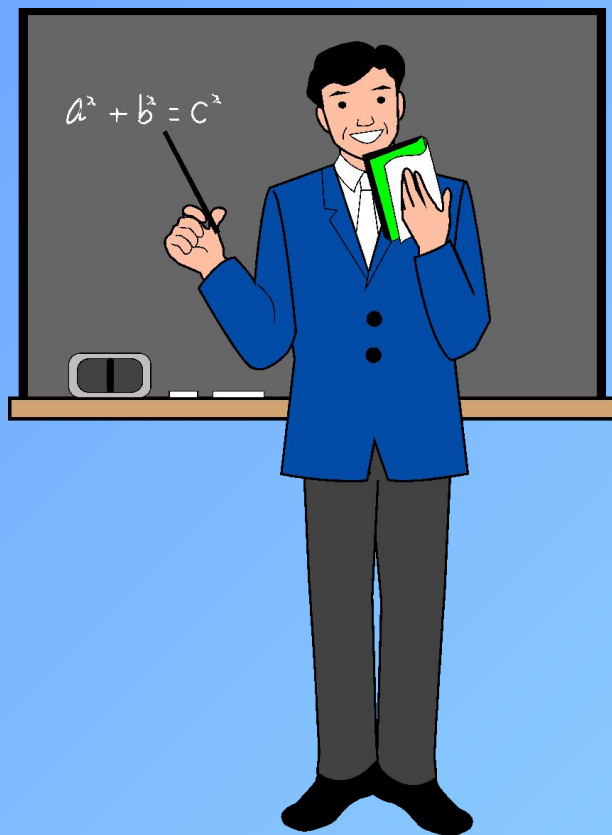


# Показательная функция, её свойства и график



**Разработал**  
учитель математики  
средней школы № 64  
города Брянска  
Быков Сергей Валентинович



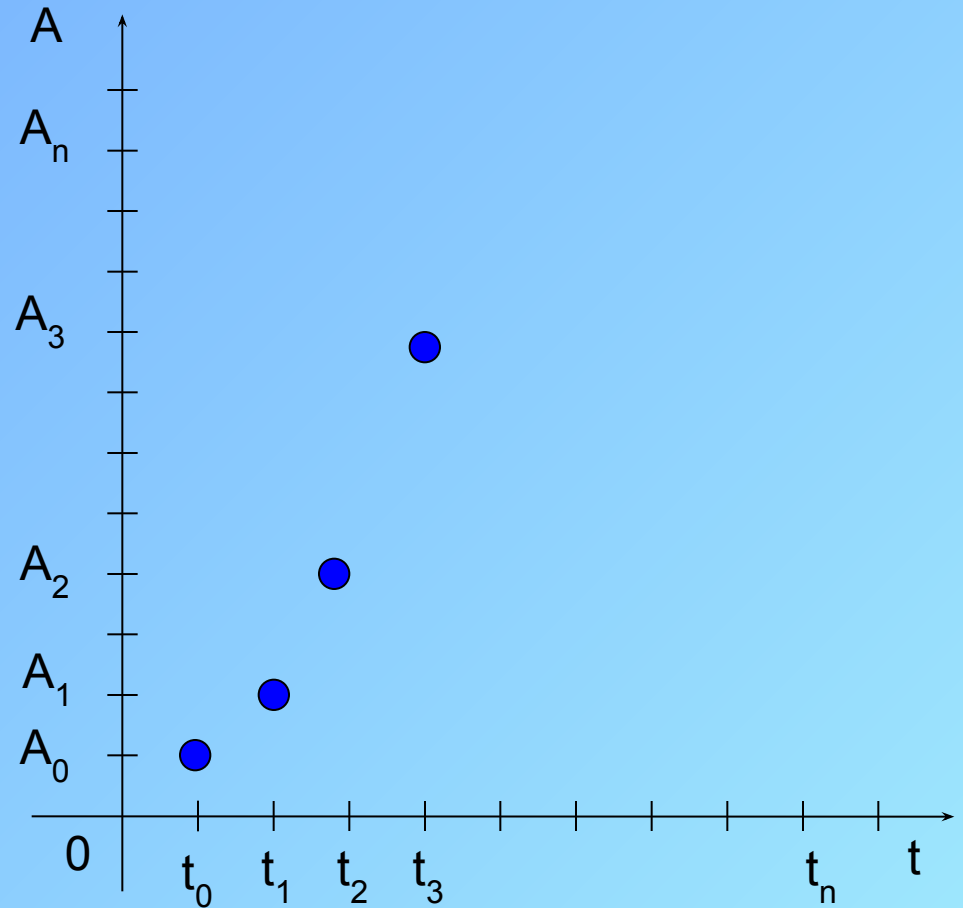
**Рост древесины** происходит по закону, где:

**A**- изменение количества древесины во времени;

**A<sub>0</sub>**- начальное количество древесины;

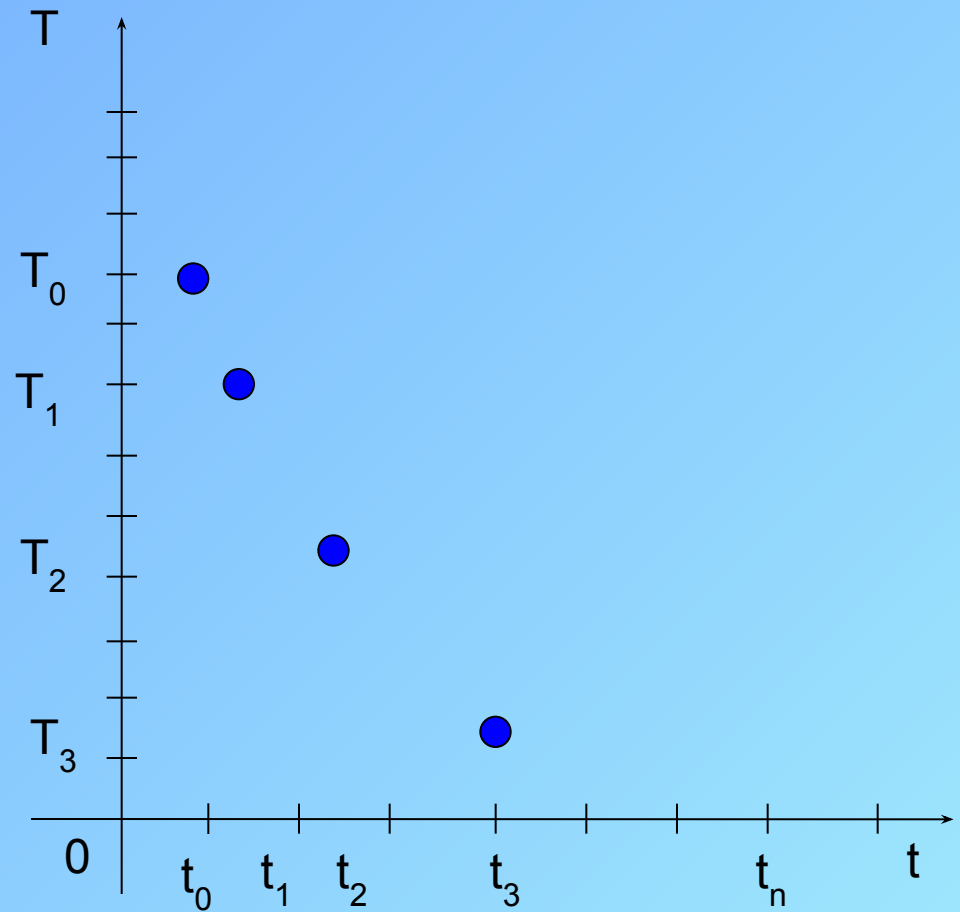
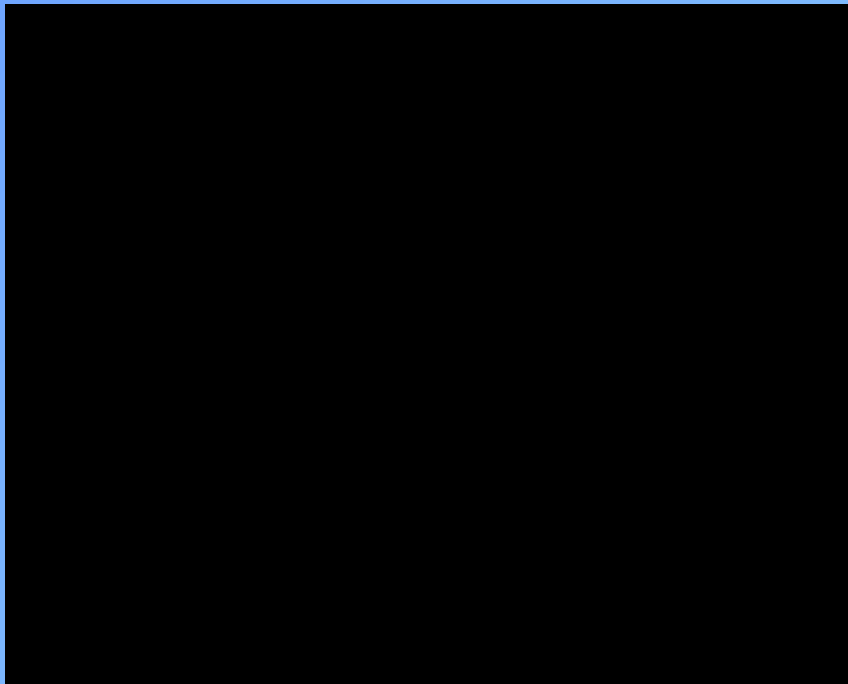
**t**- время, **к, а**- некоторые постоянные.

$$A = A_0 a^{k \cdot t}$$



**Температура чайника** изменяется по закону, где:  
T- изменение температуры чайника со временем;  
 $T_0$ - температура кипения воды;  
t-время,  
к, а- некоторые постоянные.

$$T = T_0 a^{-k \cdot t}$$



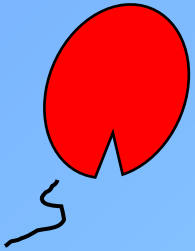
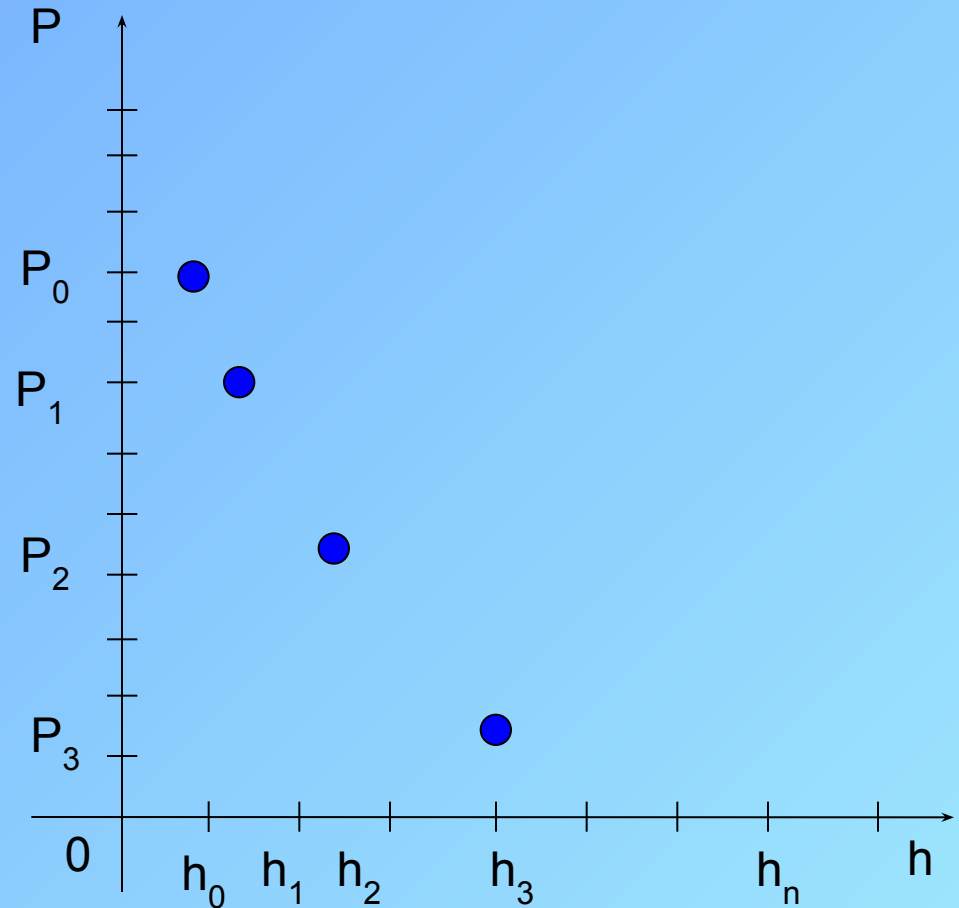
Давление воздуха убывает с высотой по закону, где:

$P$ - давление на высоте  $h$ ,

$P_0$  - давление на уровне моря,

$a$ - некоторая постоянная.

$$P = P_0 \cdot a^{-k \cdot h}$$



**$t = \text{const}$**

# Существенное **свойство** этих процессов СОСТОИТ В ТОМ, ЧТО

за равные промежутки времени значение величины изменяется  
*в одном и том же отношении*

Процессы органического изменения величин

Рост древесины

$$A = A_0 a^{k \cdot t}$$

Температура чайника

$$T = T_0 a^{-k \cdot t}$$

Давление воздуха

$$P = P_0 e^{-k \cdot h}$$

$$y = C \cdot a^{k \cdot x}$$



$$C = 1, k = 1$$

$$y = a^x$$

# Показательная функция

Определение

График

Свойства

Применения

# Определение

Функция вида  $y = a^x, a > 0, a \neq 1$

называется *показательной* с основанием **a**.



# График показательной функции

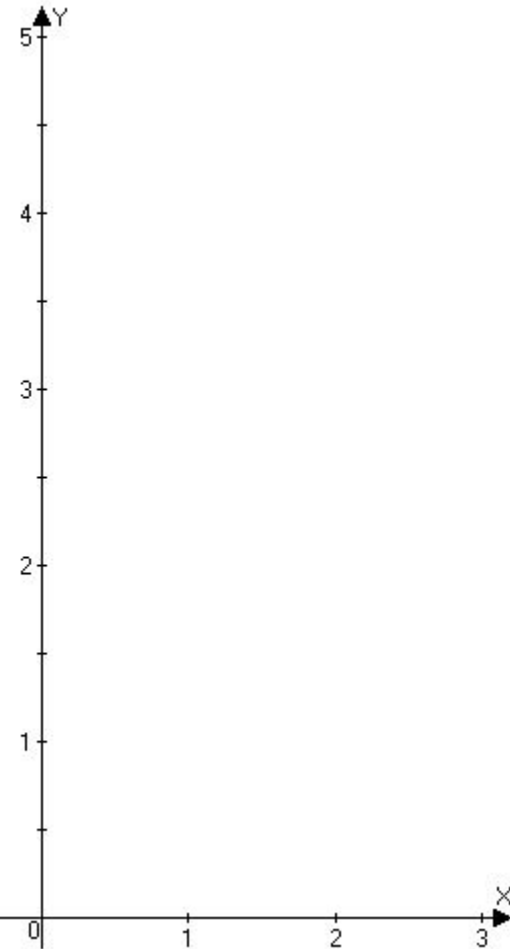
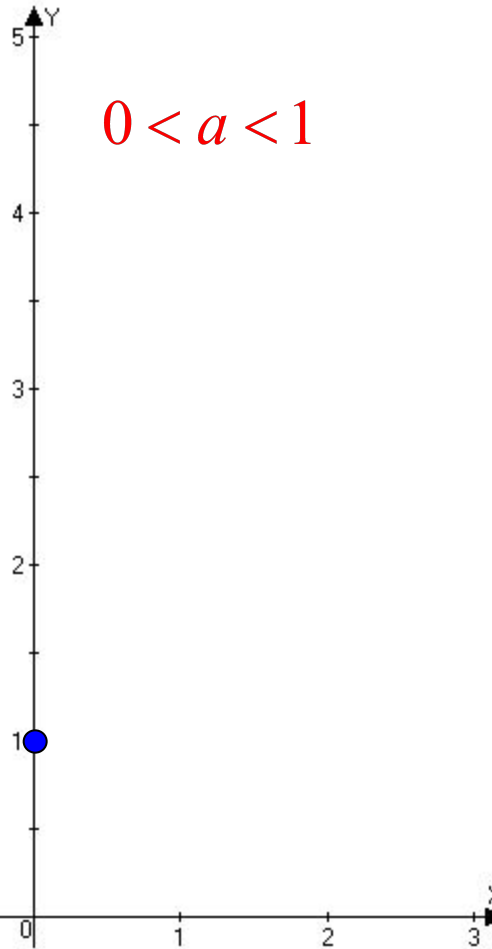
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad y = \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$

$$y = 4^x \quad y = 3^x \quad y = 2^x$$

$$0 < a < 1$$

$$a > 1$$

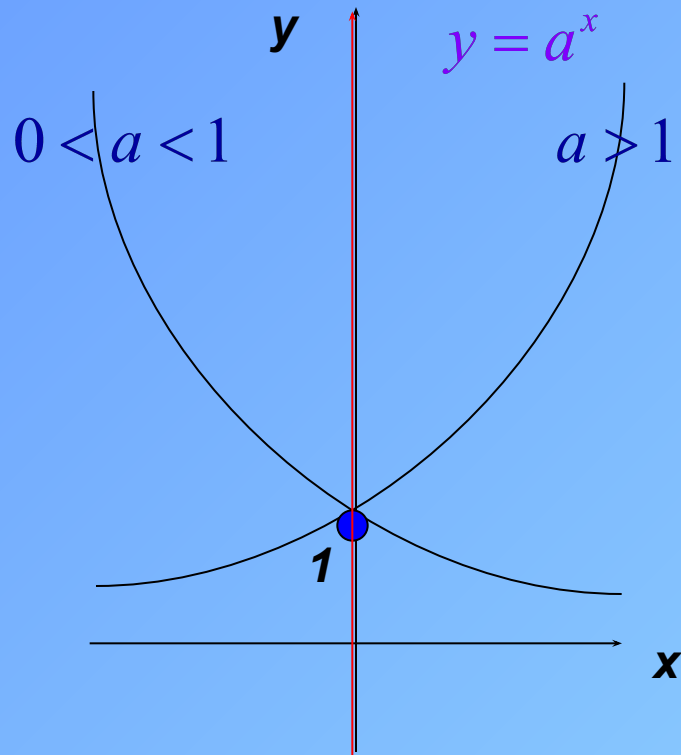


# Свойства функции

Проанализируем по схеме:

1. Область определения функции.
2. Область значений функции.
3. Нули функции.
4. Промежутки знакопостоянства функции.
5. Чётность или нечётность функции.
6. Монотонность функции.
7. Ограниченность функции (асимптоты).

# Показательная функция, её график и свойства



Свойства функции:

1.  $D(y) = \mathbb{R}$ ,

2.  $E(y) = \mathbb{R}_+ = (0; +\infty)$ ,

3. Нулей нет,

4. для любого  $x \in \mathbb{R}$ ,

5. Функция ни четная, ни нечетная,

6. Ограничена снизу осью  $Ox$ ,  
не ограничена сверху,

7. Функция возрастает на  $\mathbb{R}$  при  $a > 1$ ;  
функция убывает на  $\mathbb{R}$  при  $0 < a < 1$ .

# Задание А1

Из предложенного списка функций, выбрать ту функцию, которая является показательной:

1.  $y = 2x$ ;

2.  $y = x^2$ ;

3.  $y = 2^x$ ;

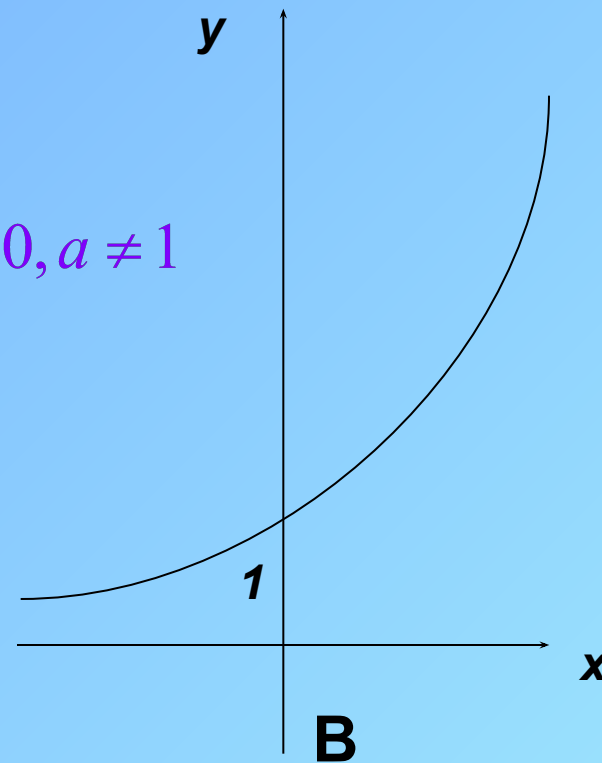
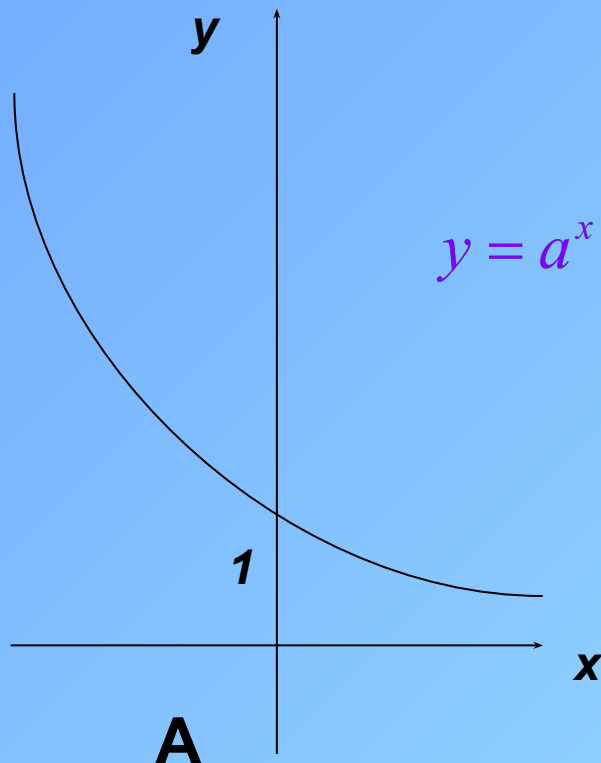
4.  $y = \sqrt[3]{x}$ .

# Задание А2

Укажите вид графика для функции

1.  $y = \pi^x$

2.  $y = 0,48^x$



$y = a^x, a > 0, a \neq 1$

# Задание А3

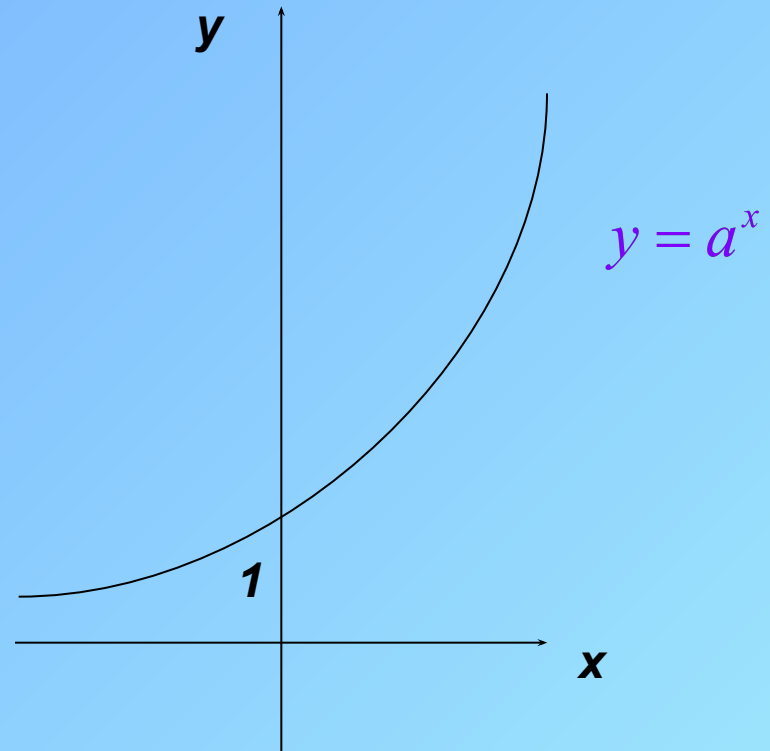
Дан график функции. Укажите эту функцию.

1.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  ;

2.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  ;

3.  $y = 2^x$  ;

4.  $y = 2^{-x}$ .



# Задание А4

Выберите функцию возрастающую  $\mathbb{R}$  :  
на

1.  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

2.  $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$

3.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

4.  $y = 10^{-x}$

# Задание А5

Выберите функцию убывающую на  $\mathbb{R}$  :

1.  $y = 5^x$ ;

2.  $y = 10^x + 1$ ;

3.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$  ;

4.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ .



# Задание А6

Решите  
уравнения

$$1. 3^x = 9,$$

$$2. 5^x = 1,$$

$$3. \left(\frac{1}{2}\right)^x = 16,$$

$$4. 2^x = 0,$$

$$5. \left(\frac{1}{5}\right)^x = -1.$$

# Задание В1

Укажите область значений функции

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1:$$

1.  $(0; +\infty)$ ;

2.  $(-1; +\infty)$ ;

3.  $[0; +\infty)$ ;

4.  $(-\infty; -1)$ .

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$$

# Задание В2

Какое из указанных чисел входит в область значений функции

$$y = 2^x + 4?$$

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 5.

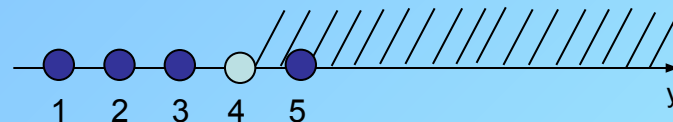
Решение:

Для любого  $x \in \mathbb{R}$ :  $2^x > 0$ ;

$$2^x + 4 > 4;$$

$$y > 4.$$

$$E(y) = (4; +\infty)$$



$$5 \in E(y)$$

Ответ: 5.

# Подведём итог

П  
о  
к  
а  
з  
а  
т  
е  
л  
ь  
н  
а  
я  
  
ф  
у  
н  
к  
ц  
и  
я

Определение

График

Свойства

Применения

П  
о  
к  
а  
з  
а  
т  
е  
л  
ь  
н  
а  
я  
  
ф  
у  
н  
к  
ц  
и  
я

# Домашнее задание

1. Найдите область значений функции:

$$a) y = 3^x + 1; \quad b) y = \left(\frac{1}{5}\right)^x - 3.$$

2. Какое из указанных чисел не входит в область значений функции  $y = 3^x - 3$

1)  $-4$ ; 2)  $-3$ ; 3)  $-2$ ; 4)  $0$ ?

3\*. Решите уравнение  $25^x + 2 \cdot 5^x = 15$ .

Найдите приближенные значения корня данного уравнения.