

МОУ «Средняя общеобразовательная школа с. Погорелка  
Шадринский район Курганская область

# ОБЪЕМ ТЕЛ

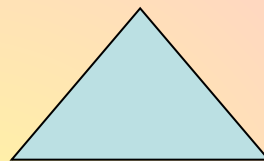
Учитель математики  
первой квалификационной  
категории Кощеев М.М.

# ФИГУРЫ

- ПЛОСКИЕ
- ОБЪЕМНЫЕ

# ПЛОСКИЕ ФИГУРЫ

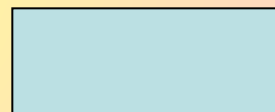
- ТРЕУГОЛЬНИК



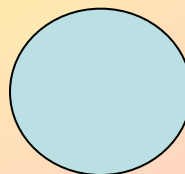
- КВАДРАТ



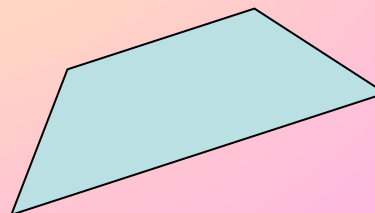
- ПРЯМОУГОЛЬНИК



- КРУГ

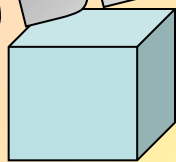


- ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК

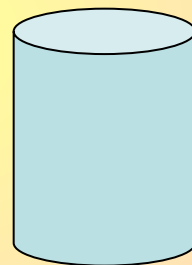


# ОБЪЕМНЫЕ ФИГУРЫ

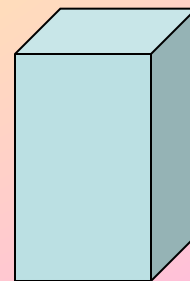
- КУБ



- ЦИЛИНДР



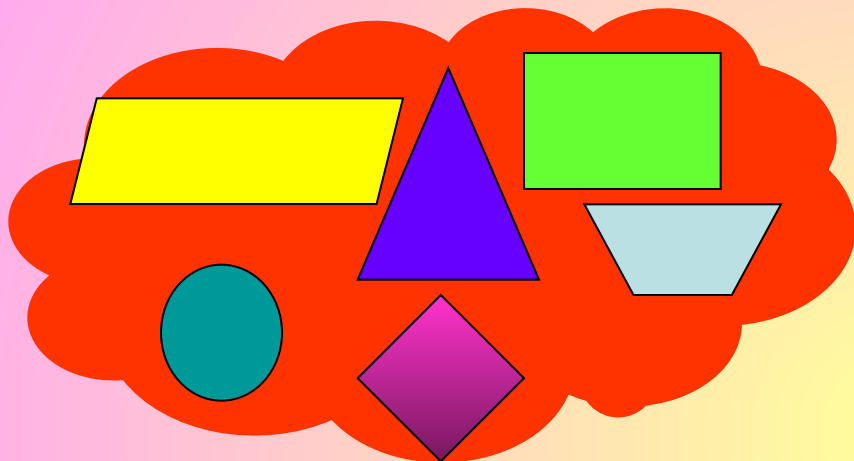
- ПАРАЛЛЕПИПЕД



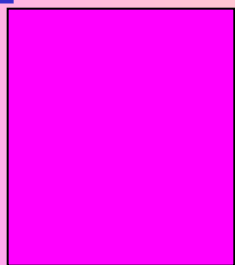
# Что изучают

Планиметрия

Стереометрия



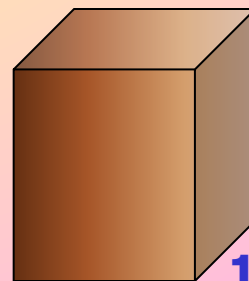
Единицы измерения  
площади плоской  
фигуры:  $\text{см}^2$ ;  $\text{дм}^2$ ;  
 $\text{м}^2$



1 см

1 см

Единицы измерения объемов:  
 $\text{см}^3$ ;  $\text{дм}^3$ ;  $\text{м}^3$ ...



1 см

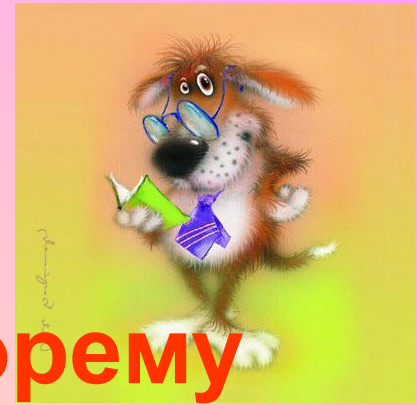
1 см

1 см

# Объем цилиндра



# Цель урока:



- Изучить с учащимися теорему об объеме цилиндра;
- Выработать навыки решения задач с использованием формулы объема цилиндра;

# Цели :

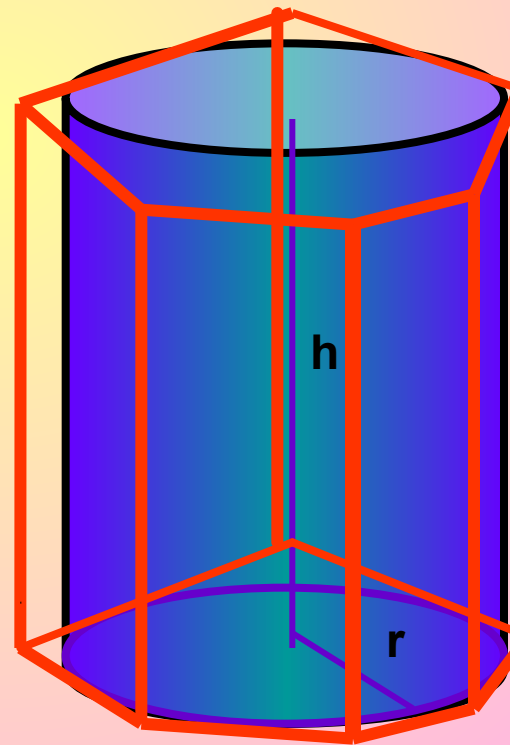
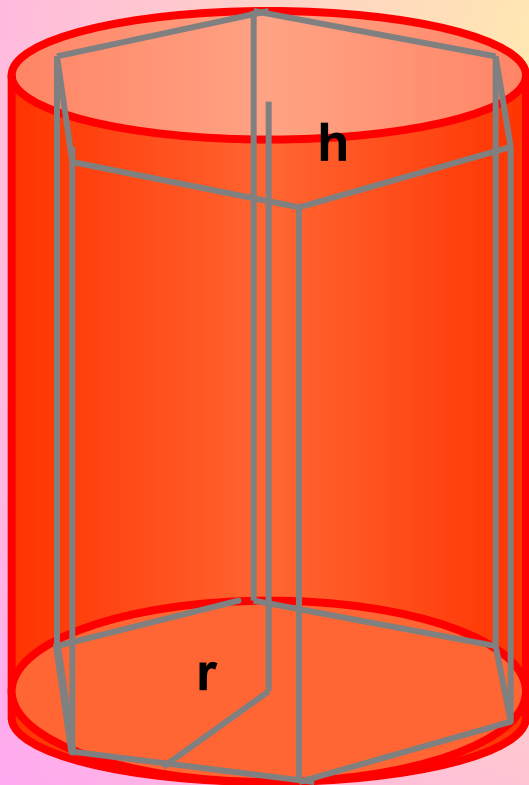
- Развитие логического мышления, пространственного воображения, умений действовать по алгоритму, составлять алгоритмы действий.
- Воспитание познавательной активности, самостоятельности.



# Объем цилиндра

Вписанная  
призма

Призмы, которые вписаны и описаны около цилиндра, и если их основание вписаны и описаны около цилиндра, то высоты этих призм равны высоте самого цилиндра.



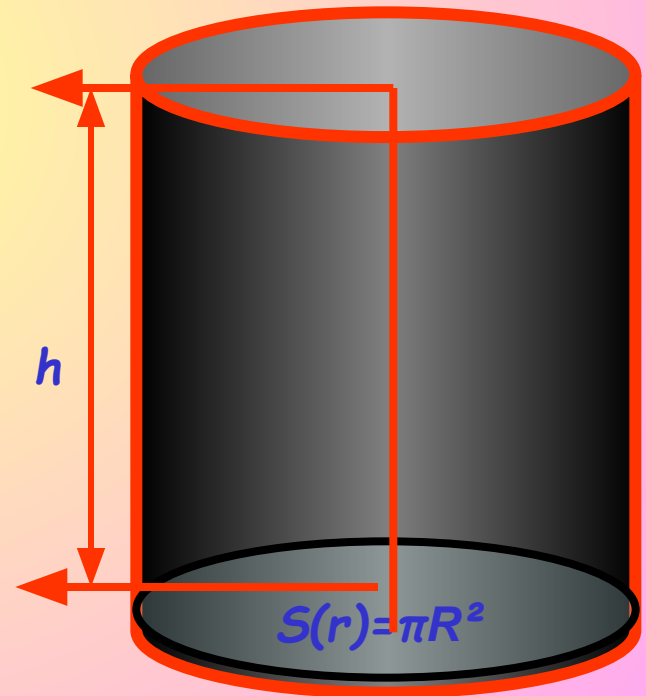
Описанная  
призма

# Теорема:

- Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

$$V=S*h$$

$$V=\pi R^2 * h$$



## Доказательство:

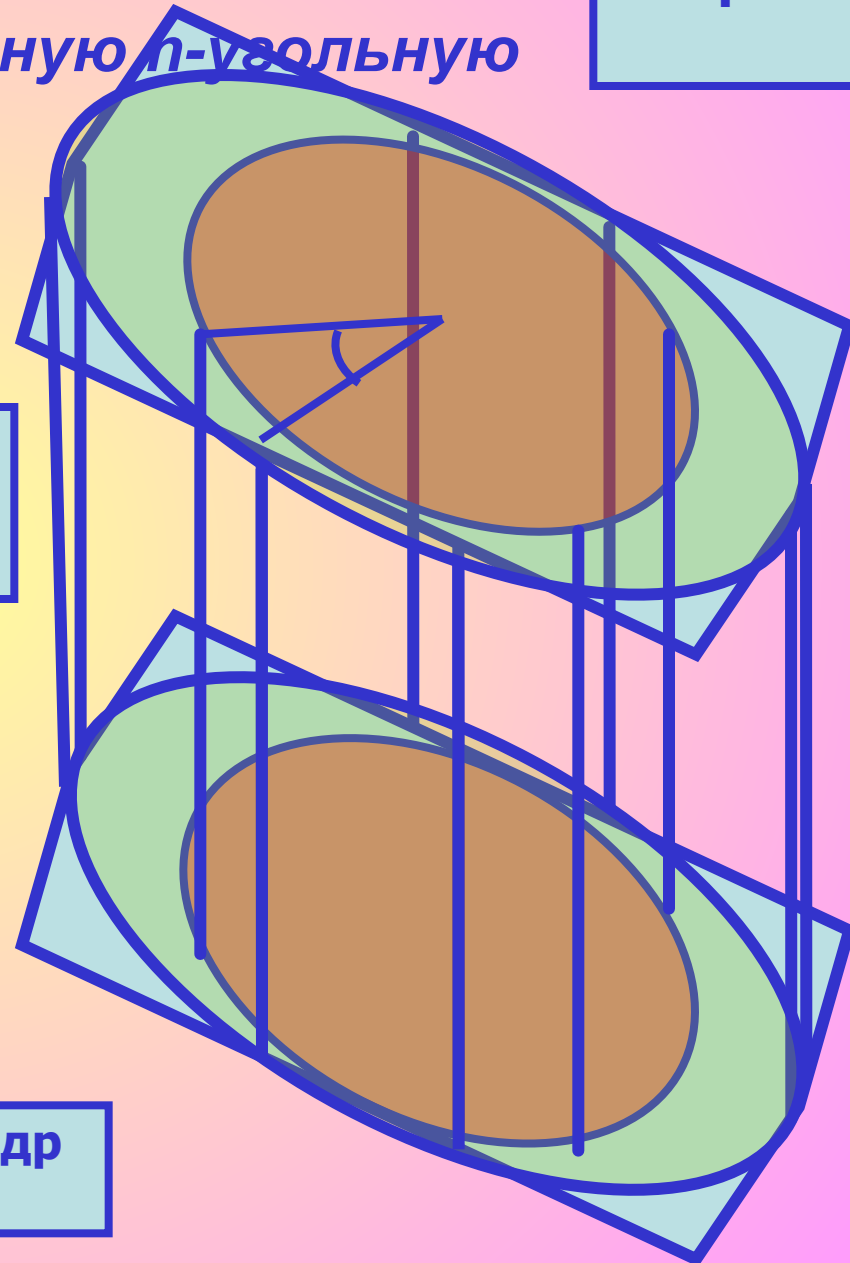
- Впишем в цилиндр правильную  $n$ -угольную призму  $F_n$ , а в  $F_n$  впишем
- цилиндр  $P_n$ .

$F_n = S_n \cdot h$  где  $S_n$  - площадь основания призмы  
Цилиндр  $P$  содержит призму  $F_n$ , которая в свою очередь, содержит цилиндр  $P_n$ .  
Тогда  $V_n < S_n \cdot h < V$  (1)  
Будем увеличивать число  $n \Rightarrow R_n = r \cos 180/n$   
при  $n \rightarrow +\infty$   
Поэтому:  $\lim V_n = V$   
Из неравенства (1) следует, что  $\lim S_n \cdot h = V$   
Но  $\lim S_n = \pi r^2$  таким образом  
 $V = \pi r^2 h$   
 $\pi r^2 = S \Rightarrow V = Sh$

Призма  
 $F_n$

Цилиндр  
 $P_n$

Цилиндр  
 $P$



## **Свойство объемов №1**

**Равные тела имеют равные объемы**

## **Свойство объемов №2**

**Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.**

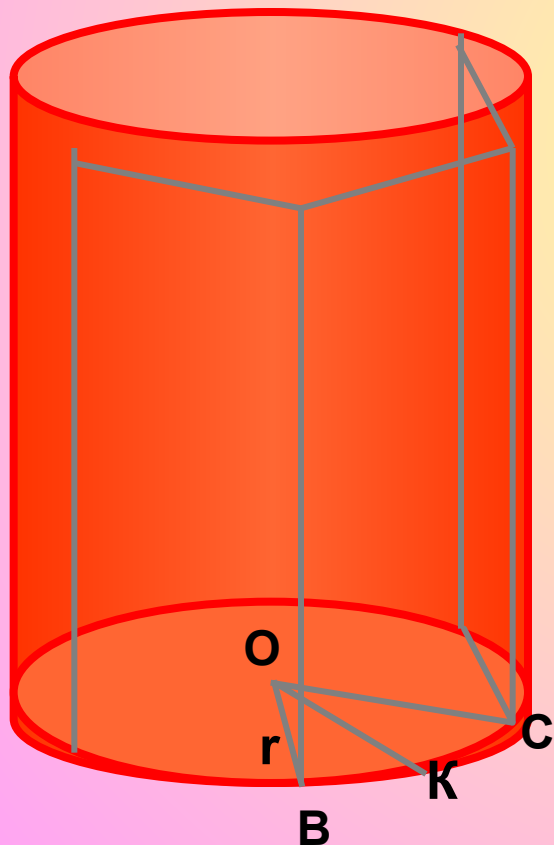
## **Свойство объемов №3**

**Если одно тело содержит другое, то объем первого тела не меньше объема второго.**

Зад. № 671г)

Дано: Цилиндр, вписанная n-угольная призма, n=8.

Найти:  $V_{\text{пр.}} / V_{\text{цил.}}$



Решение:  $\angle BOC = 360^{\circ}/8 = 45^{\circ}$ .

$$S_{\text{BOC}} = 1/2 OB * OC * \sin \angle BOC = 1/2 r^2 * \sin 45 = 1/2 r^2 * \sqrt{2}/2 = r^2 \sqrt{2}/4.$$

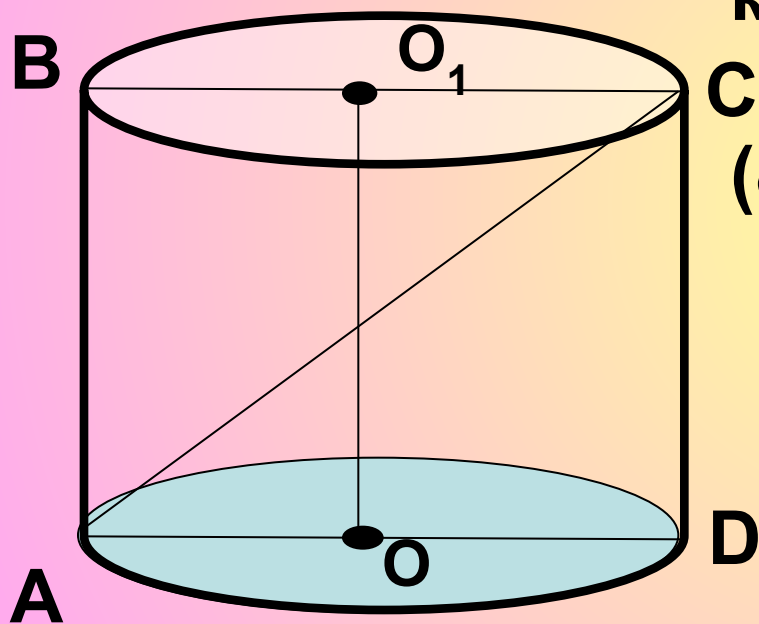
$$S_{\text{осн.пр.}} = 8 S_{\text{BOC}} = 8 r^2 \sqrt{2}/4 = 2 r^2 \sqrt{2}.$$

$$V_{\text{пр.}} = S_{\text{осн}} * h = 2 r^2 h \sqrt{2}$$

$$V_{\text{цил.}} = \pi r^2 h. \quad V_{\text{пр.}} / V_{\text{цил.}} = 2\sqrt{2}/\pi$$

Ответ:  $2\sqrt{2}/\pi$

**№ 523** Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна  $8\sqrt{2}$  см. Найдите: объем цилиндра.



Решение:  $AC=8\sqrt{2}$ , т.к. ABCD-квадрат. Пусть  $CD=a$ , тогда

$$AC^2 = CD^2 + AD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

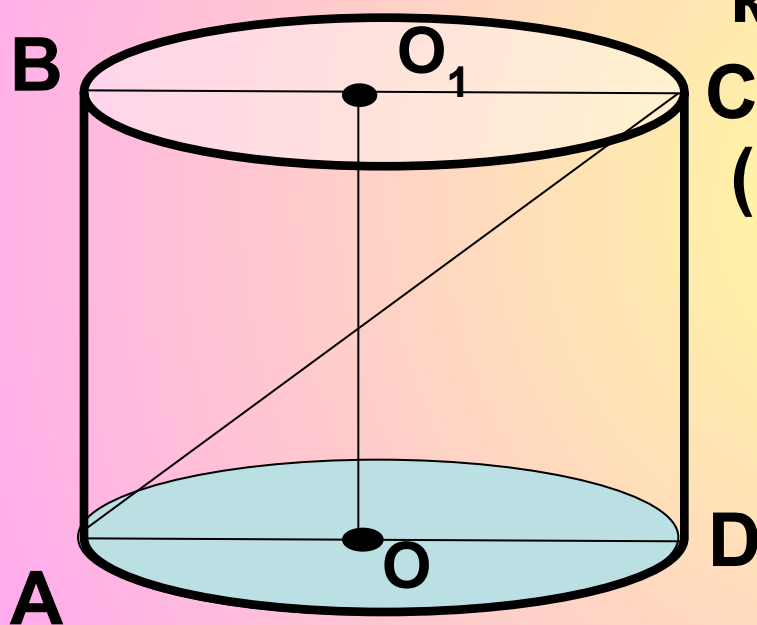
$$a = 8 \text{ см}$$

$$V = S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$S_{\text{осн.}} = \pi r^2 \quad V = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 128\pi$$

$$V = 128\pi \text{ см}^3$$

Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна  $6\sqrt{2}$  см. Найдите: объем цилиндра.



Решение:  $AC=8\sqrt{2}$ , т.к. ABCD-квадрат. Пусть  $CD=a$ , тогда

$$AC = AD = a$$
$$(6\sqrt{2})^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$a = 6 \text{ см}$$

$$V = S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$S_{\text{осн.}} = \pi r^2$$

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 54\pi$$

$$V = 54 \pi \text{ см}^3$$

№ 1 Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 6 см и острым углом  $45^\circ$ . Объем призмы равен  $108 \text{ см}^3$ . Найдите площадь полной поверхности призмы.

Дано:  $ABC$ - прямоугольный треугольник  $AC=6, \angle CBA=45^\circ, V=108 \text{ м}^3$ .

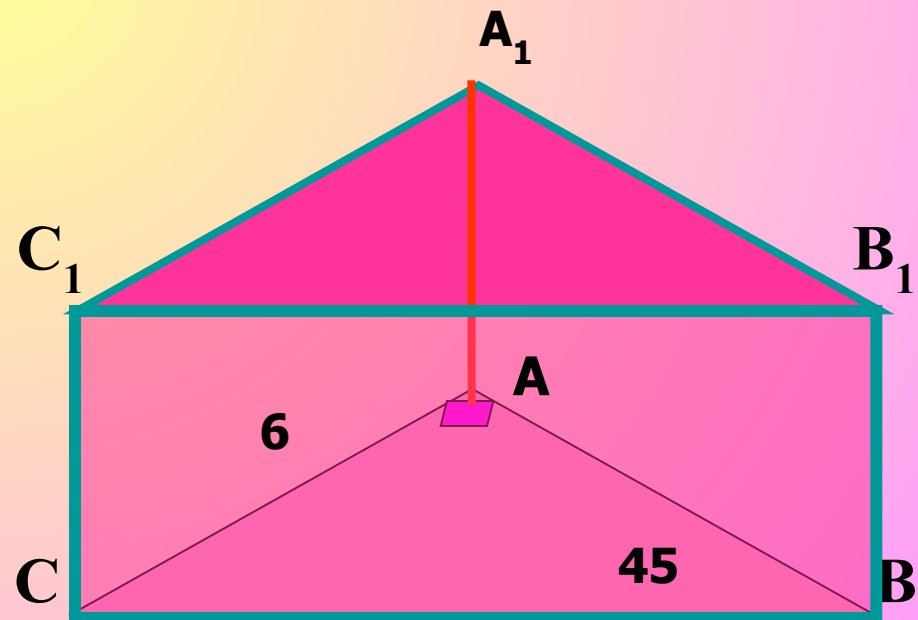
Найти:  $S_{ABCA_1B_1C_1}$  ?

Решение:

$S$

$V$

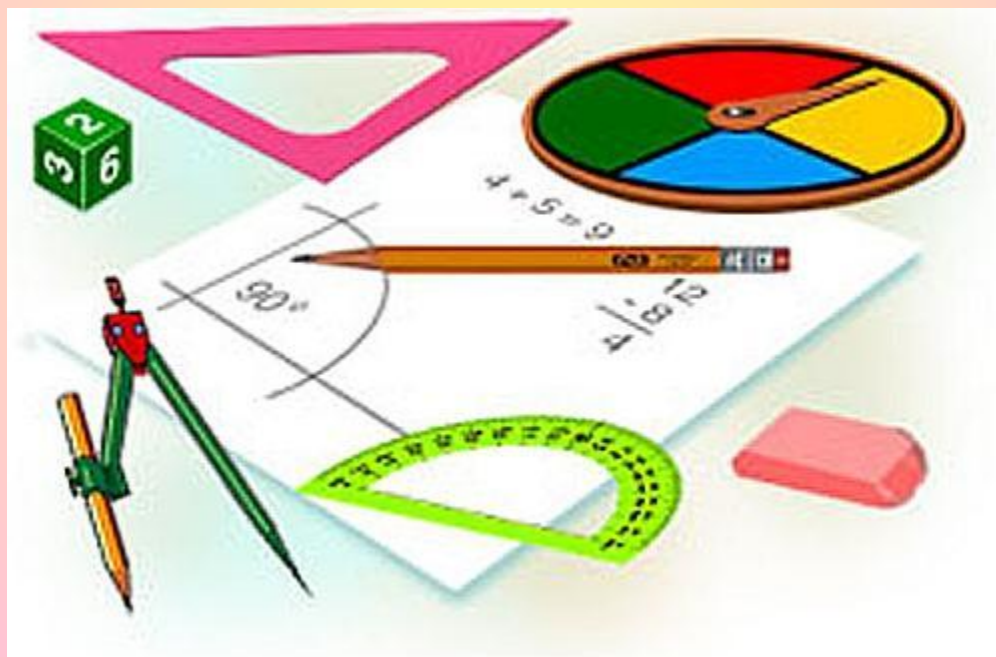
Ответ:





# Домашнее задание

П.74,75,76,77 № 666 б, 669, 671 а,б



# Библиография

- ❖ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев  
«Геометрия, 10-11», М., Просвещение, 2007
- ❖ В.Я. Яровенко «Поурочные разработки по геометрии», Москва, «ВАКО», 2006



**УСПЕХОВ!**

