

**Муниципальное общеобразовательное
учреждение**

**«Лермонтовская средняя
общеобразовательная школа»**

Учебный проект по математике

«Морской пейзаж»

**Выполнила учащаяся 9 класса
Логвинова Надежда**

Проблема:

построение графиков функций с помощью преобразований.

Цель:

познакомиться с преобразованиями графиков элементарных функций с дальнейшим применением их на практике.

Задачи:

- закрепить знания о видах функций;
- познакомиться с правилами преобразования графиков;
- научиться строить графики функций с модулем с помощью преобразований;
- познакомиться с понятием кусочной функции;
- использовать компьютерные технологии для защиты проекта.

План работы над проектом:

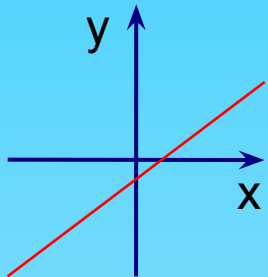
- изучение теории вопроса;
- выполнение практической части по этапам (построение графиков);
- работа над презентацией проекта.
- работа в Paint по оформлению работы.

Используемые источники:

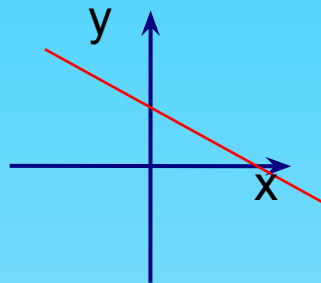
- материалы элективного курса «Графики улыбаются»;
- учебник «Алгебра», 9 класс;
- журнал «Математика в школе»;

Функция вида $y=kx + b$ — линейная

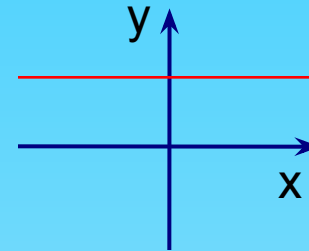
$k > 0$



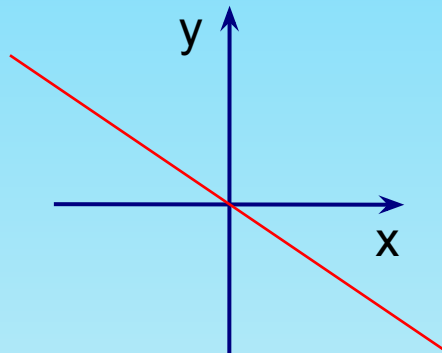
$k < 0$



$k=0, y= b$



$b=0, y=kx$



Функция вида $y = ax^2 + bx + c$ – квадратичная функция, где x – независимая переменная, a , b , c – некоторые числа, причем a не равно нулю.

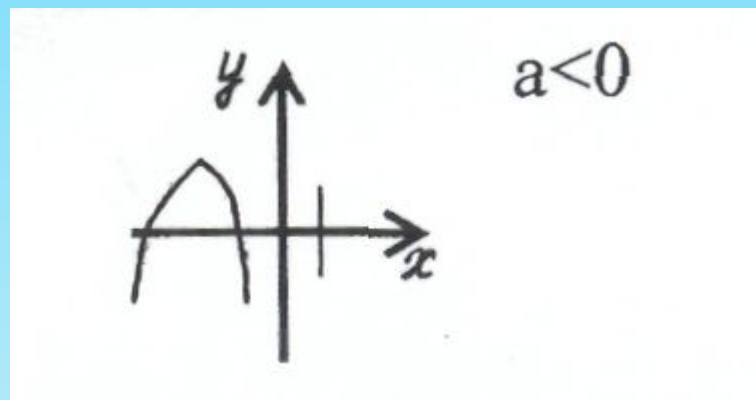
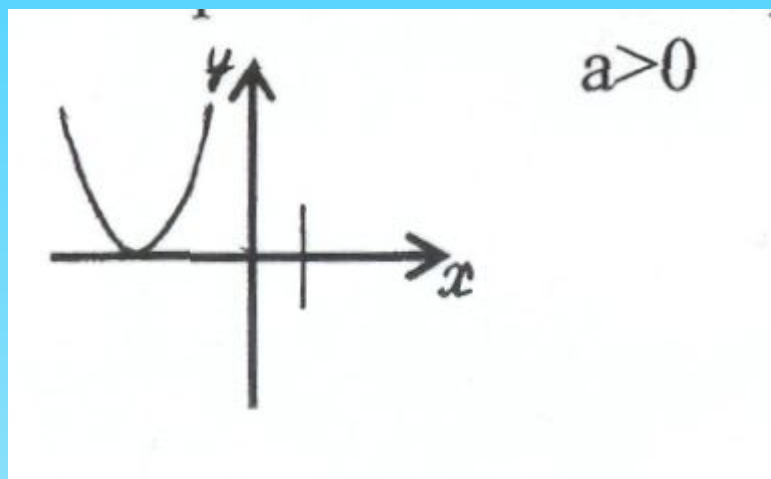
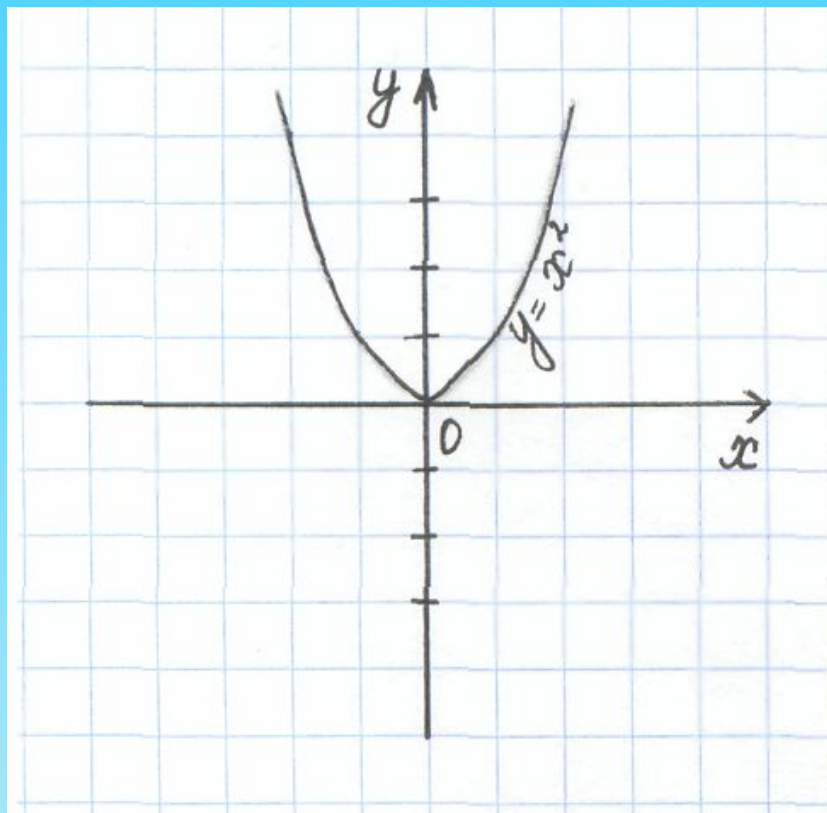


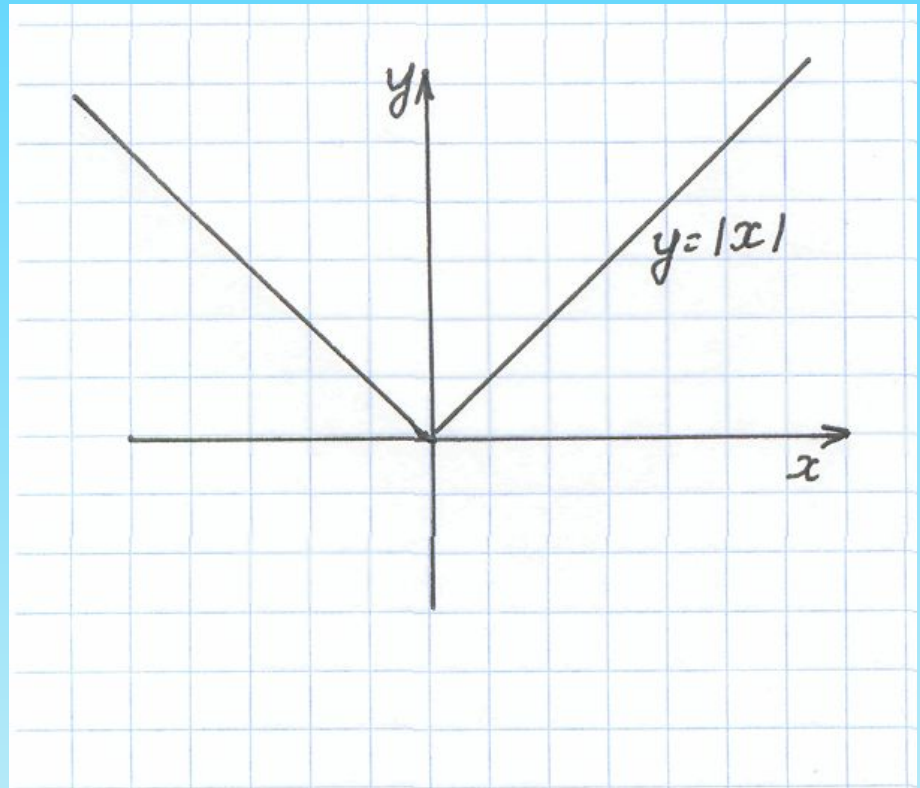
график $y = ax^2$ проходит
через начало координат



Функция вида $y = |x|$

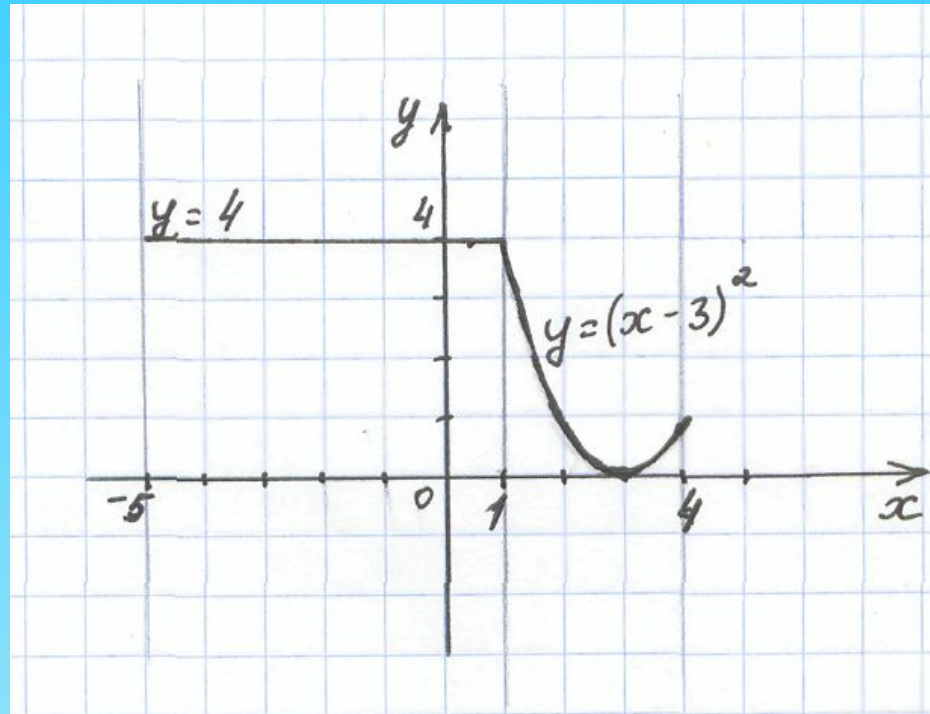
По определению модуля, функцию $y = |x|$ можно задать, следующим образом:

$$y = |x| = \begin{cases} x, & \text{при } x \geq 0 \\ -x, & \text{при } x \leq 0 \end{cases}$$



кусочная функция – это функция определенная разными формулами на различных участках числовой прямой, например

$$y = \begin{cases} 4, & -5 \leq x \leq 1 \\ (x-3)^2, & 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

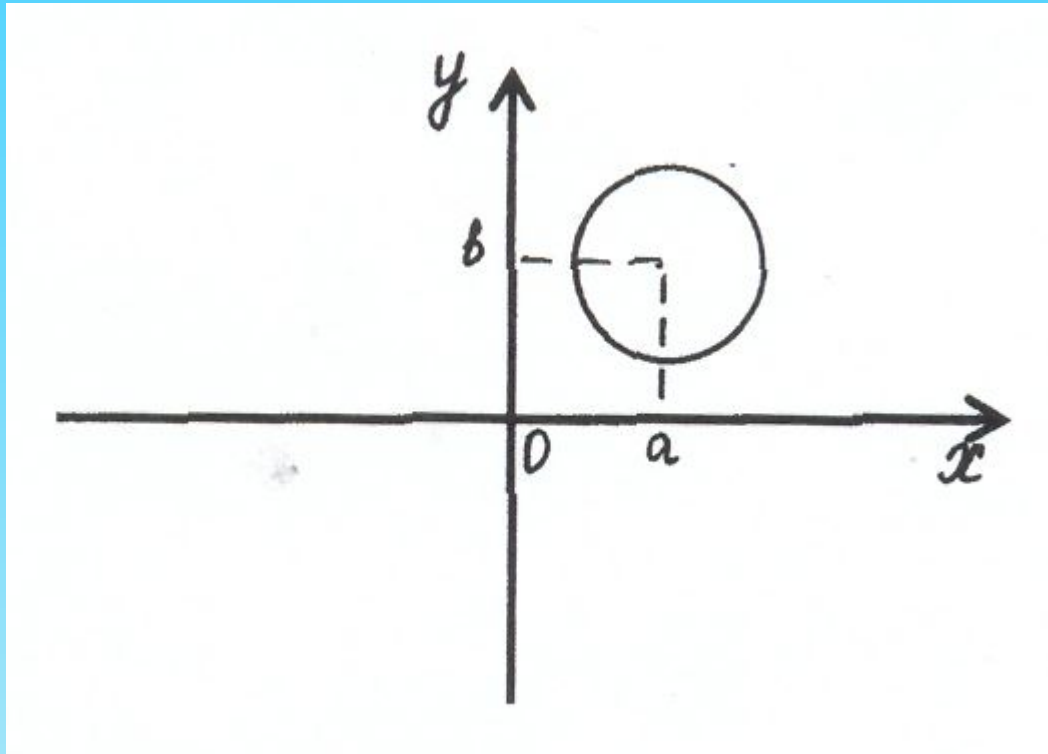


Чтобы построить график кусочной функции, нужно:

1. Построить в одной системе координат графики входящих функций;
2. Провести прямые $x=-5$, $x=1$, $x=4$, где -5 , 1 , 4 - граничные точки;
3. На каждой составляющей области определения $[-5; 1]$, $[1; 4]$ выбрать тот график, который соответствует входящей функции на этой составляющей;

Уравнение вида $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ -

окружность с центром в точке $O(a; b)$ и радиусом R



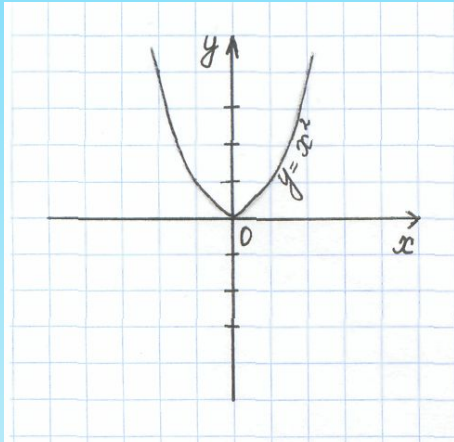
Преобразования графиков

1. $y=f(x) + A$ – параллельный перенос вдоль оси ОУ.

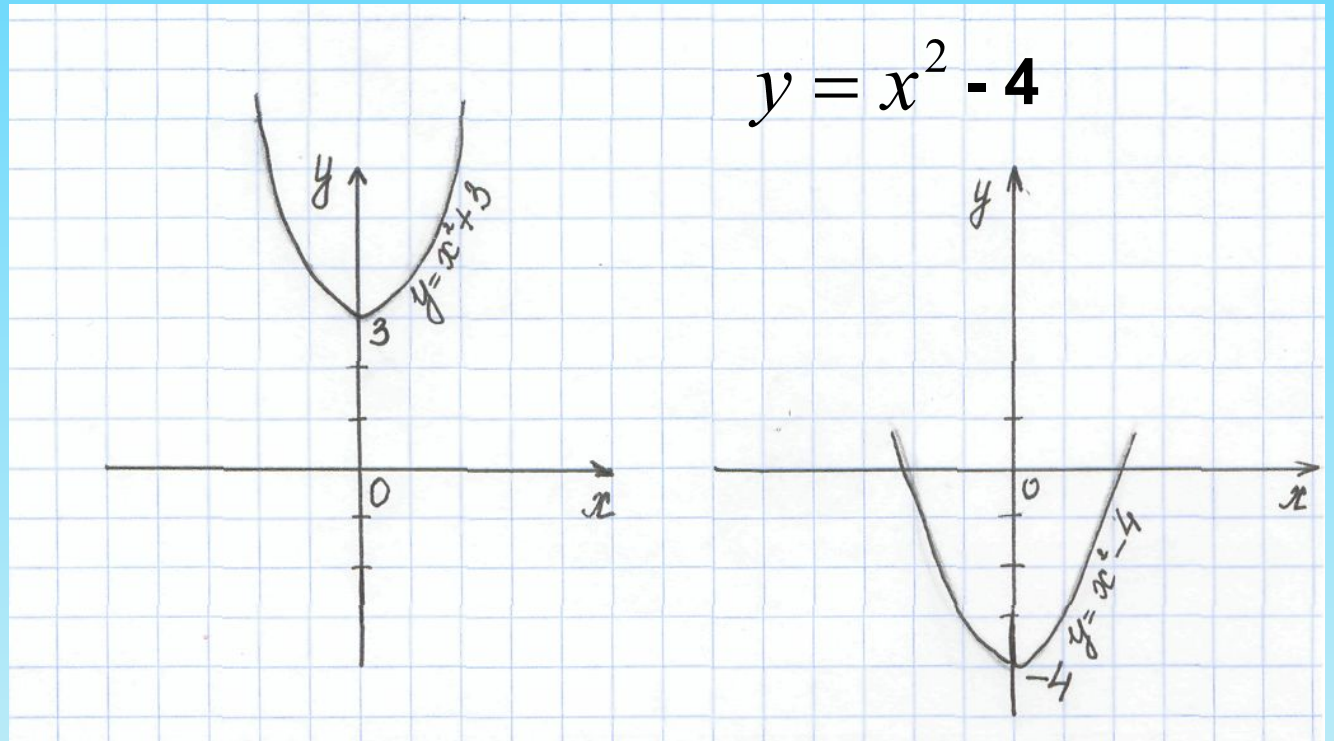
Если $A > 0$, то параллельный перенос графика вдоль оси ОУ вверх.

Если $A < 0$, то параллельный перенос графика вдоль оси ОУ вниз.

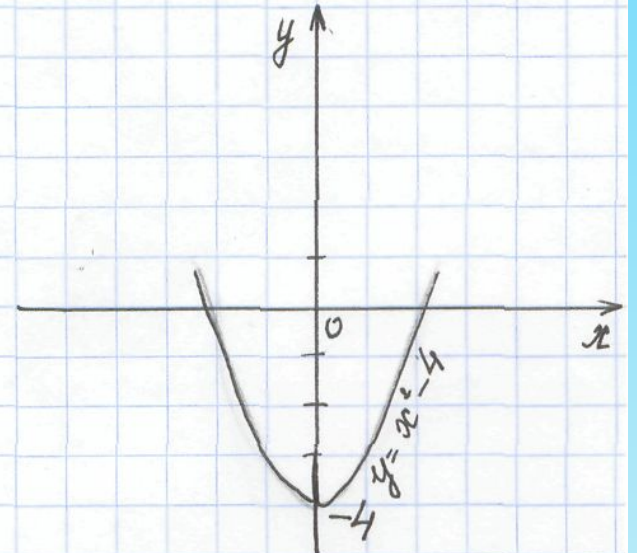
$$y = x^2$$

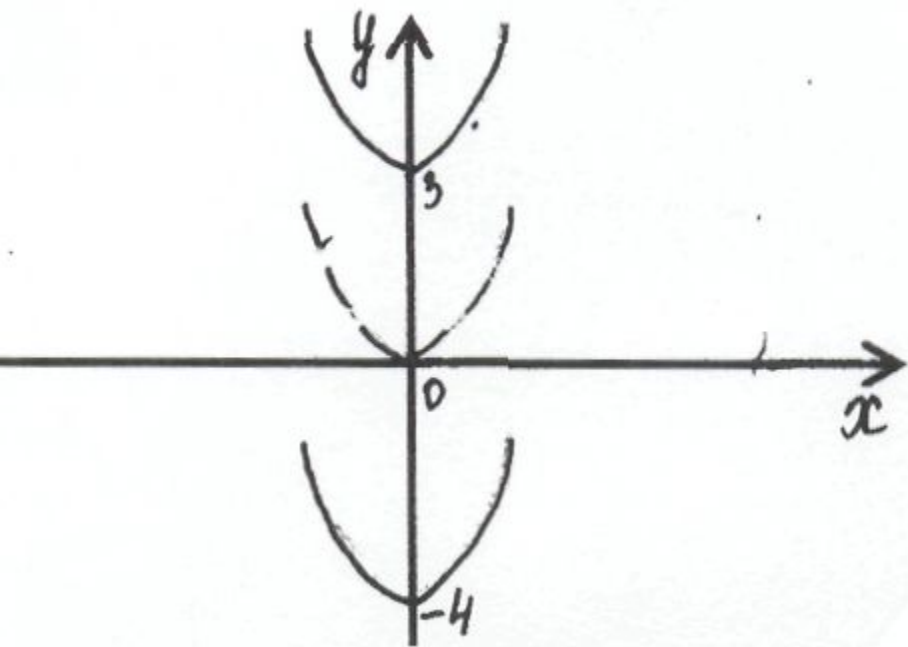


$$y = x^2 + 3$$



$$y = x^2 - 4$$





$$y = x^2$$

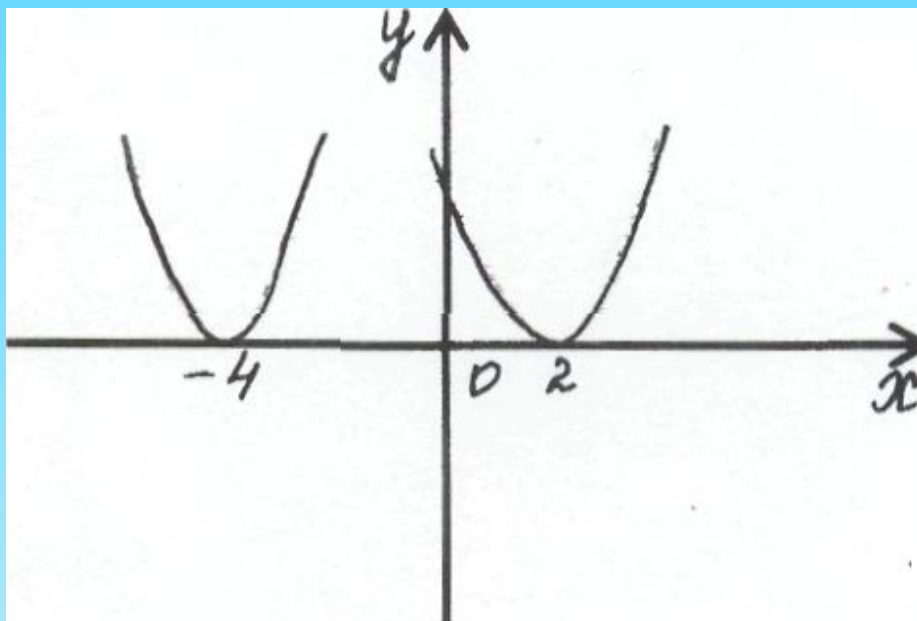
$$y = x^2 + 3$$

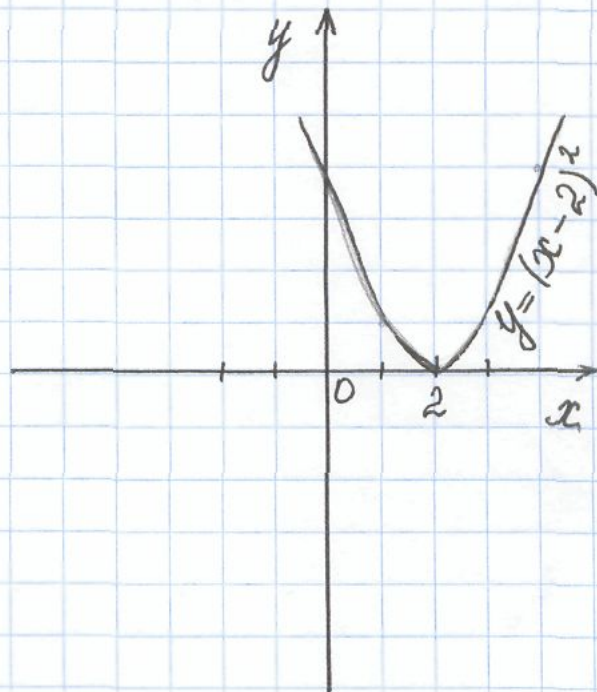
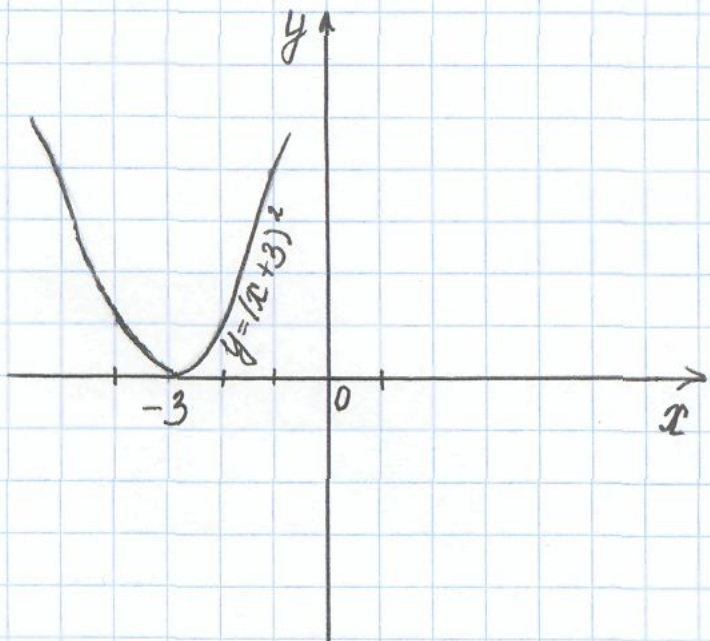
$$y = x^2 - 4$$

2. $y = f(x - a)$ – параллельный перенос вдоль оси Ox ,

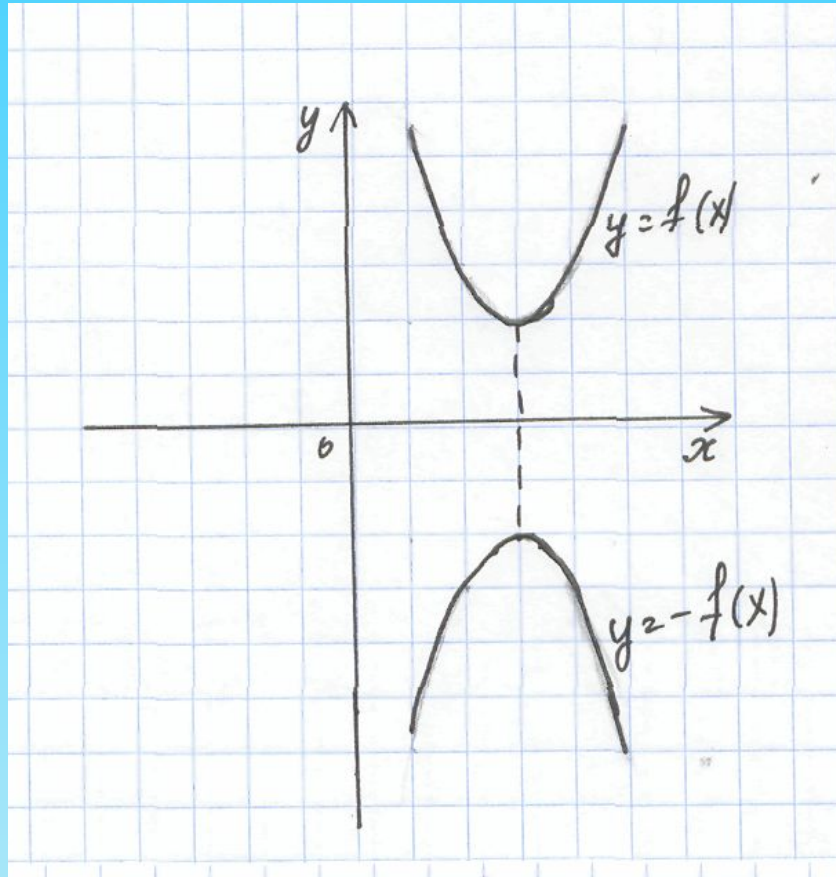
Если $a > 0$, то параллельный перенос графика вдоль оси Ox в положительном направлении,

Если $a < 0$, то параллельный перенос графика вдоль оси Ox в отрицательном направлении





3. $y = -f(x)$ – симметричное отражение графика $y = f(x)$ относительно Ox



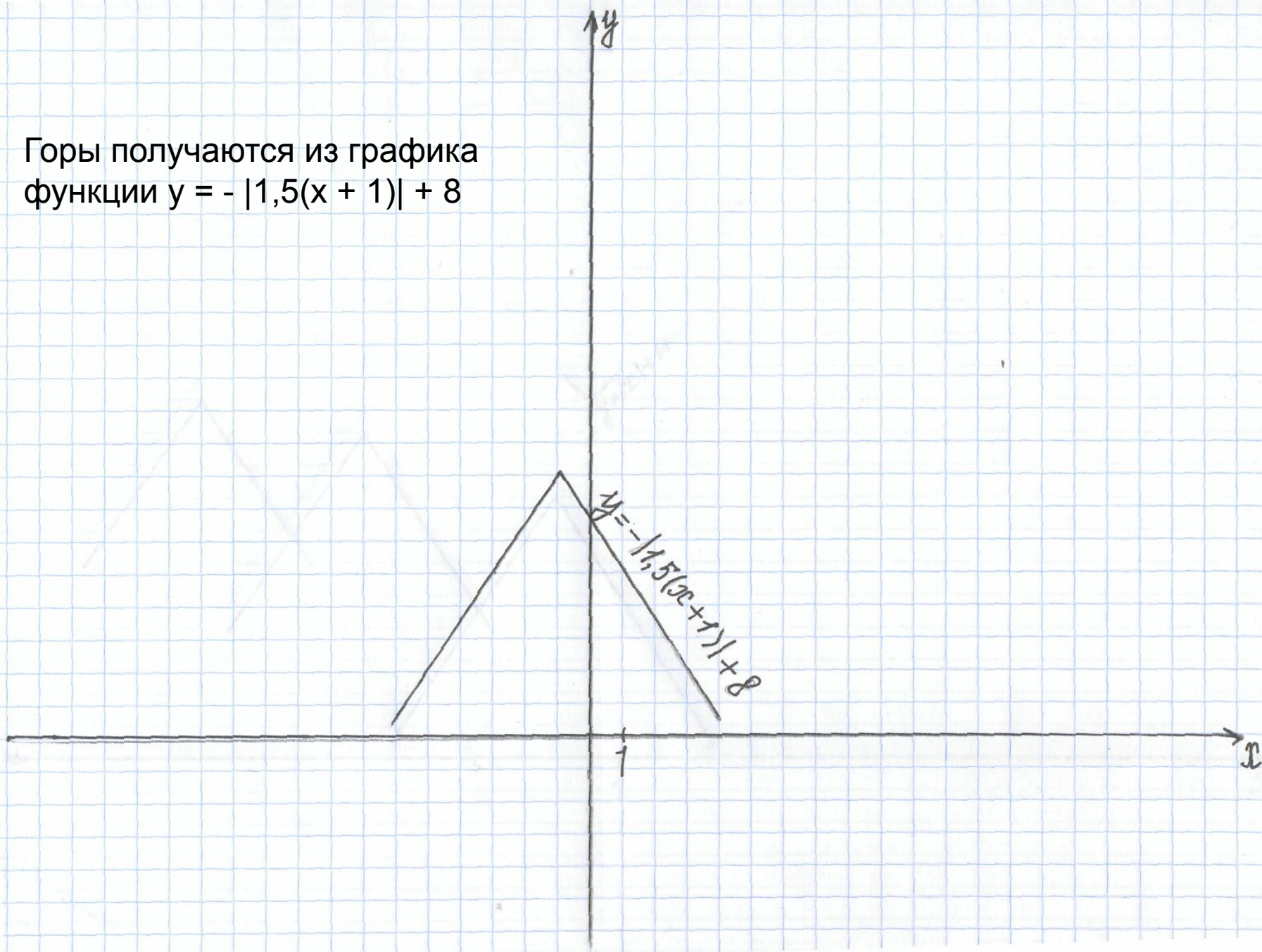
Практическая часть

1. Построение гор

Горы получаются из графика функции $y = -|1,5(x + 1)| + 8$,
Для этого сначала построили график $y = -|1,5x|$ и выполнила преобразования по следующей схеме.

1. Параллельный перенос вдоль оси Ox на 1 единицу влево и параллельный перенос вдоль оси Oy на 8 единиц вверх,
получим $y = -|1,5(x + 1)| + 8$ на промежутке $[-6; 4]$

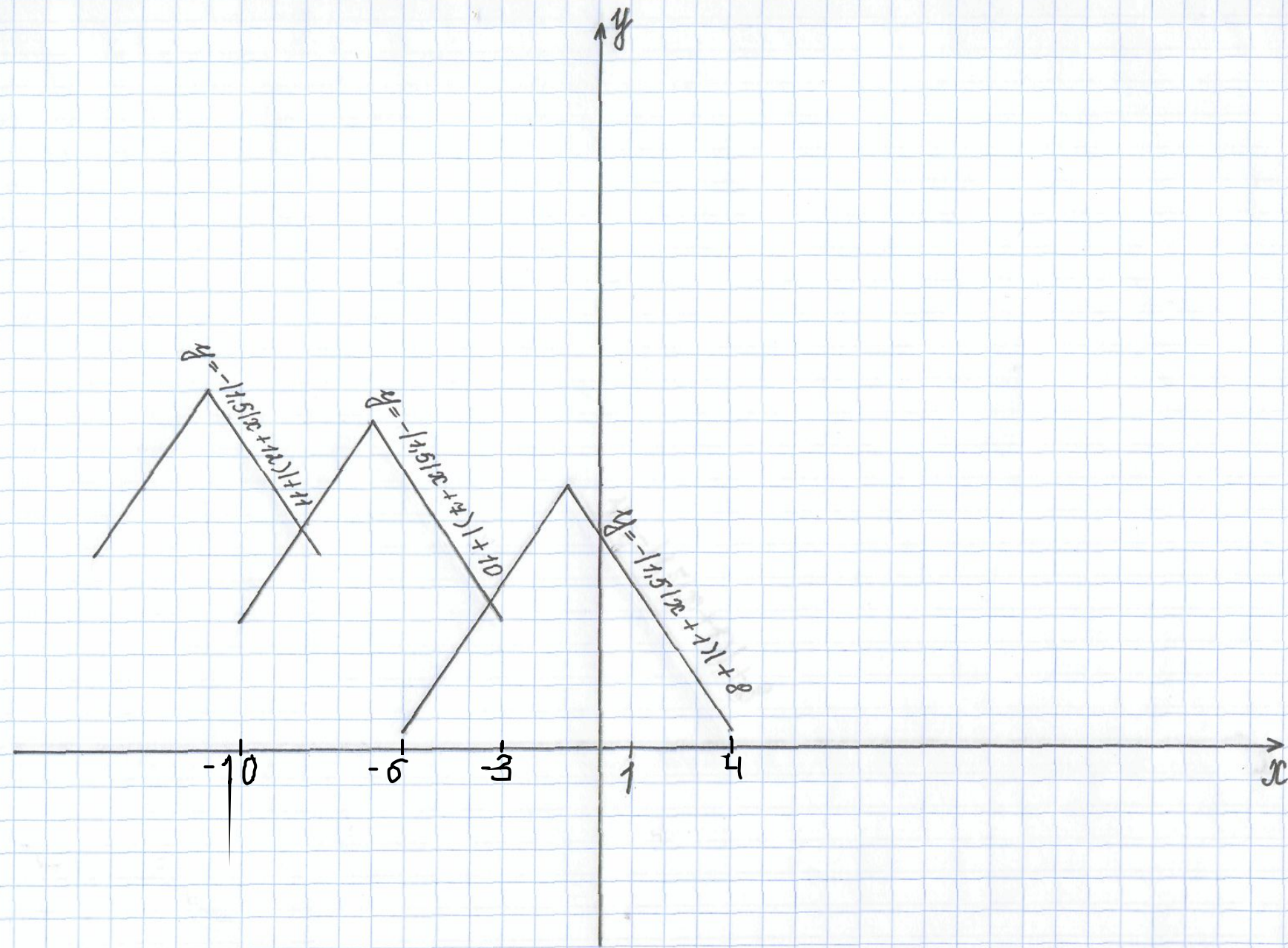
Горы получаются из графика
функции $y = -|1,5(x + 1)| + 8$



Аналогично

$y = -| 1,5(x + 7) | + 10$ на промежутке $[-10; -3]$

$y = -| 1,5(x +12) | + 11$ на промежутке $[-16; -9]$



Построение чаек

Чайки получаются из графика функции $y = |x|$.

Преобразования выполним по следующей схеме.

1. Параллельный перенос вдоль оси ОУ на 11 единиц вверх получим $y = |x| + 11$ на интервале $[-1; 1]$
2. Параллельный перенос вдоль оси ОХ на 2 единицы вправо и параллельный перенос вдоль оси ОУ на 12 единиц вверх, получим $y = |x - 2| + 12$ на интервале $[1; 3]$

Аналогично

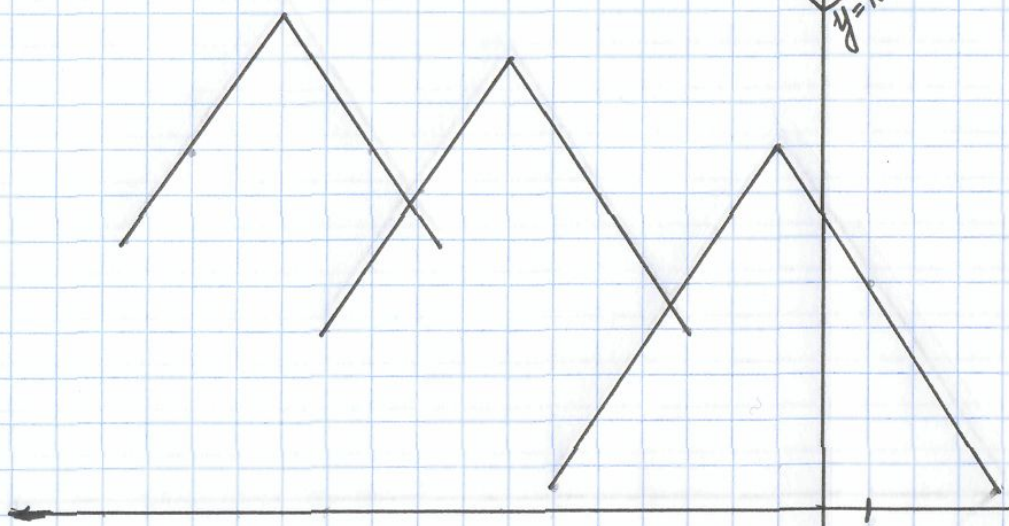
- $y = |x - 1| + 14$ - на интервале $[0; 2]$
- $y = |x - 4| + 16$ - на интервале $[3; 5]$
- $y = |x + 2| + 13$ - на интервале $[-3; -1]$
- $y = |x + 1| + 16$ - на интервале $[-2; 0]$.

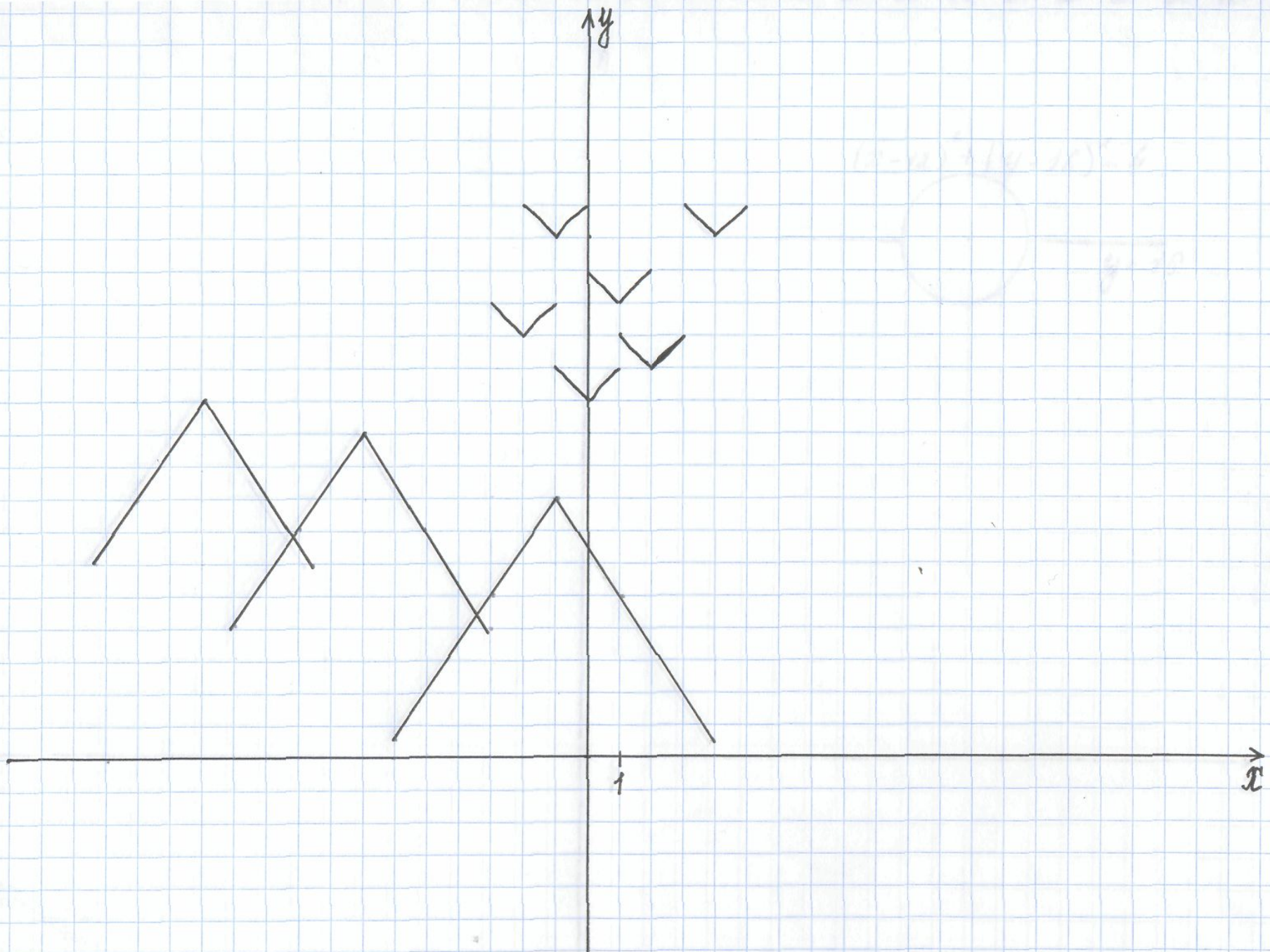
Таким образом, изобразила шесть чаек.

y

x

$$y = |x| + 11$$





$f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2$

Построение солнца.

Уравнение окружности:

$$(x - 12)^2 + (y - 16)^2 = 4.$$

Центр окружности точка $O(12;16)$ и радиус $R=2$.

Лучи

1^{ый} луч: $y = 16$ прямая параллельная оси OX . Построим на промежутке $[6; 10] \cup [14; 18]$

2^{ой} луч: Прямая $y = x + 4$.

Для того чтобы найти интервалы ограничения найдем точки пересечения с окружностью.

$$\left\{ \begin{array}{l} (x - 12)^2 + (y - 16)^2 = 4 \\ y = x + 4 \end{array} \right.$$

$$(x - 12)^2 + (x + 4 - 16)^2 = 4$$

$$(x - 12)^2 + (x - 12)^2 = 4$$

Заменяем скобку $x - 12$ переменной t

$$2t^2 = 4$$

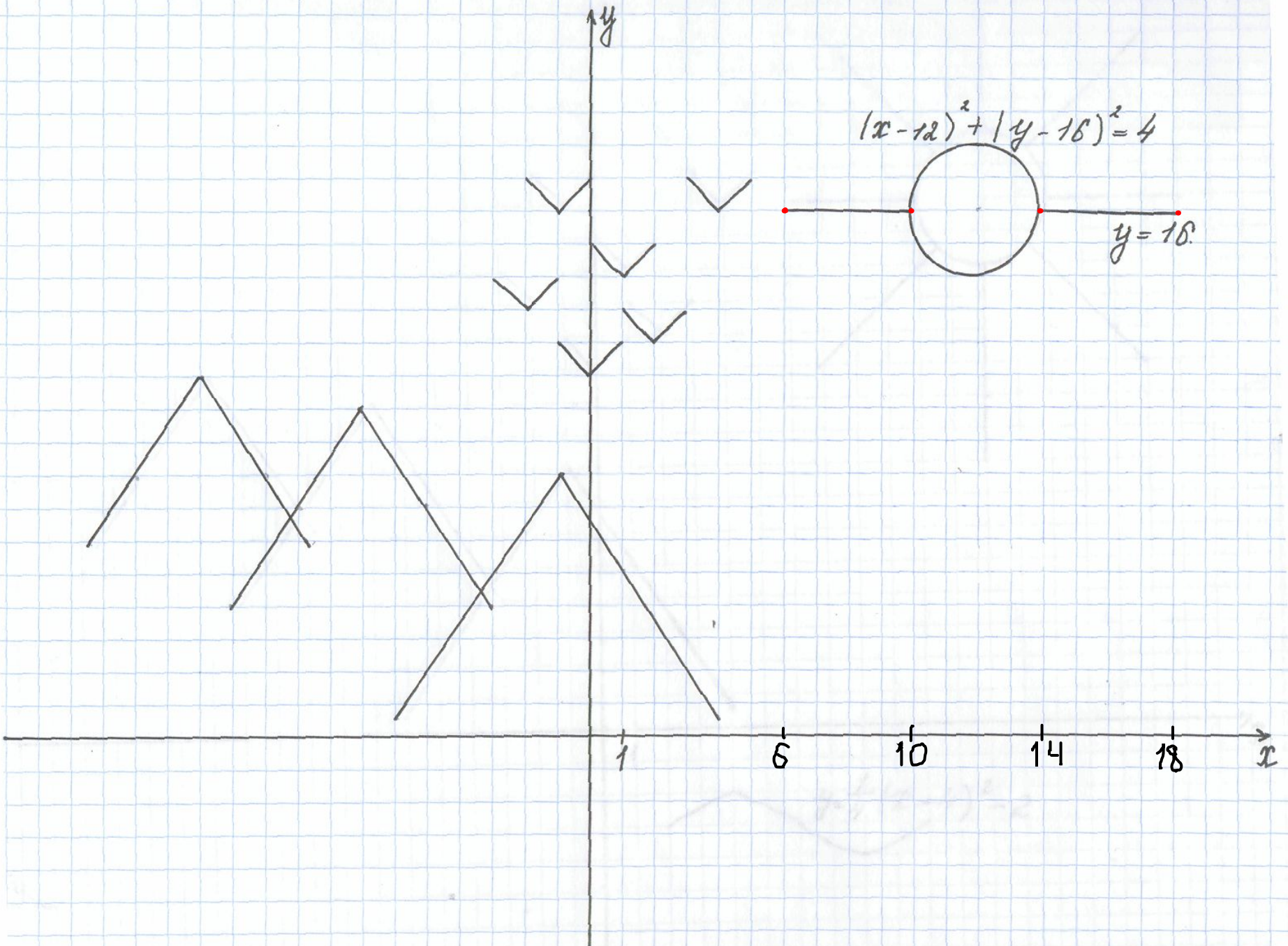
$$t^2 = 2$$

$$t = \pm\sqrt{2}$$

$$x - 12 = -\sqrt{2} \quad x = -\sqrt{2} + 12$$

$$x - 12 = \sqrt{2} \quad x = \sqrt{2} + 12$$

Теперь строим прямую $y = x + 4$ на промежутке
 $[6; -\sqrt{2} + 12] \cup [\sqrt{2} + 12; 16]$



$$(x-12)^2 + (y-16)^2 = 4$$

$$y = 16$$

1 6 10 14 18 x

3^{ий} луч: Прямая $y = -x + 28$.

Для того чтобы найти интервалы ограничения найдем окружностью.

$$\begin{cases} (x - 12)^2 + (y - 16)^2 = 4 \\ y = -x + 28 \end{cases}$$

$$(x - 12)^2 + (-x + 28 - 16)^2 = 4$$

$$(x - 12)^2 + (-x + 12)^2 = 4$$

Аналогично выше решенному.

$$x - 12 = \sqrt{2} \quad x = \sqrt{2} + 12$$

Теперь строим прямую $y = -x + 28$ на промежутке
 $[7; -\sqrt{2} + 12] \cup [\sqrt{2} + 12; 17]$

4. Построение волн

1. строим график $y = \frac{1}{4}x^2$

2. строим график $y = -\frac{1}{4}x^2$

параллельным переносом на 2 единицы по оси ОУ вниз
и вправо на 4 единицы в положительном направлении

получим

$$y = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 - 2. \text{ Построим на интервале } [2; 6]$$

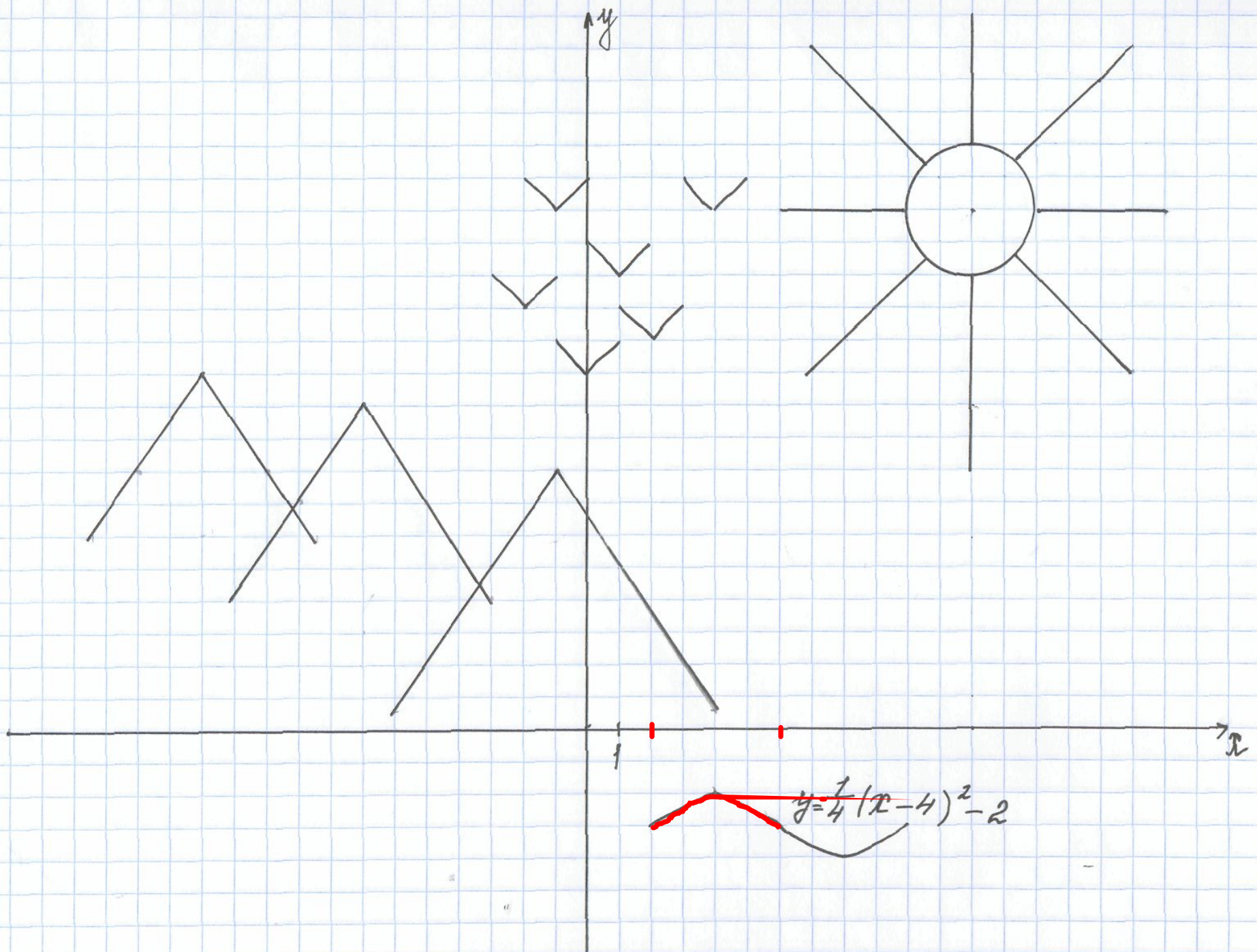
3. из графика $y = \frac{1}{4}x^2$

с помощью преобразований строим график

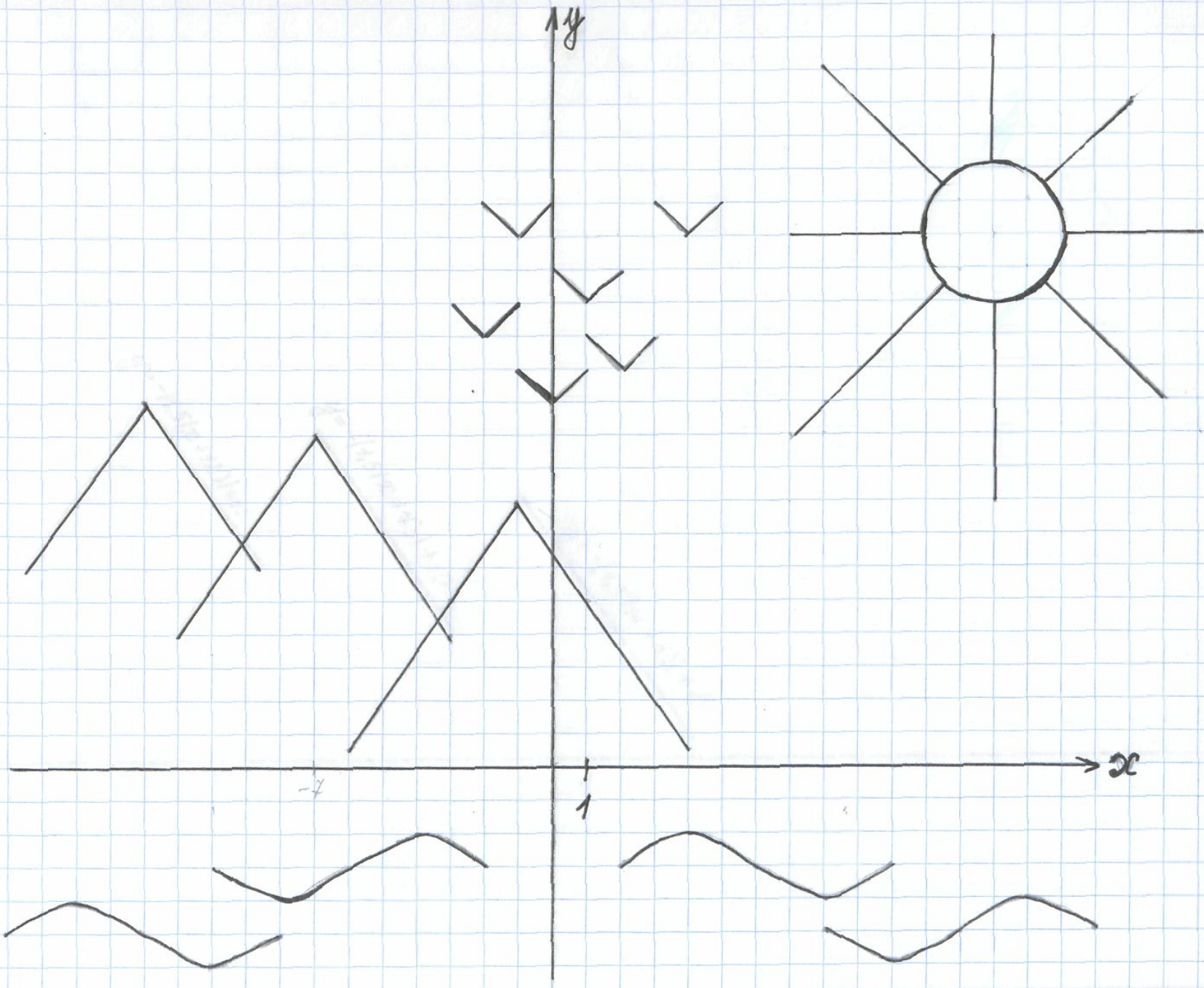
$$y = \frac{1}{4}(x - 8)^2 - 4 \text{ на интервале } [6; 10]$$

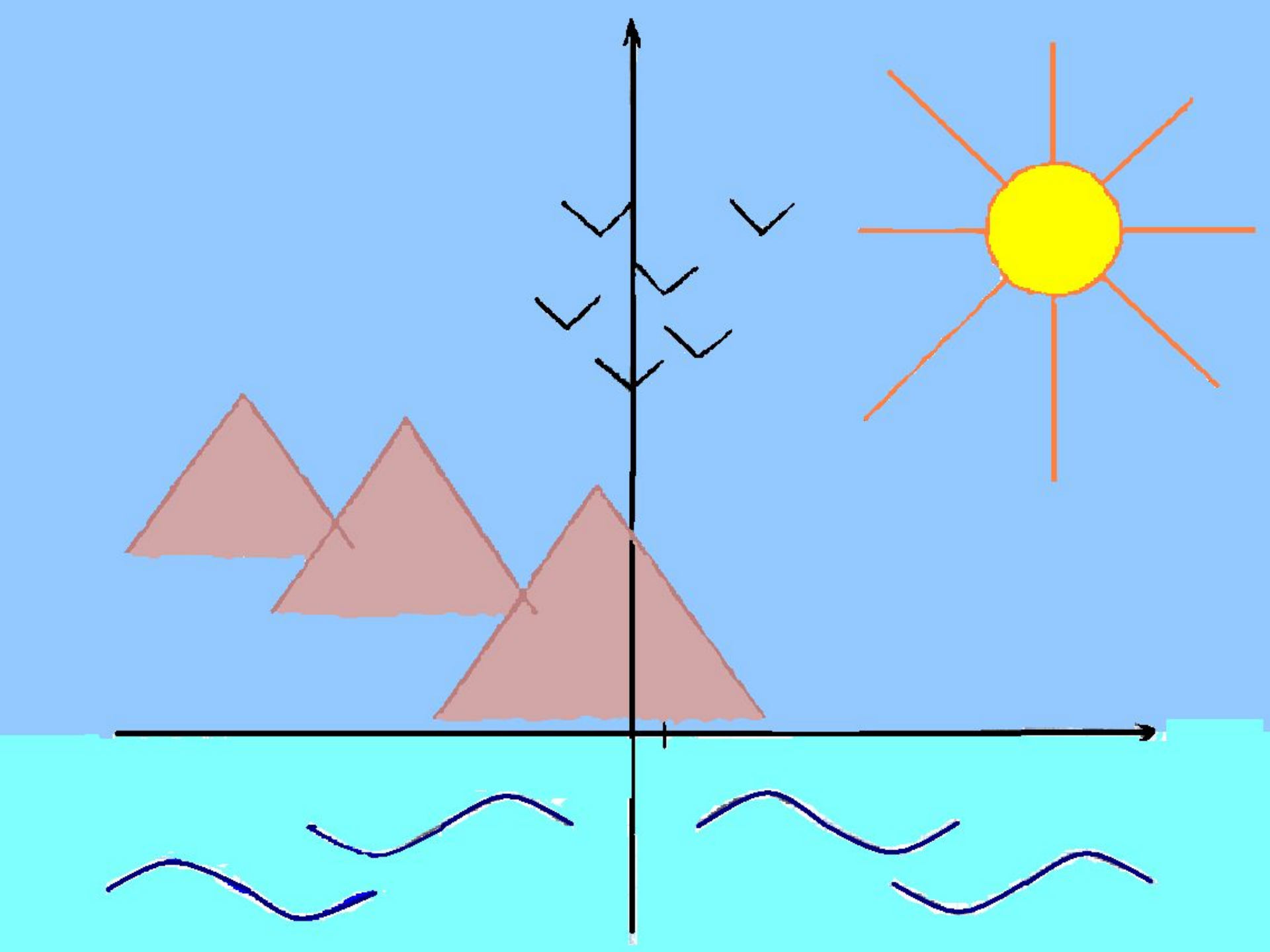
4. $y = \frac{1}{4} (x + 8)^2 - 4$ Построим на интервале $[-10; -6]$

$y = -\frac{1}{4} (x + 4)^2 - 2$ Построим на интервале $[-6; -2]$



$$y = \frac{1}{4}(x-4)^2 - 2$$





Блогодарю за внимание!