

**Муниципальное общеобразовательное  
учреждение**

**«Лермонтовская средняя  
общеобразовательная школа»**

**Учебный проект по математике  
«Морской пейзаж»**

**Выполнила учащаяся 9 класса  
Логвинова Надежда**

## Проблема:

построение графиков функций с помощью преобразований.

## Цель:

познакомиться с преобразованиями графиков элементарных функций с дальнейшим применением их на практике.

## Задачи:

- закрепить знания о видах функций;
- познакомиться с правилами преобразования графиков;
- научиться строить графики функций с модулем с помощью преобразований;
- познакомиться с понятием кусочной функции;
- использовать компьютерные технологии для защиты проекта.

## **План работы над проектом:**

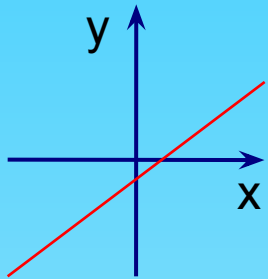
- изучение теории вопроса;
- выполнение практической части по этапам (построение графиков);
- работа над презентацией проекта.
- работа в Paint по оформлению работы.

## **Используемые источники:**

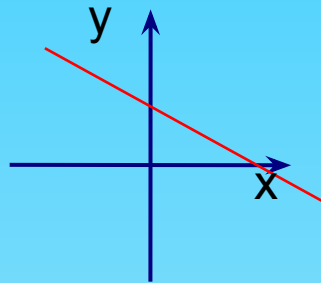
- материалы элективного курса «Графики улыбаются»;
- учебник «Алгебра», 9 класс;
- журнал «Математика в школе»;

# Функция вида $y=kx + b$ — линейная

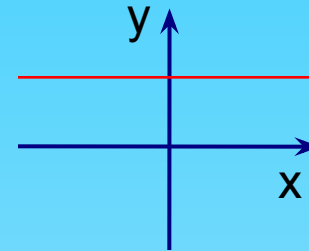
$k > 0$



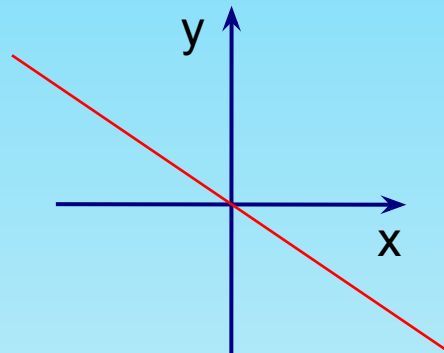
$k < 0$



$k=0, y= b$



$b=0, y=kx$



**Функция вида  $y = ax^2 + bx + c$  – квадратичная функция, где  $x$  – независимая переменная,  $a, b, c$  – некоторые числа, причем  $a$  не равно нулю.**

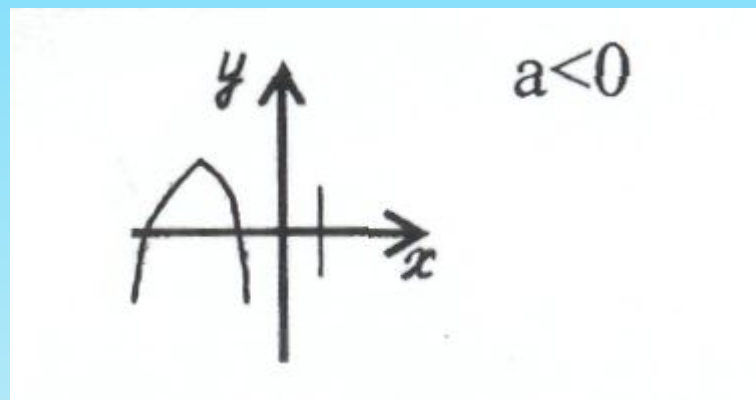
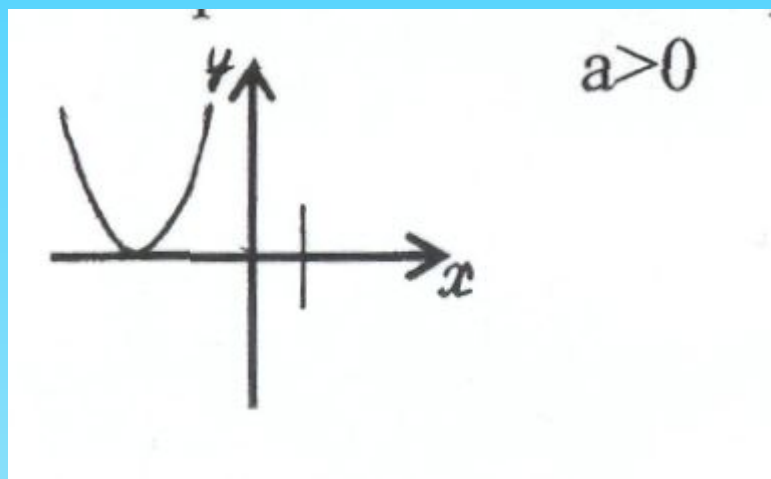
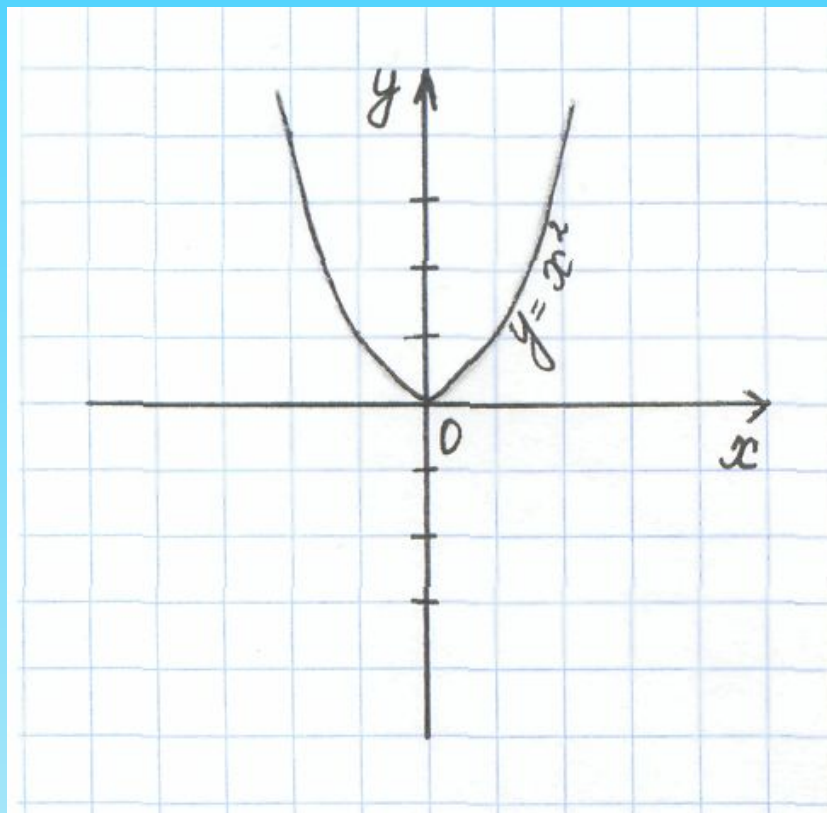


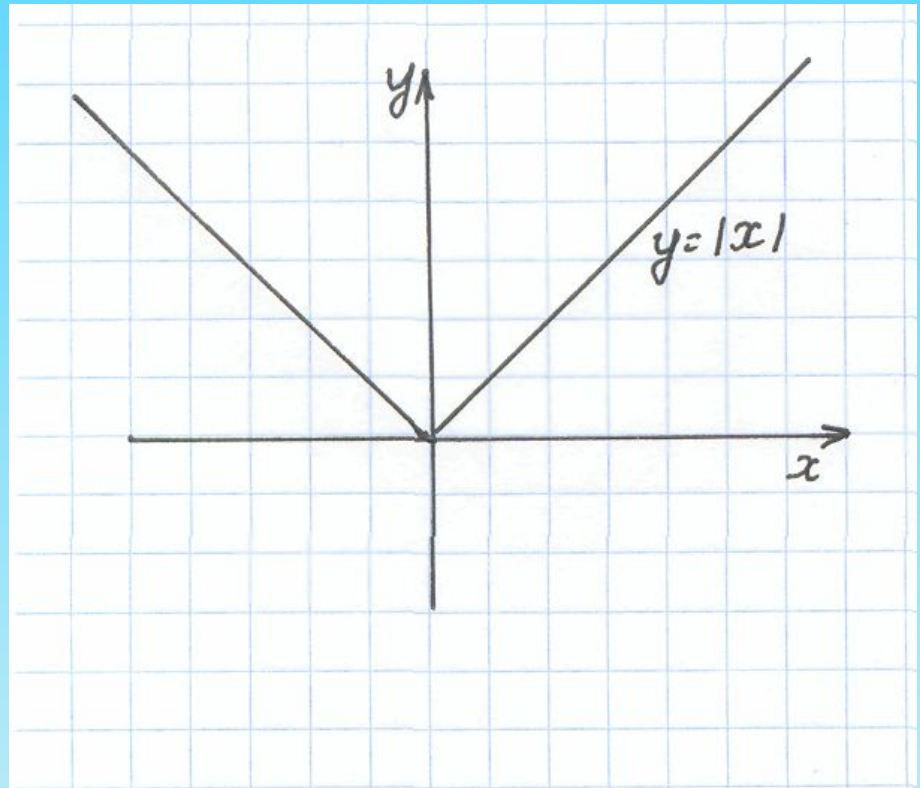
график  $y = ax^2$  проходит  
через начало координат



## Функция вида $y = |x|$

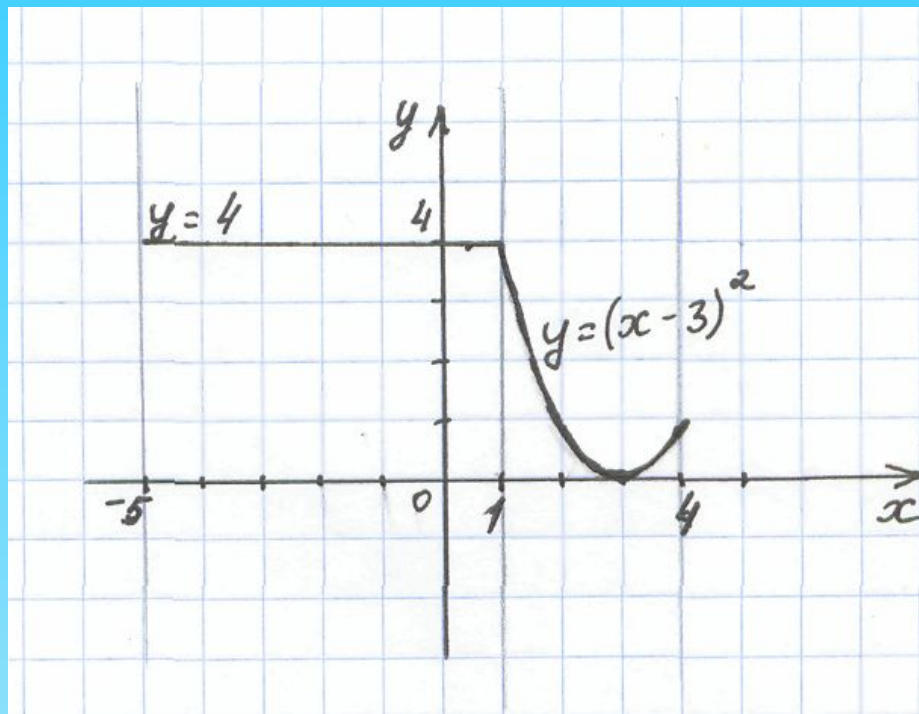
По определению модуля, функцию  $y = |x|$  можно задать, следующим образом:

$$y = |x| = \begin{cases} x, & \text{при } x \geq 0 \\ -x, & \text{при } x \leq 0 \end{cases}$$



**кусочная функция** – это функция определенная разными формулами на различных участках числовой прямой, например

$$y = \begin{cases} 4, & -5 \leq x \leq 1 \\ (x-3)^2, & 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$



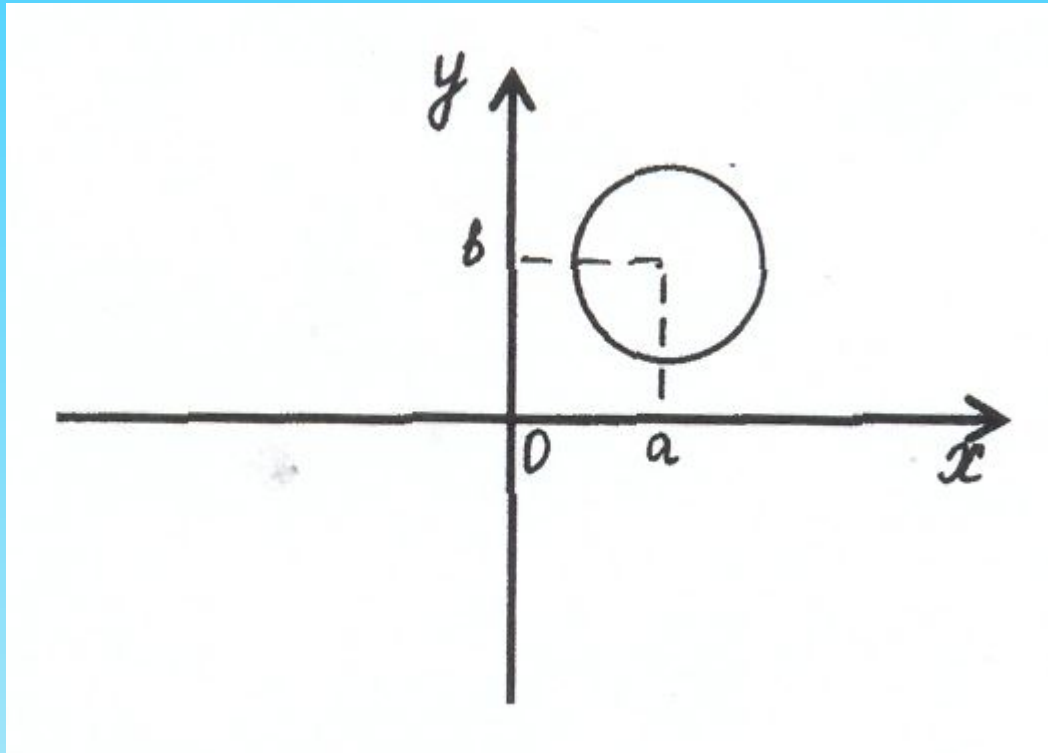
**Чтобы построить график кусочной функции, нужно:**

1. Построить в одной системе координат графики входящих функций;
2. Провести прямые  $x=-5$ ,  $x=1$ ,  $x=4$ , где  $-5$ ,  $1$ ,  $4$  - граничные точки;
3. На каждой составляющей области определения  $[-5; 1]$ ,  $[1; 4]$  выбрать тот график, который соответствует входящей функции на этой составляющей;



Уравнение вида  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  -

окружность с центром в точке  $O(a; b)$  и радиусом  $R$



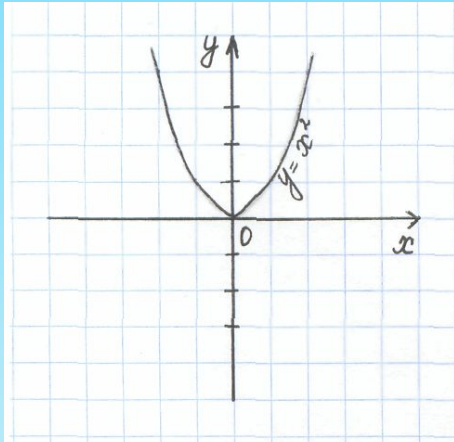
# Преобразования графиков

1.  $y=f(x) + A$  – параллельный перенос вдоль оси ОУ.

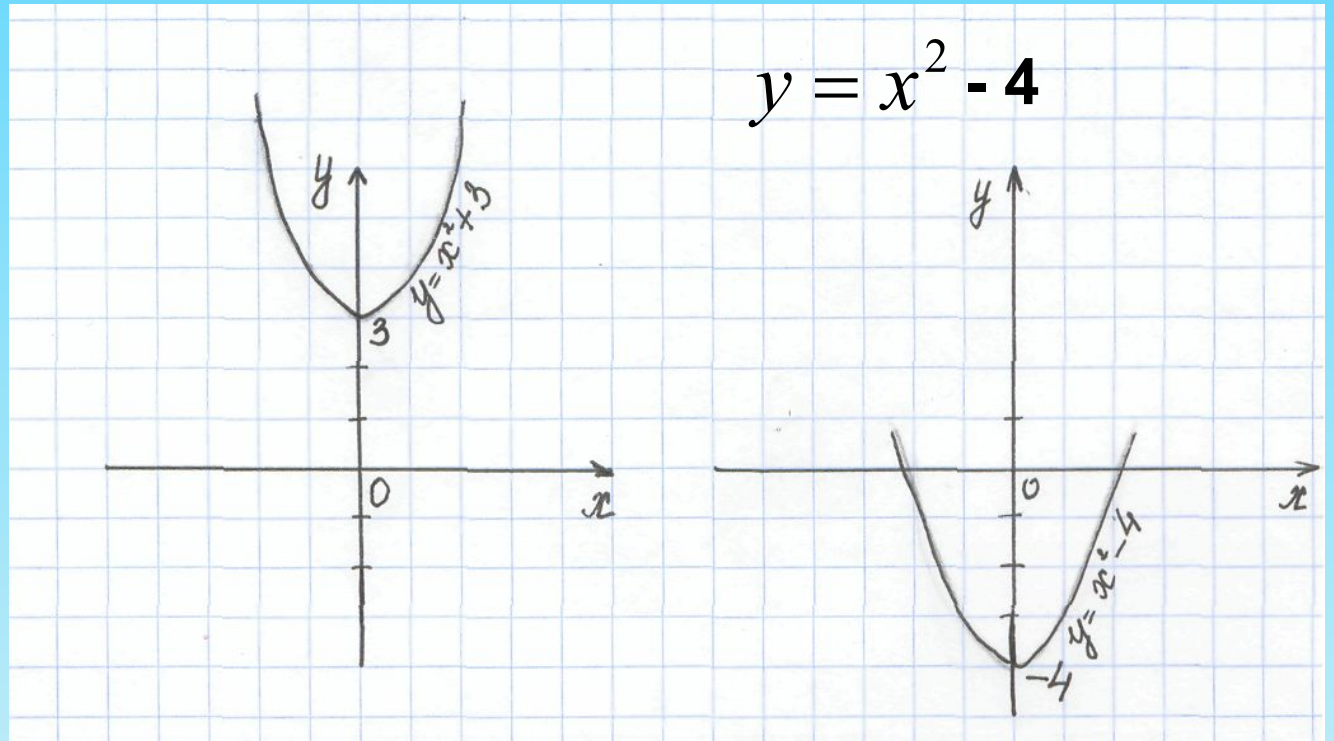
Если  $A > 0$ , то параллельный перенос графика вдоль оси ОУ вверх.

Если  $A < 0$ , то параллельный перенос графика вдоль оси ОУ вниз.

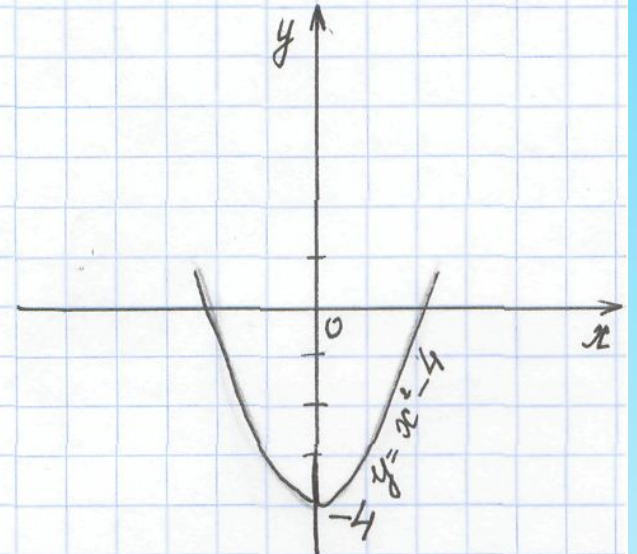
$$y = x^2$$

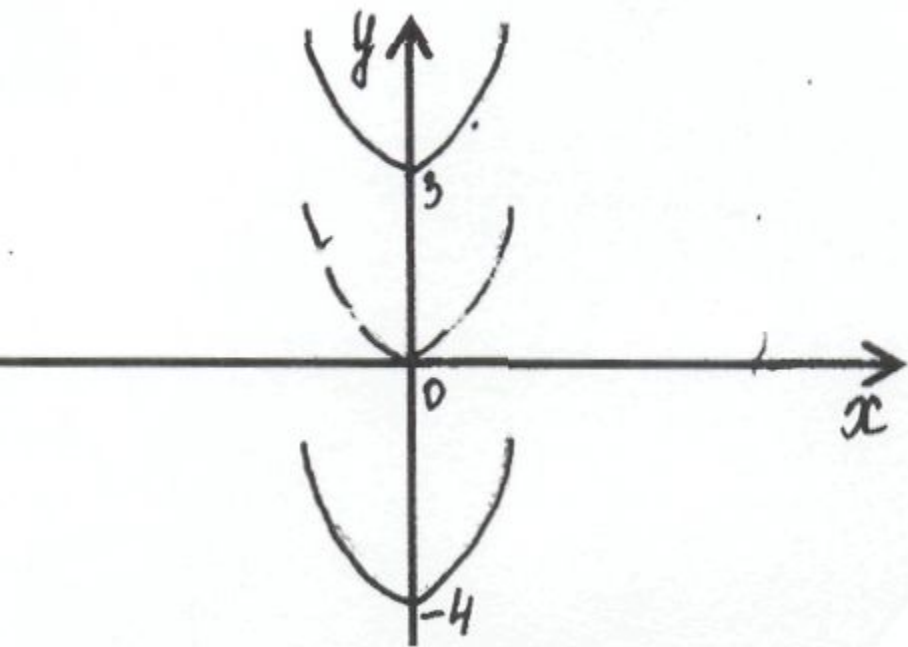


$$y = x^2 + 3$$



$$y = x^2 - 4$$





$$y = x^2$$

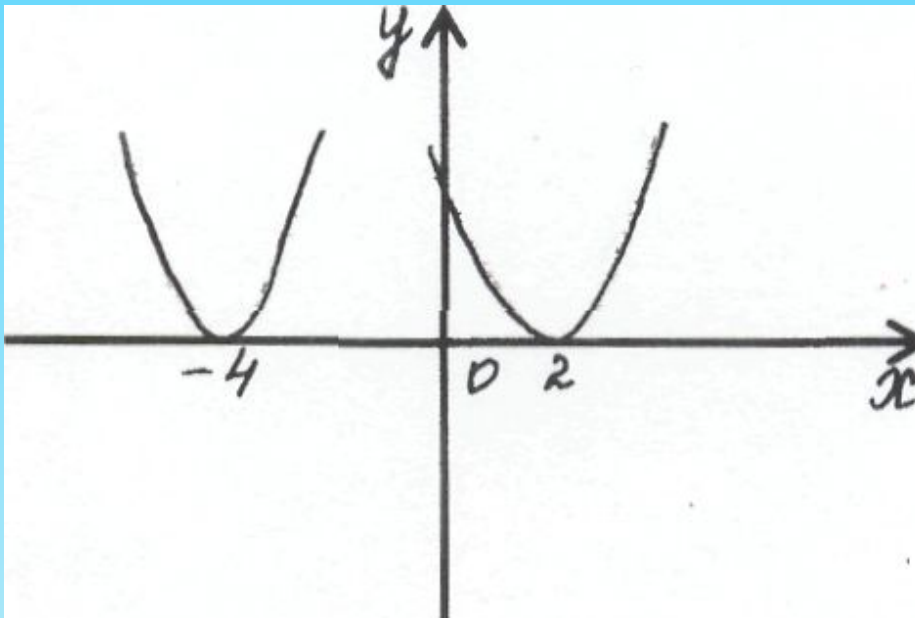
$$y = x^2 + 3$$

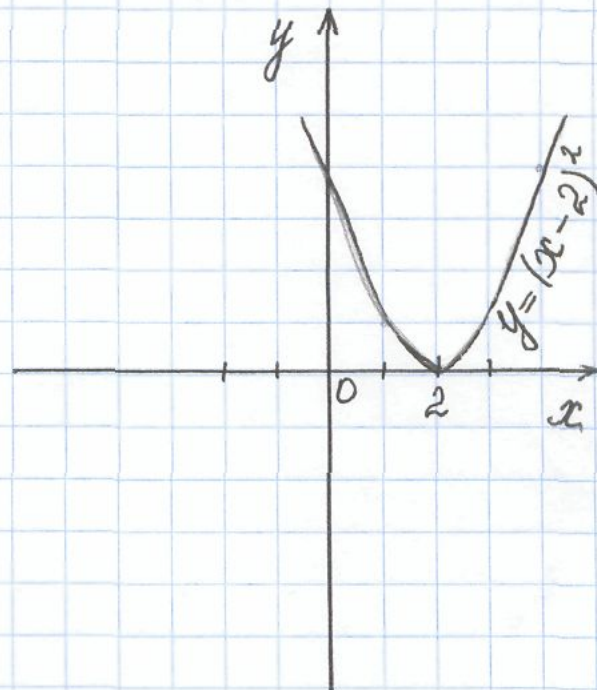
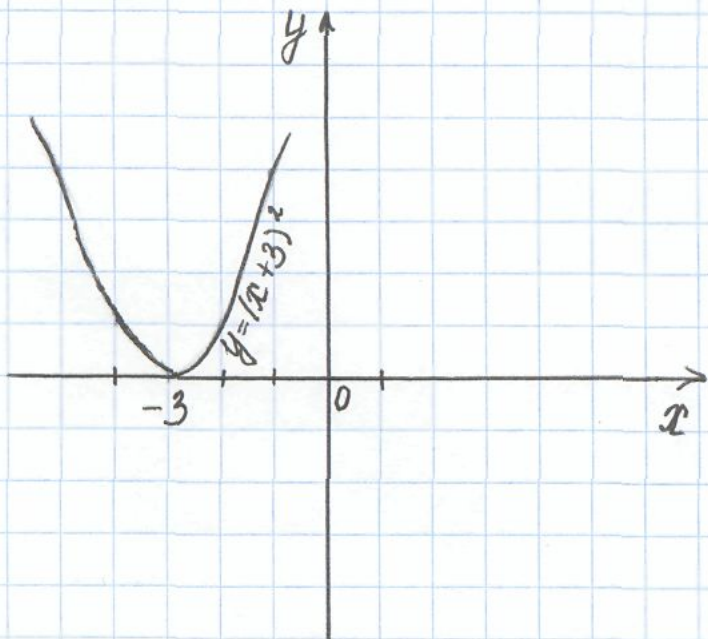
$$y = x^2 - 4$$

2.  $y = f(x - a)$  – параллельный перенос вдоль оси  $Ox$ ,

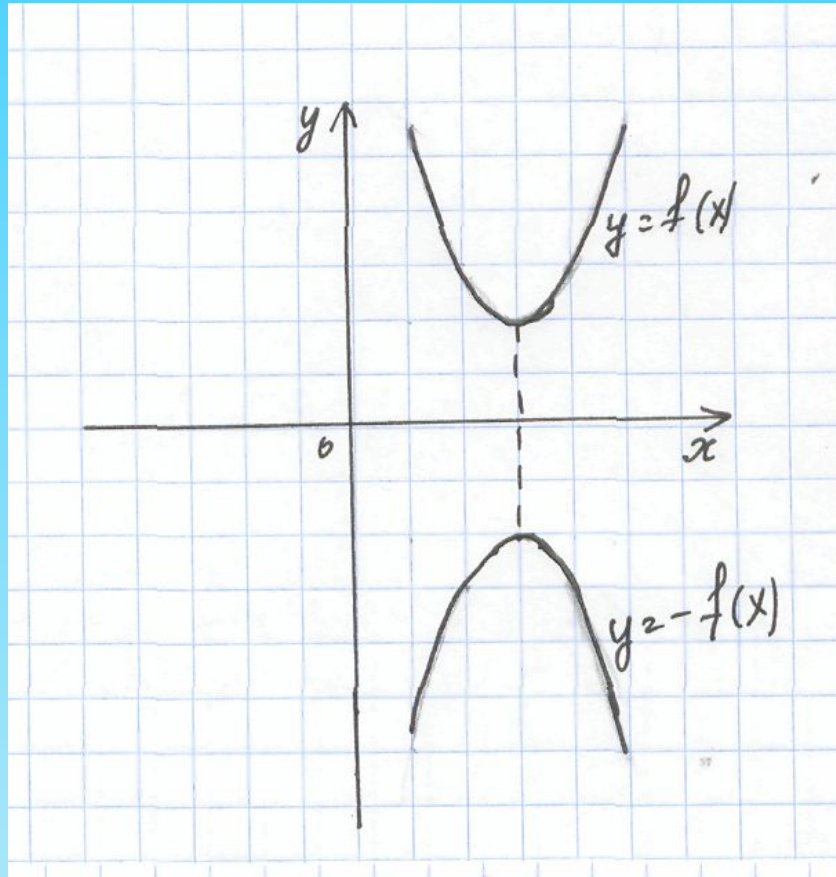
Если  $a > 0$ , то параллельный перенос графика вдоль оси  $Ox$  в положительном направлении,

Если  $a < 0$ , то параллельный перенос графика вдоль оси  $Ox$  в отрицательном направлении





3.  $y = -f(x)$  – симметричное отражение графика  $y = f(x)$  относительно  $Ox$



# Практическая часть

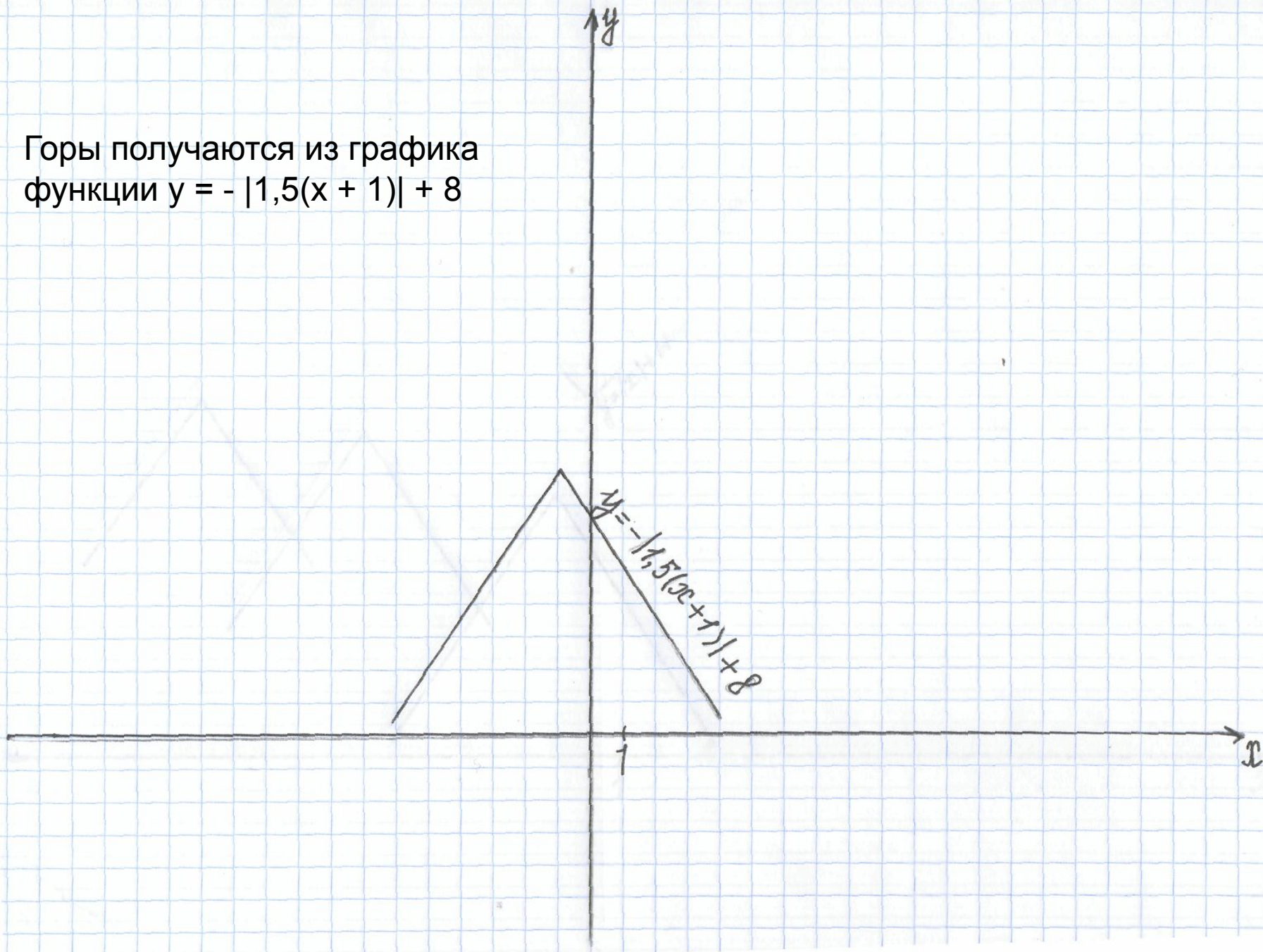
## 1. Построение гор

Горы получаются из графика функции  $y = -|1,5(x + 1)| + 8$ ,  
Для этого сначала построили график  $y = -|1,5x|$  и выполнила преобразования по следующей схеме.

1. Параллельный перенос вдоль оси ОХ на 1 единицу влево и параллельный перенос вдоль оси ОУ на 8 единиц вверх,  
получим  $y = -|1,5(x + 1)| + 8$  на промежутке  $[-6; 4]$



Горы получаются из графика  
функции  $y = -|1,5(x + 1)| + 8$

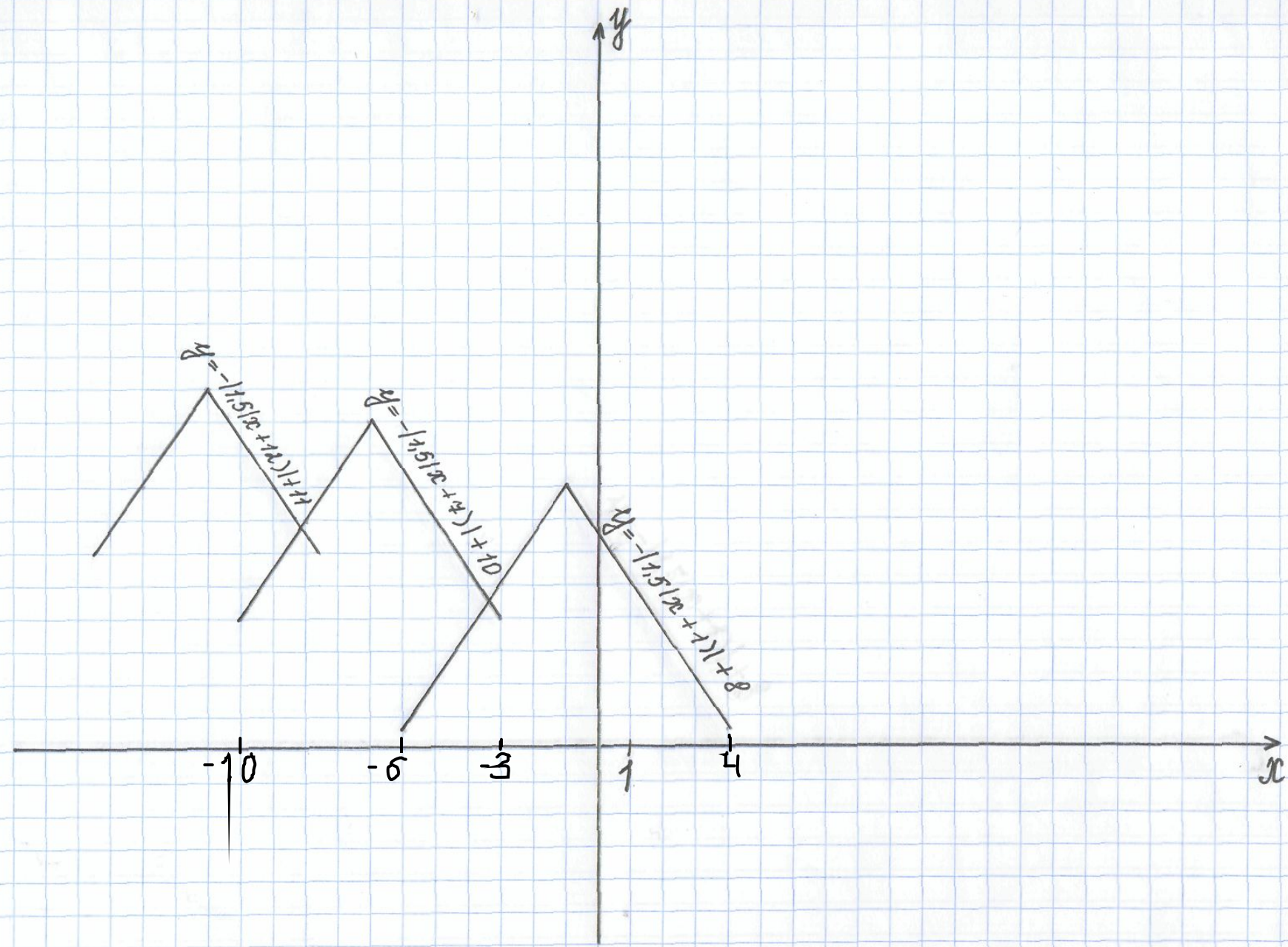




**Аналогично**

**$y = -| 1,5(x + 7) | + 10$  на промежутке  $[-10; -3]$**

**$y = -| 1,5( x +12 ) | + 11$  на промежутке  $[-16; -9]$**



## Построение чаек

Чайки получаются из графика функции  $y = |x|$ .

Преобразования выполним по следующей схеме.

1. Параллельный перенос вдоль оси ОУ на 11 единиц вверх получим  $y = |x| + 11$  на интервале  $[-1; 1]$
2. Параллельный перенос вдоль оси ОХ на 2 единицы вправо и параллельный перенос вдоль оси ОУ на 12 единиц вверх, получим  $y = |x - 2| + 12$  на интервале  $[1; 3]$

Аналогично

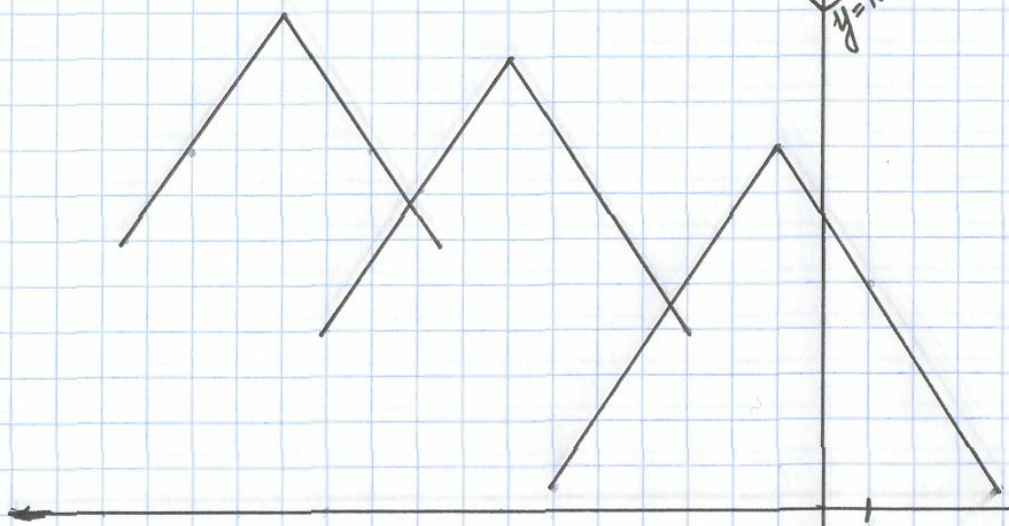
- $y = |x - 1| + 14$  - на интервале  $[0; 2]$
- $y = |x - 4| + 16$  - на интервале  $[3; 5]$
- $y = |x + 2| + 13$  - на интервале  $[-3; -1]$
- $y = |x + 1| + 16$  - на интервале  $[-2; 0]$ .

Таким образом, изобразила шесть чаек.

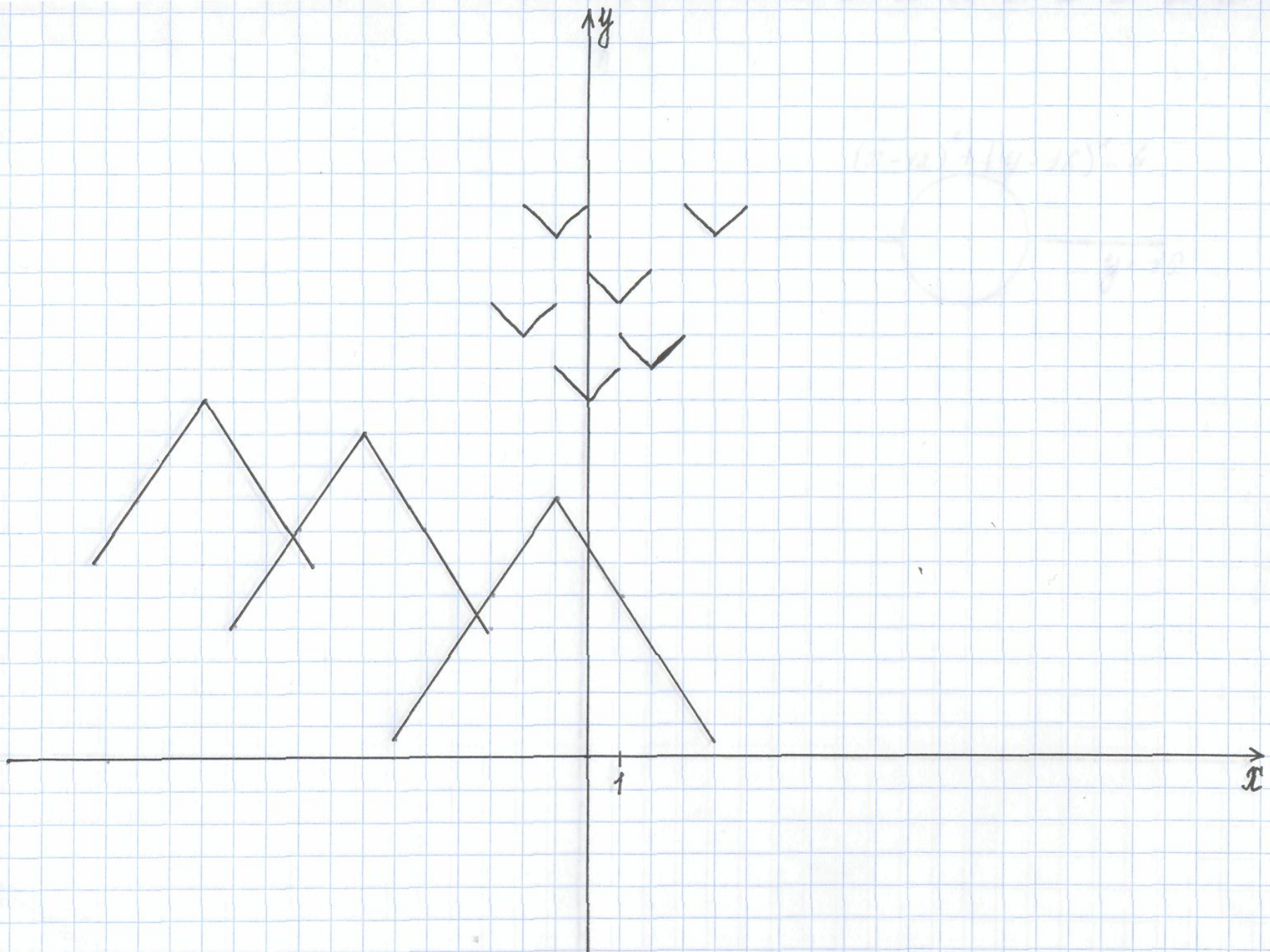
$y$

$x$

$$y = |x| + 11$$







$f(x) = (x+2)^2 + (x+1)^2 + x^2$

## Построение солнца.

Уравнение окружности:

$$(x - 12)^2 + (y - 16)^2 = 4.$$

Центр окружности точка  $O(12;16)$  и радиус  $R=2$ .

### Лучи

1<sup>ый</sup> луч:  $y = 16$  прямая параллельная оси  $OX$ . Построим на промежутке  $[6; 10] \cup [14; 18]$

2<sup>ой</sup> луч: Прямая  $y = x + 4$ .

Для того чтобы найти интервалы ограничения найдем точки пересечения с окружностью.

$$\left\{ \begin{array}{l} (x - 12)^2 + (y - 16)^2 = 4 \\ y = x + 4 \end{array} \right.$$

$$(x - 12)^2 + (x + 4 - 16)^2 = 4$$

$$(x - 12)^2 + (x - 12)^2 = 4$$

Заменяем скобку  $x - 12$  переменной  $t$

$$2t^2 = 4$$

$$t^2 = 2$$

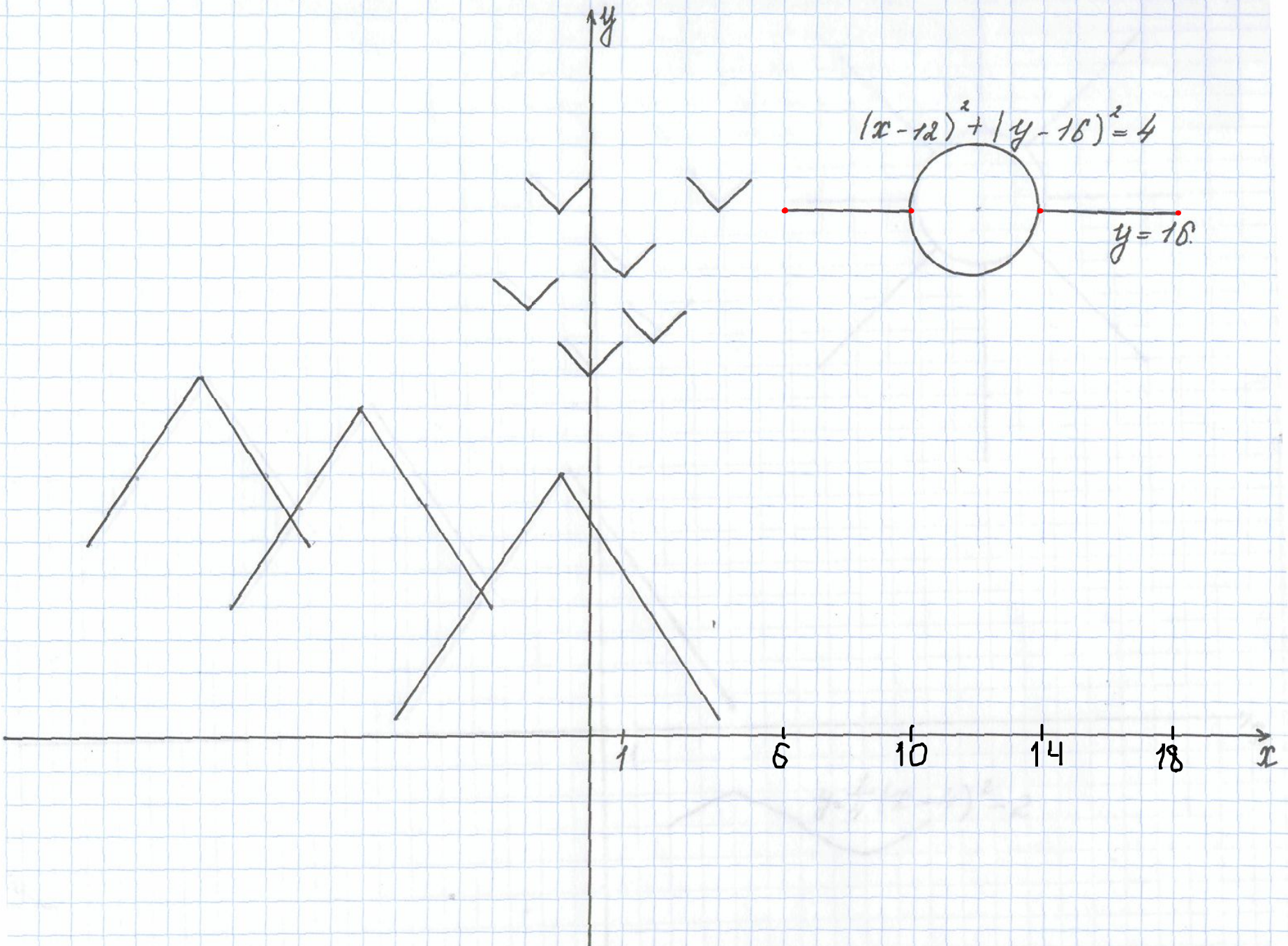
$$t = \pm\sqrt{2}$$

$$x - 12 = -\sqrt{2} \quad x = -\sqrt{2} + 12$$

$$x - 12 = \sqrt{2} \quad x = \sqrt{2} + 12$$

Теперь строим прямую  $y = x + 4$  на промежутке  
 $[6; -\sqrt{2} + 12] \cup [\sqrt{2} + 12; 16]$





$$(x-12)^2 + (y-16)^2 = 4$$

$$y = 16$$

1 6 10 14 18  $x$



3<sup>ий</sup> луч: Прямая  $y = -x + 28$ .

Для того чтобы найти интервалы ограничения найдем окружностью.

$$\begin{cases} (x - 12)^2 + (y - 16)^2 = 4 \\ y = -x + 28 \end{cases}$$

$$(x - 12)^2 + (-x + 28 - 16)^2 = 4$$

$$(x - 12)^2 + (-x + 12)^2 = 4$$

Аналогично выше решенному.

$$x - 12 = \sqrt{2} \quad x = \sqrt{2} + 12$$

Теперь строим прямую  $y = -x + 28$  на промежутке  
 $[7; -\sqrt{2} + 12] \cup [\sqrt{2} + 12; 17]$

## 4. Построение волн

1. строим график  $y = \frac{1}{4}x^2$

2. строим график  $y = -\frac{1}{4}x^2$

параллельным переносом на 2 единицы по оси ОУ вниз  
и вправо на 4 единицы в положительном направлении

получим

$$y = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 - 2. \text{ Построим на интервале } [2; 6]$$

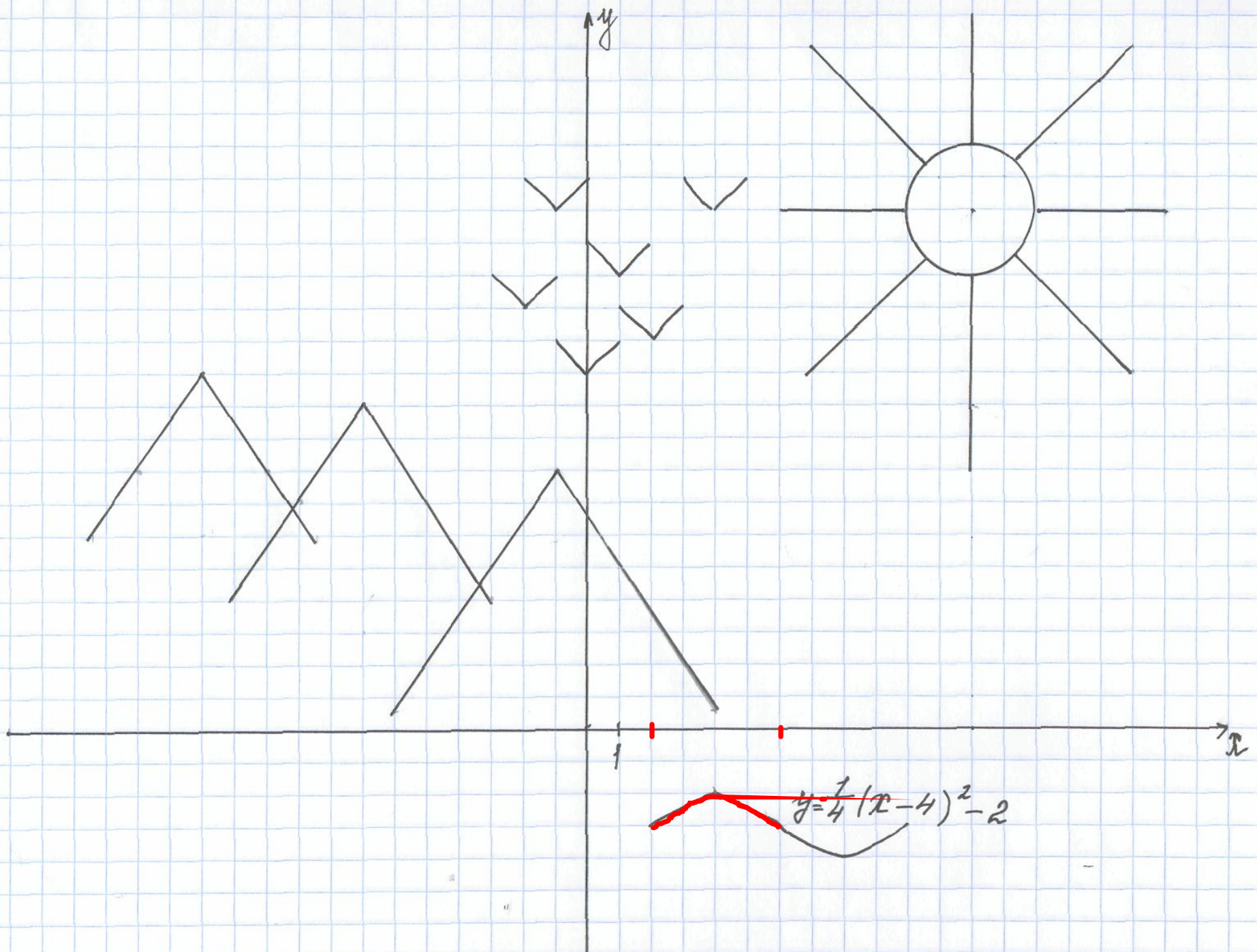
3. из графика  $y = \frac{1}{4}x^2$

с помощью преобразований строим график

$$y = \frac{1}{4}(x - 8)^2 - 4 \text{ на интервале } [6; 10]$$

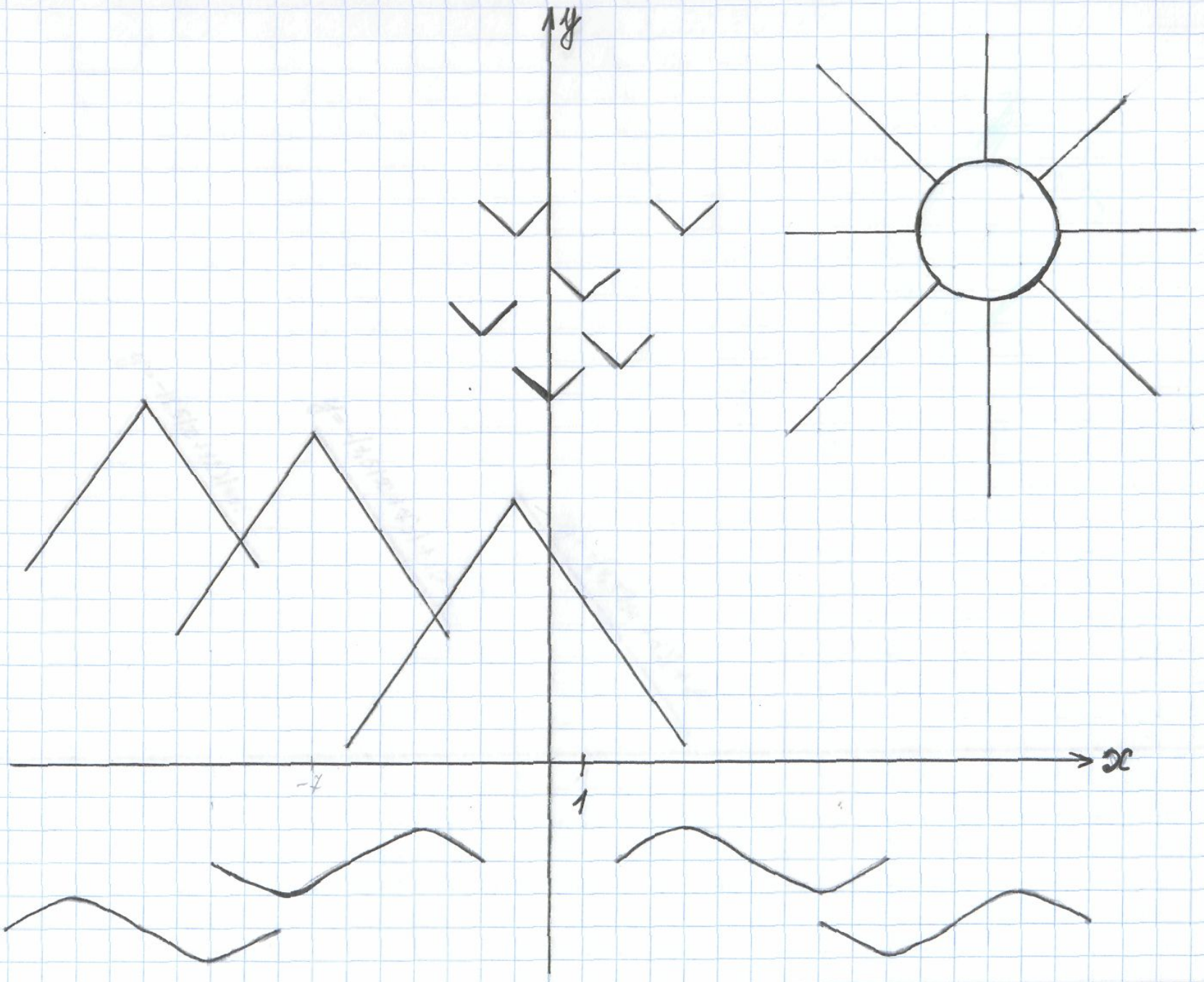
4.  $y = \frac{1}{4} (x + 8)^2 - 4$  Построим на интервале  $[-10; -6]$

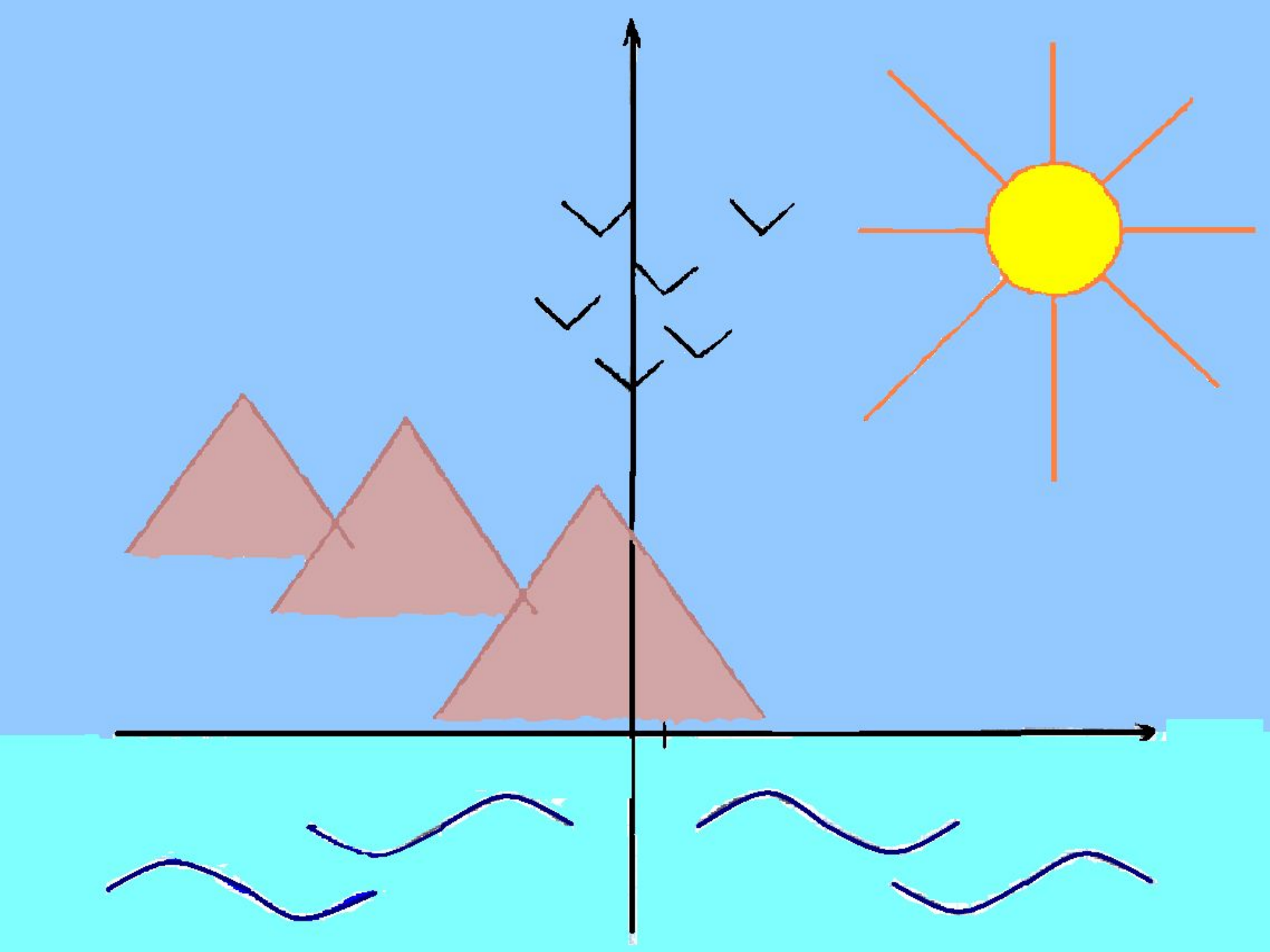
$y = -\frac{1}{4} (x + 4)^2 - 2$  Построим на интервале  $[-6; -2]$



$$y = \frac{1}{4}(x-4)^2 - 2$$







**Блогодарю за внимание!**