

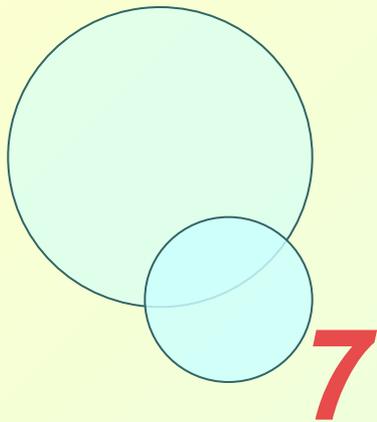
*Через математические знания  
лежит широкая дорога к  
огромным, почти необозримым  
областям труда и открытий.*

*Маркушевич А.И.*

***Нахождение наибольшего и  
наименьшего значения функции  
(при решении задач прикладного  
характера).***

*Презентацию подготовила преподаватель 1 категории  
Керченского профессионального строительного лицея  
Селиванова Ирина Викторовна*





$$(x^2)' = 0$$

$$(2x^3)' = 0$$

$$(x^{10})' =$$

$$(128)' =$$

$$6x^2$$

$$10x^9$$

$$\left(\frac{1}{3}x^3\right)' =$$

$$(10)' =$$

$$2x$$

$$(7x)' =$$

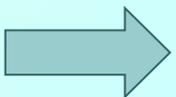
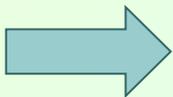
$$10x + 3$$

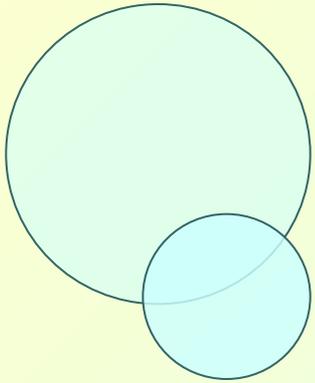
$$x^2$$

$$(5x^2 + 3x - 9)' =$$

# АЛГОРИТМ

- Найти точки экстремума функции, т. е. точки в которых производная равна нулю и меняет свой знак.
- Вычислить значение функции в этих точках и на концах отрезка, где определена функция.
- Выбрать из полученных значений оптимальное.
- Перевести задачу на язык математики, т. е. выразить искомую величину через функцию от некоторой переменной и найти область её определения.





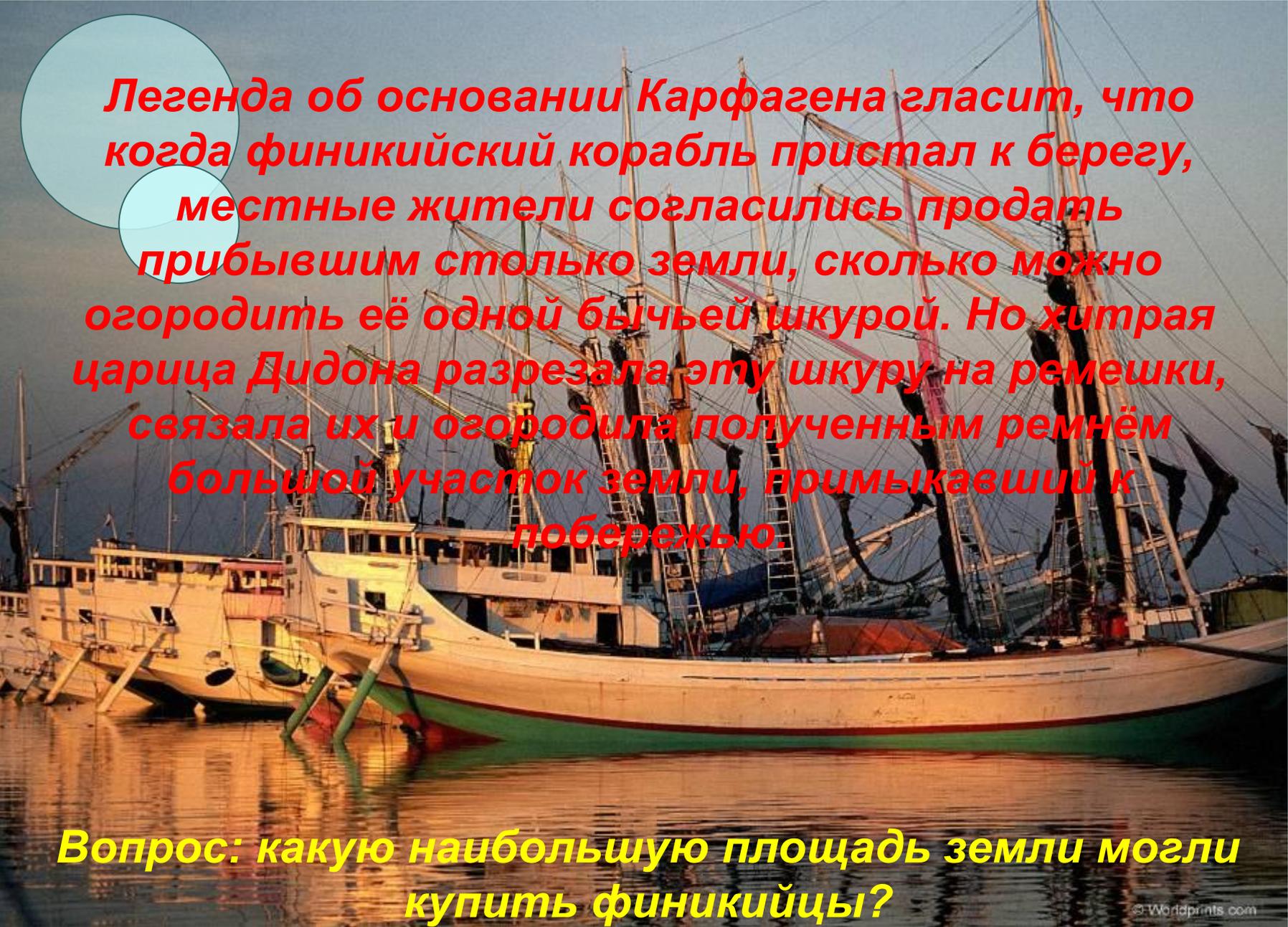
## **Выполните задание:**

- 1. Найти промежутки возрастания и убывания функции.**
- 2. Найти экстремумы функции.**
- 3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке  $[-1;2]$**

$$Y = \frac{N}{3} \cdot x^3 - 2 \cdot N \cdot x^2 + 3 \cdot N$$

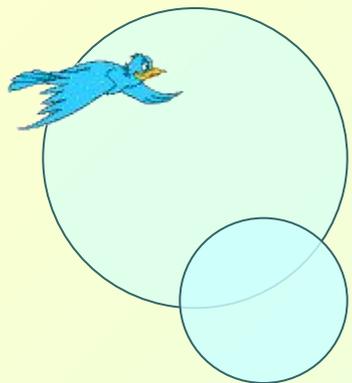
$$Y = N \cdot x^2 - 2 \cdot N \cdot x + 8$$



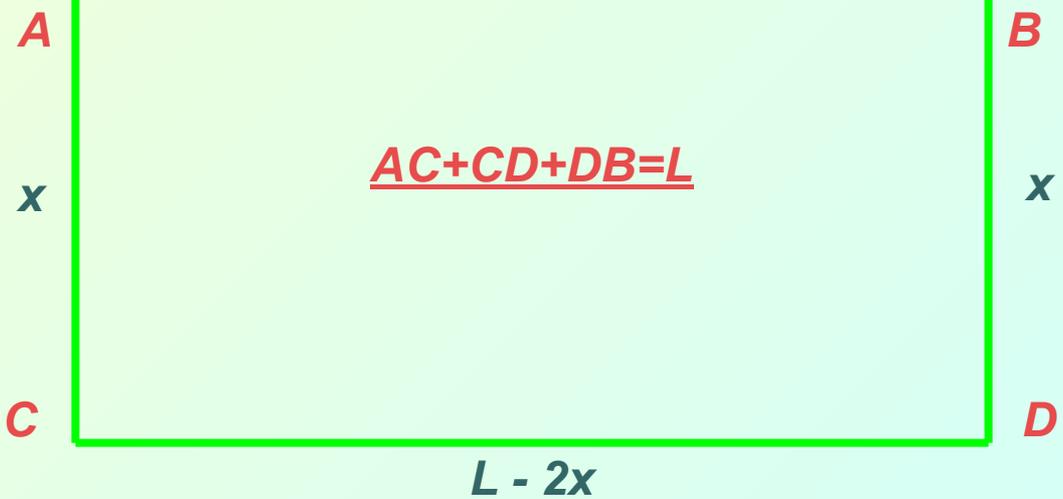
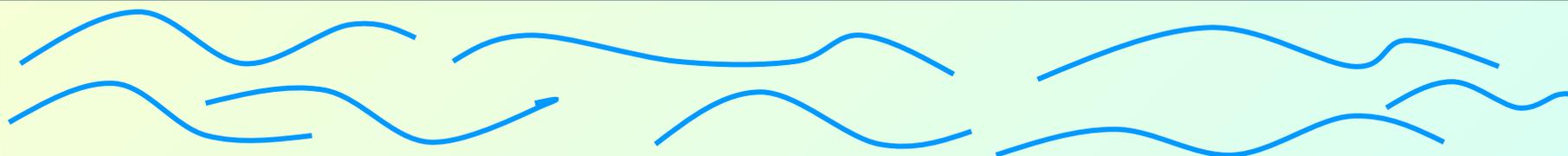
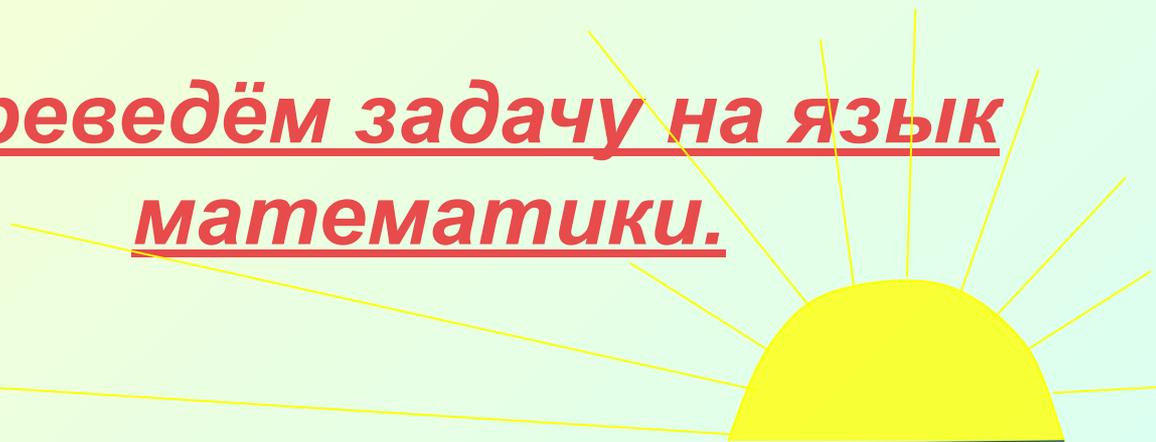


**Легенда об основании Карфагена гласит, что когда финикийский корабль пристал к берегу, местные жители согласились продать прибывшим столько земли, сколько можно огородить её одной бычьей шкурой. Но хитрая царица Дидона разрежала эту шкуру на ремешки, связала их и огородила полученным ремнём большой участок земли, примыкавший к побережью.**

**Вопрос: какую наибольшую площадь земли могли купить финикийцы?**

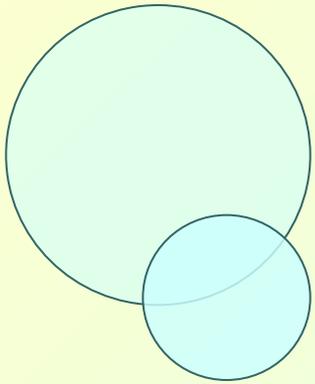


Переведём задачу на язык математики.



$$S = x(L - 2x)$$





Данный  
прямоугольник  
является  
половиной  
квадрата,  
длинной  
стороной  
примыкающей к  
берегу моря.

$$Y = x(L - 2x) \rightarrow \max$$
$$Y = Lx - 2x^2$$

1.  $Y' = L - 4x$

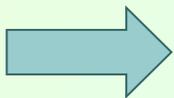
2.  $Y' = 0 ; L = 4x$

$$x = 0,25L$$

3.



4.  $AC = 0,25L ; DC = 0,5L$

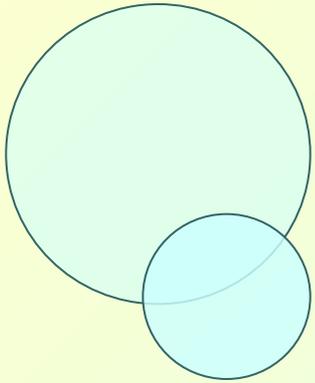




**Стоимость (за один час перевозки) содержания баржи состоит из двух частей: стоимости топлива, пропорциональной кубу скорости баржи, и стоимости амортизации баржи ( зарплата команды, стоимость оборудования и т. д.). Общая стоимость содержания баржи за час выражается формулой:  $S = av^3 + b$ , где  $v$ - скорость судна в км/ч,  $a$  и  $b$  – коэффициенты, заданные для каждого судна (для нашего  $a=0,005$ ,  $b=40$ ).**

**Ясно, что расходы на топливо будут тем больше, чем быстрее движется корабль, остальные расходы от скорости не зависят.**

**Казалось бы, чем медленнее движется корабль, тем дешевле его эксплуатация. Так ли это?**



$$S/v = 0,005v^2 + 40/v \rightarrow \min$$

$$1. Y' = 0,005 \cdot 2v - 40/v^2$$

$$2. Y' = 0 ; 0,01v - 40/v^2 = 0$$

$$0,01v = 40/v^2$$

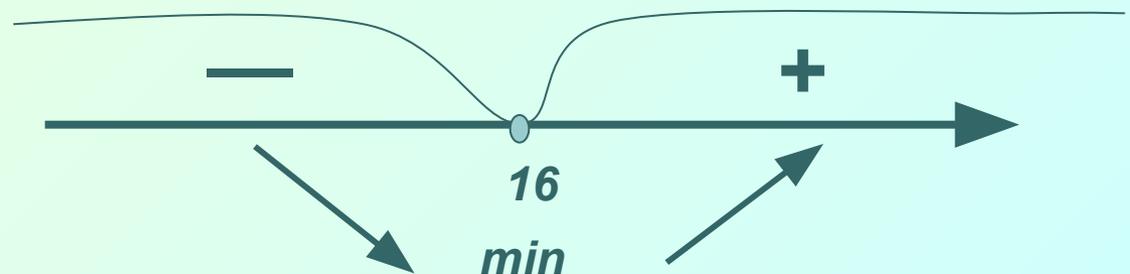
$$0,01v^3 = 40$$

$$v^3 = 4000$$

$$v \approx 16 \text{ км/ч}$$

Оптимальная  
скорость  
катера для  
минимальных  
затрат равна  
16 км/ч

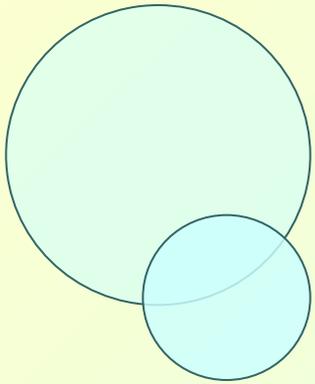
3.





**Печатный текст (вместе с промежутками между строками) одной страницы книги должен занимать  $400 \text{ см}^2$ . Верхние и нижние поля страницы должны иметь ширину 2 см. Боковые – 4 см.**

**Вопрос: каковы самые выгодные размеры страницы, исходя только из экономии бумаги?**

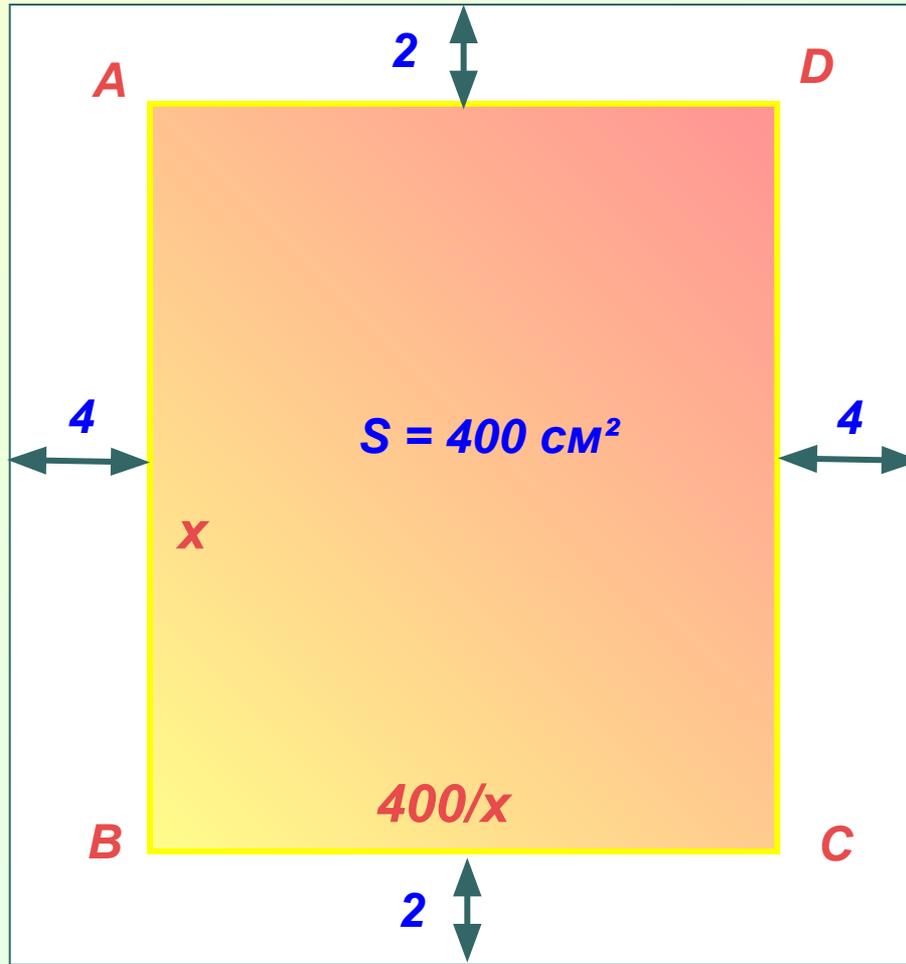


**K**

**L**



$$AB = x$$
$$BC = 400/x$$



$$S = 400 \text{ cm}^2$$

**x**

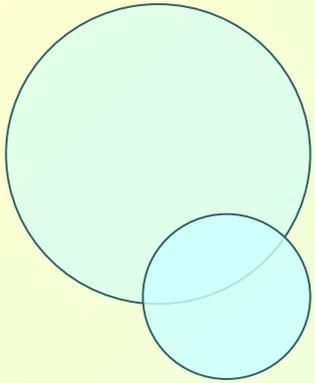
$$400/x$$

$$KN = x + 4$$
$$KL = 400/x + 8$$

**N**

**M**

$$S = (x + 4) \cdot (400/x + 8) =$$
$$= 1600/x + 8x + 432$$



$$S = 1600/x + 8x + 432 \rightarrow \min$$

$$1. S' = -1600/x^2 + 8$$

$$2. S' = 0; \quad -1600/x^2 + 8 = 0$$

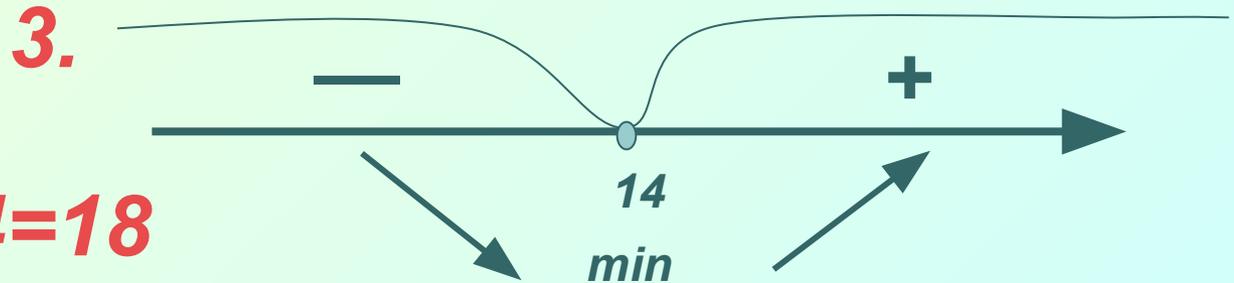
$$1600/x^2 = 8$$

$$x^2 = 1600/8$$

$$x \approx 14$$

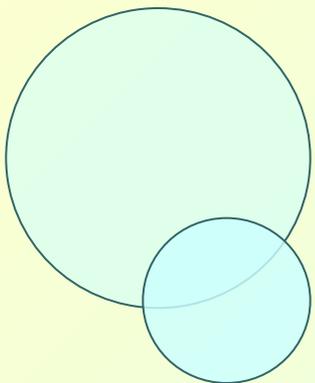
Оптимальные  
размеры страницы

18x36,5 см.



$$4. KN = x + 4 = 18$$

$$KL = 400/x + 8 \approx 36,5$$

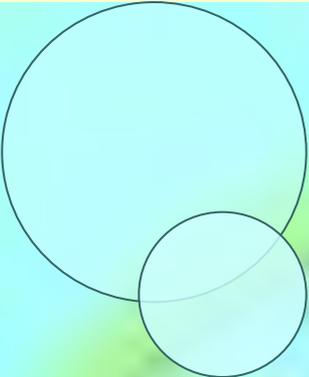


# **Вывод:**

**Производная функции  
успешно применяется при  
решении оптимальных задач  
в различных сферах  
деятельности человека.**

**Д/з решить задачу:** Рекламный щит имеет форму прямоугольника  $S = 9 \text{ м}^2$ . Изготовьте щит в виде прямоугольника с наименьшим периметром. Определите его стоимость, если суммарная цена материалов и работ по изготовлению за  $1 \text{ м}^2$  составляет 200 грн + 25 грн за погонный метр длины щита.





***Все молодцы!***

***Спасибо за урок!***

