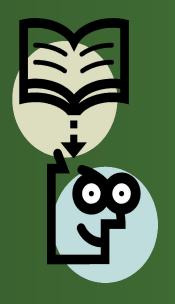
# ЛОГАРИФМЫ И ИХ СВОЙСТВА.

Возведение в степень имеет два обратных действия. Если

$$a^{\times} = b, \tag{1}$$

то отыскание а есть одно обратное действие – извлечение корня; нахождение же b – другое,



логарифмирование.

Для чего были придуманы логарифмы ?

Конечно, для ускорения и упрощения вычислений.



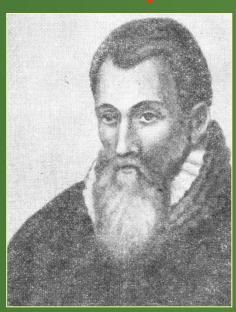


# Изобретатель первых логарифмических таблиц, Непер, так говорил о своих побуждениях:

«Я старался, насколько мог и умел, отделаться от трудности и скуки вычислений, докучность которых обычно отпугивает весьма многих от изучения математики».

Современник Непера, Бригг, прославившийся позднее изобретением десятичных логарифмов, писал, получив сочинение Непера:

Непер



«Своими новыми и удивительными логарифмами Непер заставил меня усиленно работать и головой и руками. Я надеюсь увидеть его летом, так как никогда не читал книги, которая нравилась бы мне больше и приводила бы в большее изумление».

Бригг осуществил свое намерение и направился в Шотландию, чтобы посетить изобретателя логарифмов. При встрече Бригг сказал:

«Милорд, я предпринял это долгое путешествие только для того, чтобы видеть Вашу особу и узнать, с помощью какого инструмента разума и изобретательности Вы пришли впервые к мысли об этом превосходном пособии для астрономов, а именно – логарифмах; но, милорд, после того, как Вы нашли их, я удивляюсь, почему никто не нашел их раньше, настолько легкими они кажутся после того, как о них узнаёшь».

Великий математик говорил об астрономах, так как им приходится делать особенно сложные и утомительные вычисления. Но слова его с полным правом могут быть отнесены ко всем вообще, кому приходится иметь дело с числовыми выкладками.



# ОПРЕДЕЛЕНИЕ.

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести основание a, чтобы получить b (где a > 0,  $a \ne 1$ ).

Вспомните уравнение из первого слайда:  $a^{x} = b$ 

Мы оговорили, что нахождение b — логарифмирование. Математики договорились записывать это так:

```
Сод b = x (читается: «логарифм b по основанию а»). Например, \log_5 25 = 2, \text{ так как 5}^2 = 25. \log_4 (1/16) = -2, \text{ так как 4}^{-2} = 1/16. \log_{1/3} 27 = -3, \text{ так как (1/3)}^{-3} = 27. \log_{81} 9 = \frac{1}{2}, \text{ так как 81}^{\frac{1}{2}} = 9.
```



# Вычислить:

```
Log <sub>2</sub> 16;
                           log <sub>2</sub> 64;
                                                          log <sub>2</sub> 2;
Log <sub>2</sub> 1;
                           \log_{2}(1/2);
                                                         \log_{2}(1/8);
Log <sub>3</sub> 27;
                          log <sub>3</sub> 81;
                                                          \log_3 3;
                                                          \log_{3}(1/3);
Log <sub>3</sub> 1;
                         \log_{3}(1/9);
                                                         log<sub>0,5</sub> 0,125;
Log<sub>1/2</sub> 1/32;
                          log<sub>1/2</sub> 4;
Log<sub>0/5</sub> (1/2);
                           log<sub>0.5</sub> 1;
                                                          \log_{1/2} 2.
```

# Сравните со своими ответами!

#### Таблица ответов.

Log <sub>2</sub> 16;	log <sub>2</sub> 64;	log <sub>2</sub> 2;
Log <sub>2</sub> 1;	log <sub>2</sub> (1/2);	log <sub>2</sub> (1/8);
Log <sub>3</sub> 27;	log <sub>3</sub> 81;	log <sub>3</sub> 3;
Log <sub>3</sub> 1;	log <sub>3</sub> (1/9);	log <sub>3</sub> (1/3);
Log <sub>1/2</sub> 1/32;	log <sub>1/2</sub> 4;	log <sub>0,5</sub> 0,125;
Log <sub>0,5</sub> (1/2);	log <sub>0,5</sub> 1;	log <sub>1/2</sub> 2.

4	6	1
0	-1	-3
3	4	1
0	-2	-1
5	-2	3
1	0	-1

Если Вы всё выполнили верно, перейдите к слайду 8. Если выполнили с ошибками – перейдите к слайду 7.

К слайду 7

К слайду 8



# Правильное решение примеров 1 столбца:

Log 
$$_2$$
 16 = 4, так как 2  $^4$  = 16.  
Log  $_2$  1 = 0, так как 2  $^0$  = 1.  
Log  $_3$  27 = 3, так как 3  $^3$  = 27.  
Log  $_{1/2}$  1/32 = 5, так как (1/2)  $^5$  = 1/32.  
Log  $_{0.5}$  (1/2) = 1, так как (0,5)  $^1$  = (1/2) $^1$  =  $^1$ /2.

Проверьте 2 и 3 столбец, исправьте ошибки самостоятельно. Если появились вопросы — обратитесь к учителю.

Назад к ответам

Определение логарифма можно записать так:

$$a^{\log_a b} = b$$

Это равенство справедливо при b>0, a>0, a≠1. Его обычно называют основным логарифмическим тождеством.

Например: 
$$2^{\log_2 6} = 6$$
;  $3^{-2 \log_3 5} = (3^{\log_3 5})^{-2} = 5^{-2} = 1/25$ .

#### Вычислите:

#### Сравните со своими ответами

#### Таблица ответов:

3 log 18;	3 5log 2;
5 log 16;	0,3 <sup>2log</sup> <sub>0,3</sub> <sup>6</sup> ;
10 log 2;	$(1/4)^{\log_{(1/4)}6}$ ;
8 log 5;	9 log 12.

18	32
16	36
2	6
125	144

Если Вы выполнили всё правильно, перейдите к слайду 11. Если выполнили с ошибками, откройте слайд 10 и разберите решение.

К слайду 10 К слайду 11



# Правильное выполнение некоторых заданий.

По основному логарифмическому тождеству  $3^{\log_3 18} = 18$   $8\log_2 5 = (2^3)\log_2 5 = 2^{3\log_2 5} = (2^{\log_2 5})^3 = 5^3 = 125$   $0.3^{2\log_{0.3} 6} = 0.3^{\log_{0.3} 6^2} = 0.3^{\log_{0.3} 36} = 36$ .

Остальные задания проверьте ещё раз самостоятельно. Если появился вопрос — обратитесь к учителю.



# СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ.

Log 
$$_{a}$$
 1 = 0; log  $_{a}$  a = 1; log  $_{a}$  (1/a) = -1; log  $_{a}$  a  $^{m}$  = m; Log  $_{a}$   $^{m}$  a = 1/m.

#### ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Логарифм произведения:

 $Log_c(ab) = log_ca + log_cb.$  Логарифм частного:

Log  $_c$  (a/b) = log  $_c$  a - log  $_c$  b. Логарифм степени:

 $Log_c a^k = k log_c a.$ 

Переход к новому основанию:

 $Log_b a = log_a / log_b$ .

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

 $Log_a b = 1/log_b a$ 

Log  $_a$   $^m$  b  $^n$  = n/m (log  $_a$  b).





#### Приведем примеры применения формул:

- 1)  $\log_{6} 18 + \log_{6} 2 = \log_{6} (18.2) = \log_{6} 36 = 2$
- 2)  $\log_{12} 48 \log_{12} 4 = \log_{12} (48/4) = \log_{12} 12 = 1$

#### А здесь выполните вычисления самостоятельно:

Log 
$$_{10}$$
 5 + log  $_{10}$  2;  
Log  $_{12}$  2 + log  $_{12}$  72;  
Log  $_{2}$  15 - log  $_{2}$  (15/16);  
Log  $_{1/3}$  54 - log  $_{1/3}$  2;  
Log  $_{5}$  75 - log  $_{5}$  3;  
Log  $_{8}$  (1/16) - log  $_{8}$  32;  
Log  $_{8}$  12 - log  $_{8}$  15 + log  $_{8}$  20;  
Log  $_{9}$  15 + log  $_{9}$  18 - log  $_{9}$  10;

# Примеры выполнения некоторых заданий... и <u>таблица ответов:</u>

Log 
$$_{10}$$
 5 + log  $_{10}$  2 = log  $_{10}$  (5 · 2) = log  $_{10}$  10 = 1

Log  $_{1/3}$  54 - log  $_{1/3}$  2 = log  $_{1/3}$  (54/2) = log  $_{1/3}$  27 = -3

Log  $_{8}$  12 - log  $_{8}$  15 + log  $_{8}$  20 = log  $_{8}$ (12/15) + log  $_{8}$  20 = = log  $_{8}$  (4/5 · 20) = log  $_{8}$  16 = 2

Остальные задания проверьте самостоятельно. Если появился вопрос, обратитесь к учителю.

Далы

#### \* Вычислите :

$$\log_{\sqrt{2}}(\sin\frac{\pi}{8}) + \log_{\sqrt{2}}(\cos\frac{\pi}{8});$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(\cos{\frac{\pi}{6}} + \sin{\frac{\pi}{6}}) + \log_{\frac{1}{2}}(\cos{\frac{\pi}{6}} - \sin{\frac{\pi}{6}});$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(2\sin\frac{\pi}{12}) + \log_{\frac{1}{2}}(\cos\frac{\pi}{12}).$$

После выполнения этого задания обратитесь к учителю.

дальше



Домашнее задание.

Если со всеми предложенными заданиями Вы справились без ошибок, то Ваше домашнее задание:

п.37, № 489, № 490, № № 495(b,в), №496(b,в,г).

Если при выполнении предложенных заданий Вы испытывали затруднения и не смогли всё выполнить правильно, то Ваше домашнее задание:

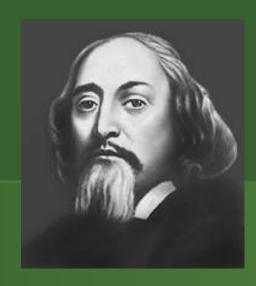
п.37, № 476, № 483(b,в), № 488, № 495(b,в).

К началу









« СЧИТАЙ НЕСЧАСТНЫМ ТОТ ДЕНЬ ИЛИ ЧАС, В КОТОРЫЙ ТЫ НЕ УСВОИЛ НИЧЕГО НОВОГО И НИЧЕГО НЕ ПРИБАВИЛ К СВОЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ.»

Я. А. КОМЕНСКИЙ



#