Неравенства и их решения

Неравенство

Решить неравенство.

Совокупность неравенств

Неравенства

Алгебраические

Трансцендентные

рациональные

иррациональные

Пример: Решить неравенство

$$\sqrt{24 - 10x + x^2} < x - 4$$

$$\left[\begin{array}{l} x-4> 0, \\ (24-10x+x^2)(24-10x + x^2-(x-4^2))<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x-4> 0 \\ (x-4)\,(x-6)(x-4)(-2)<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x-4 >0, \\ (x-4)^2(x-6)>0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x>6 \end{array}\right.$$

Ответ: $\{4\} ; [\,6\,; +\infty\,)$

Методом интервалов:

1. Все члены неравенства переносятся в левую часть и приводятся к общему знаменателю.
2. Определить критические точки.
3. Критические точки наносятся на числовую прямую, прямая разбивается при этом на интервалы.
4. Определить знаки на интервалах.
5. . Множество решений неравенств объединяется интервалом с соответствующим знаком, при этом случае , если неравенство нестрогое ,то к этому множеству прибавляется корни числителя.

Линейные неравенства

– неравенства вида $ax>b$, $ax< b$,

$ax\geq b$, $ax \leq b$, где a и b действительные числа или выражения , зависящие от параметров (ax – неизвестное)

Например, $(3 - \sqrt{10})(2x - 7) < 0$

$$6x - 21 - 2x\sqrt{10} + 7\sqrt{10} < 0$$

$$36x^2 + 441 + 40x^2 + 490 < 0$$

$$76x^2 + 931 < 0$$

$$x^2 < 12.25$$

$x1 = 3.5$ $x2 = -3.5$

Пример:

$$(5 - a)x > a + 3$$

1. $a > 5$,

тогда $x < \frac{a+3}{5-a}$

2. $a < 5$,

тогда $x > \frac{a+3}{5-a}$

3. $a = 5$, $x \in \varnothing$

Квадратные неравенства

– это неравенства вида $ax^2 + b x + c > 0$,

где a, b, c – действительные числа

Если $a>0$ и $D<0$,

то $x \in \varnothing$

Если $a> 0$ и $D=0$,

то $x \in (- \infty ; -b/2a) (-b/2a ; + \infty)$

Если $a > 0$ и $D > 0$,

то $x \in(- \infty ; x 1) (x 2; + \infty)$, где $x1$, $x2$- корни квадратного трехчлена.

Если $a< 0$ $D<0$,

то $x \in \varnothing$

Если $a<0$ и $D=0$,

то $x \in \varnothing$

Если $a<0$ и $D >0$,

то $x \in (x 1;x 2)$, $x 1$, $x 2$ - корни квадратного трехчлена.

Пример: $m x^2 – 2(m- 1)x + (m+2)$

1.Пусть $m> 0$ и $D= (2-2m)^2 - 4m(m +2)=1 – 12m < 0$;

нет решений

2.Пусть $m> 0$ и $D=0$;

$m = ¼$; уравнение имеет один корень.

3.Пусть $m> 0$ и $D > 0$, то есть mє (0; ¼).

огда x (x 1; x2), где $x_1 = 1/m[(m – 1 - \sqrt{1-4m})$, $x_2 = 1/m (m-1+\sqrt{1- 4m}$

4.Пусть $m< 0$ и $D= 4(1- 4m)< 0$;

Тогда $m \in Ø$

5.Пусть $m< 0$ и $D= 4(1-4m)> 0$

$m \in Ø$

6.Пусть $m< 0$ и $D= 4(1-4m)> 0$, то есть $m \in (- \infty ;0)$

Тогда $x \in (- \infty ;x_1) \cup (x_2; + \infty)$