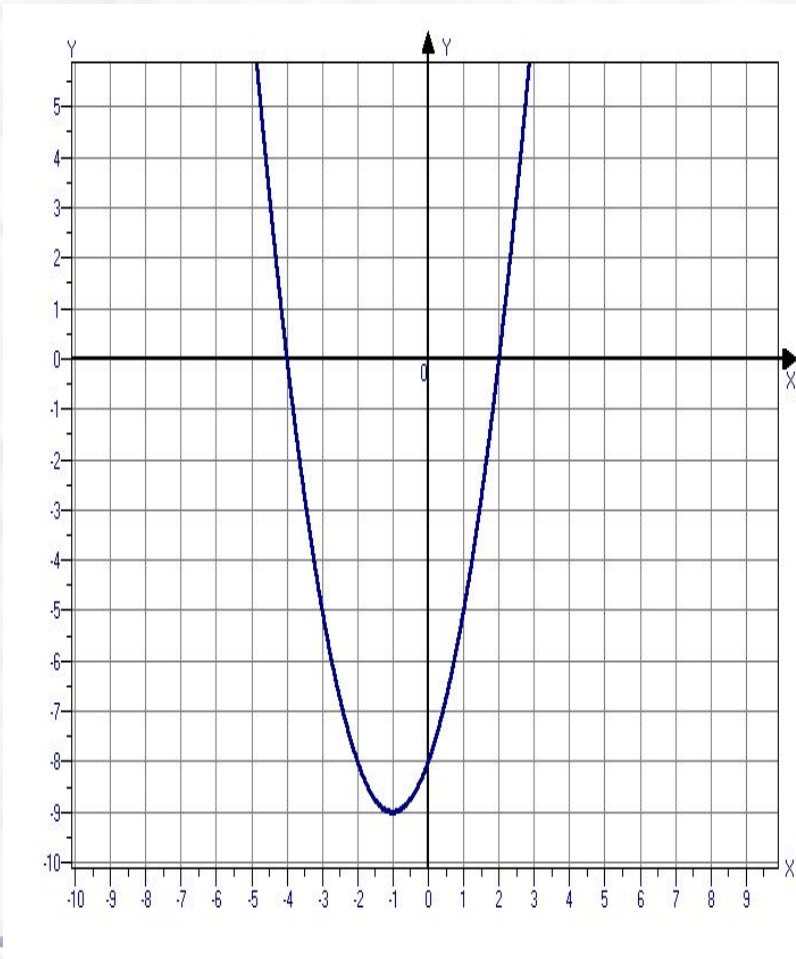
# Построить график функции

$$y = x^2 + 2x - 8$$

*Корни уравнения:  
точки пересечения  
параболы с осью OX*

$$x_1 = -4$$

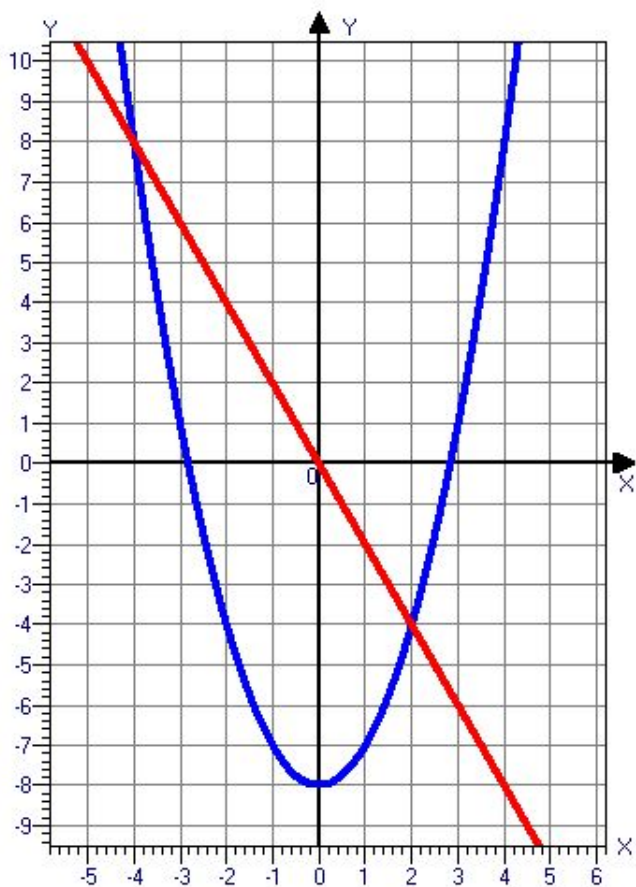
$$x_2 = 2$$



# Решить графически уравнение

$$x^2 - 8 = -2x$$

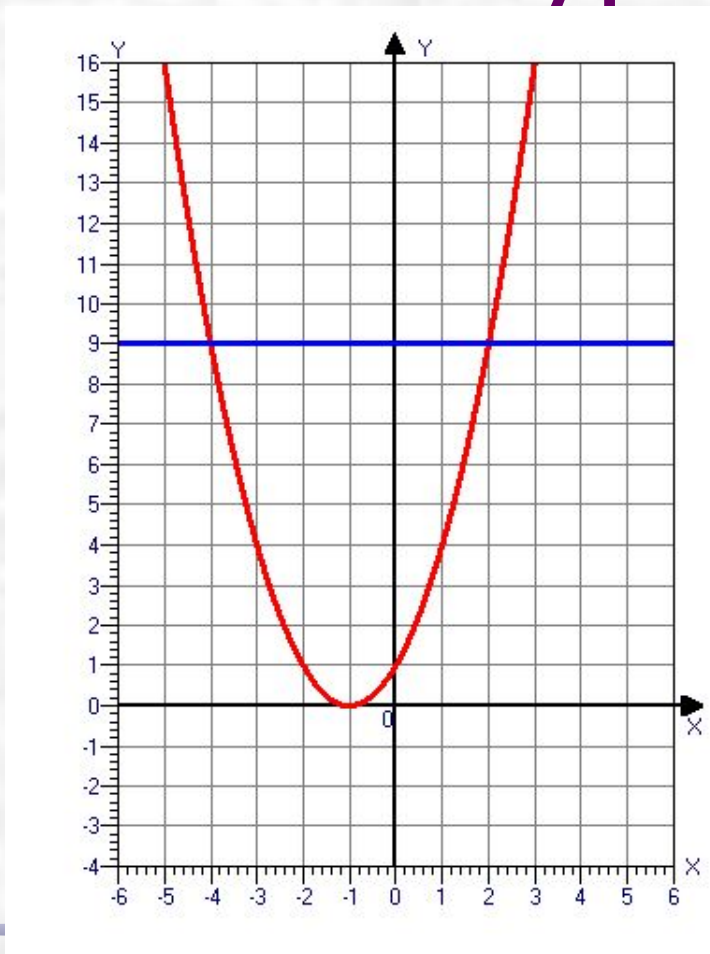
*Корни уравнения:  
точки пересечения  
параболы и прямой*



$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$

# Решить графически уравнение



$$(x + 1)^2 = 9$$

*Корни уравнения:  
точки пересечения  
параболы и прямой*

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$

# ***Итог***

## **Познакомились:**

- с графическим методом решения квадратных уравнений;
- с различными способами графического решения квадратных уравнений.
- закрепили знания по построению графиков различных функций.

# **Заключительное слово учителя:**

- **«Чем больше и глубже вам удастся усвоить азы математики и научиться пользоваться ее методами, тем дальше и быстрее вы сумеете продвинуться в использовании математических средств в той области деятельности, которой займетесь после школы»**

Желаю удачи!

