Модуль

Цель: **повторить , обобщить и систематизировать знания учащихся о модуле и его свойствах, умения решать различные уравнения , содержащие модуль.**

Учитель МОУ СОШ №6 г.Маркса
Мартышова Л. И.

Тип урока: обобщение и систематизация знаний с элементами исследования и организации проектной деятельности.

Цели урока:

- ***Образовательные:*** обобщить и систематизировать знания учащихся о модуле и его свойствах; умения решать различные уравнения, содержащие модуль и уравнения, приводимые к уравнениям, содержащим модуль.
- ***Развивающие:*** развивать творческую и мыслительную деятельность учащихся, навыки проектно-исследовательской деятельности, способствовать формированию навыков коллективной работы, развивать умение чётко и ясно излагать свои мысли.
- ***Воспитательные:*** формирование интереса к предмету посредством вовлечения их в проектную деятельность, способствовать формированию навыков взаимодействия в малых группах.

Проект -

это специально организованный учителем и самостоятельно выполняемый учащимися комплекс действий, завершающихся созданием творческого продукта.

Определение модуля $$|a| = \begin{cases} a, \text{если } a \geq 0, \\ -a, \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Свойства модуля

$$|ab| = |a||b|$$

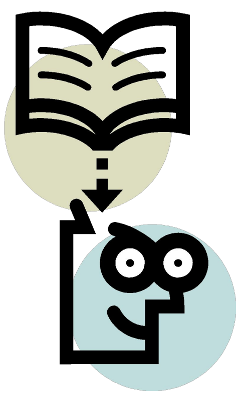
$$\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0.$$

$$|x^2| = |x|^2$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

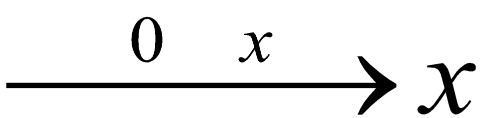
$$\sqrt{x^2 y} = |x|\sqrt{y}$$

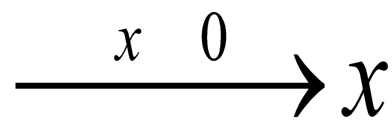
$$\log_a x^2 = 2\log_a |x|$$



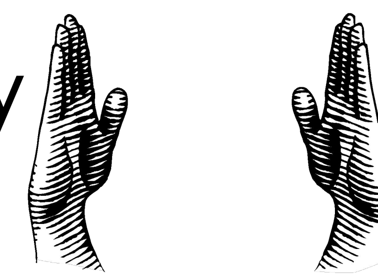
Геометрический смысл модуля

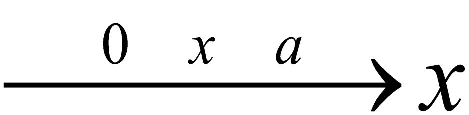
- Геометрически $|x|$ есть расстояние от точки х числовой оси до начала отсчёта – точки О.

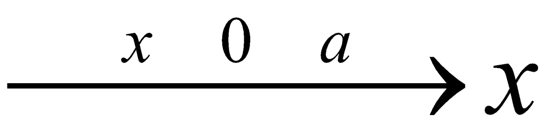


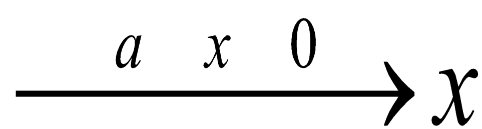


- $|x-a|$ есть расстояние между точками х и а числовой оси.









Устная работа

1). $|5x-2|=4$

2). $|3-7x|=-2$

3). $|3-4x|=|5-6x|$

4). $|14-2x|=3-5x$

5). $7x^2+2|x-1|+2=0$

6). $|3x-8|+|2-4x|+|x-5|=7$

7). $|\sin x|=\frac{1}{2}$

8). $|2x|=|3x-1|$

9). $|10x-2|=4x-8$

10). $|3-8x|=5$

11). $\sqrt{(4x-7)^2}=9$

12). $\sqrt{36+5x|x+3|}=x+6$

Решите уравнения

1. $|2x-3|=5$

2. $\left|1-\dfrac{x+3}{4}\right|=5$

3. $|x+4|=3(2-x)$

4. $|8+5x|=2$

5. $\sqrt{36+5x|x+3|}=6+x$

6. $(x^2-1)-7|x^2-1|-18=0$

7. $|x+2|+|x-3|=5$

8. $\sqrt{4x^2+20x+25}=-3x-10$

9. $9\log_3 x^2=6$

10. $|x-1|+|x-2|=x+3$

11. $\log_2^2(-x)-3\log_2 x^2-5=0$

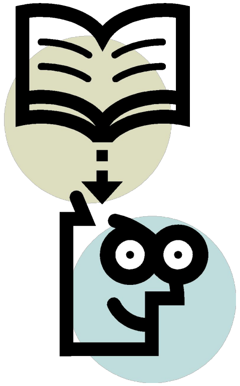
12. $|6x-5|=|7-3x|$

13. $|8x+1|=4x-`13$

14. $\sqrt{25+9x|x+4|}-5=2x$

Инструкция по работе над проектом.

- 1. Решить уравнения.
- 2. Проанализировать способы решения.
- 3. Провести классификацию данных уравнений:
- а) сгруппировать примеры по способам решения;
- б) определить, в чём заключается общий вид уравнений в каждой группе;
- в) дать название каждой группе уравнений.
- 4. Создать проект таблицы: « Решение уравнений, содержащих модуль».
- 5. Подготовить защиту проекта.



Защита проектов.

- **. Оценочный лист**. (5-бальная система)
- Владеет докладчик терминологией, которую использует в своём проекте
- Смог докладчик проекта доказать, что разработанная группой структура самая оптимальная для решения поставленной задачи
- Выполнила ли группа все поставленные перед ней задачи
- Творческие способности докладчика
- Оформление проекта

Простейшие уравнения вида $|f(x)| = b$,b>0.

- **По определению модуля**

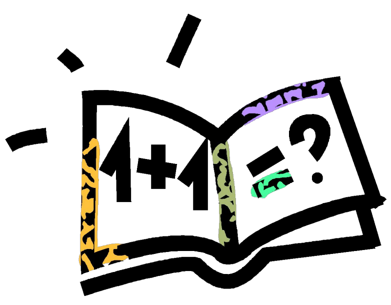
1. $|2x-3| = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-3=5, \\ 2x-3=-5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=8, \\ 2x=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4, \\ x=-1. \end{array}\right.$

$Ответ: -1;4$

$2. \left|1-\frac{x+3}{4}\right| = 5 \Leftrightarrow \left|\frac{4-(x+3)}{4}\right| = 5 \Leftrightarrow \left|\frac{1-x}{4}\right| = 5 \Leftrightarrow \frac{|1-x|}{4} = 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow |1-x| = 20 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x=20, \\ 1-x=-20 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-19, \\ x=21. \end{array}\right.$

Ответ: -19;21.



Уравнения более общего вида $|f(x)| = g(x)$

- Условие $g(x) \ge 0$

$$3.\ |x+4| = 3(2-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \ge 0, \\ \left[\begin{array}{l} x+4 = 3(2-x), \\ x+4 = -3(2-x) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x \ge -2, \\ \left[\begin{array}{l} x+4 = 6-3x, \\ x+4 = -6+3x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2, \\ \left[\begin{array}{l} 4x = 2, \\ -2x = -10 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2, \\ \left[\begin{array}{l} x = 0{,}5, \\ x = 5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 0{,}5.$$

Ответ: $0{,}5$.

$$13.\ |8x+1| = 4x-13 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-13 \ge 0, \\ \left[\begin{array}{l} 8x+1 = 4x-13, \\ 8x+1 = -(4x-13) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \ge 13, \\ \left[\begin{array}{l} 8x-4x = -13-1, \\ 8x+1 = -4x+13 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{13}{4}, \\ \left[\begin{array}{l} 4x = -14, \\ 12x = 12 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 3{,}25, \\ \left[\begin{array}{l} x = -3{,}5 \\ x = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow$ *решений нет.*

Ответ: *решений нет.*

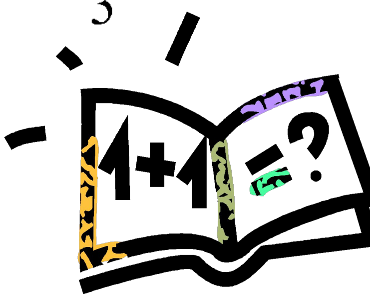
Уравнения вида $\left|f(x)\right| = \left|g(x)\right|$.

- уравнение

$$\left|f(x)\right| = \left|g(x)\right| \Leftrightarrow f^2(x) = g^2(x) \Leftrightarrow \left(f(x) - g(x)\right)\left(f(x) + g(x)\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) - g(x) = 0, \\ f(x) + g(x) = 0. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{array}\right.$$

$$12. \left|6x - 5\right| = \left|7 - 3x\right| = \left[\begin{array}{l} 6x - 5 = 7 - 3x, \\ 6x - 5 = -(7 - 3x) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 9x = 12, \\ 3x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{4}{3}, \\ x = -\dfrac{2}{3}. \end{array}\right.$$

$$\textit{Ответ}: -\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}.$$



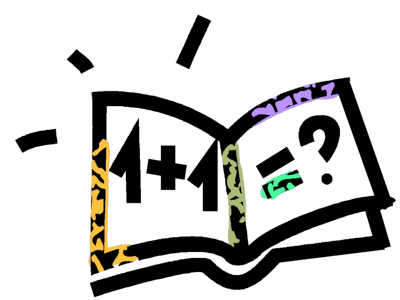
Уравнения, приводимые к уравнениям, содержащим модуль.

- Иррациональное уравнение

$$8.\sqrt{4x^2+20x+25}=-3x-10 \Leftrightarrow \sqrt{(2x+5)^2}=-3x-10 \Leftrightarrow \begin{cases} |2x+5|=-3x-10, \\ -3x-10 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2x+5=-3x-10, \\ 2x+5=3x+10, \end{array}\right. \\ -3x-10 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 5x=-15, \\ -x=5, \end{array}\right. \\ -3x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-3, \\ x=-5, \end{array}\right. \\ x \leq -3\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x=-5.$$

$Ответ: -5.$



Уравнения, приводимые к уравнениям, содержащим модуль

- Логарифмическое уравнение

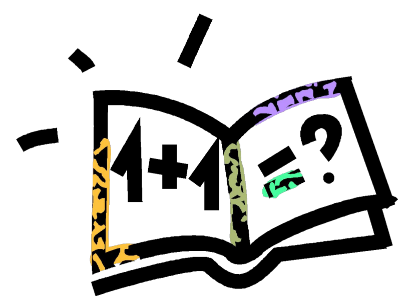
$$9.\log_3 x^2 = 6 \Leftrightarrow 2\log_3|x| = 6 \Leftrightarrow \log_3|x| = 3 \Leftrightarrow |x| = 27 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 27, \\ x = -27. \end{array}\right.$$

$Ответ: -27; 27.$

$$11.\log_2^2(-x) - 3\log_2 x^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x > 0, \\ \log_2^2|x| - 6\log_2|x| + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ \log_2|x| = t, \\ t^2 - 6t + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ \log_2|x| = t, \\ \left[\begin{array}{l} t = 1, \\ t = 5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ \left[\begin{array}{l} \log_2|x| = 1, \\ \log_2|x| = 5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ \left[\begin{array}{l} |x| = 2, \\ |x| = 32 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = -32. \end{cases}$$

$Ответ: -32; -2.$



Иррациональные уравнения, содержащие модуль.

- В силу того, что $x \geq -2,5$ модуль $|x+4|$ раскрывается однозначно.

$$\sqrt{25+9x|x+4|}-5=2x \Leftrightarrow \sqrt{25+9x|x+4|}=2x+5 \Leftrightarrow \begin{cases} 25+9x|x+4|=4x^2+20x+25, \\ 2x+5 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 9x(x+4)=4x^2+20x, \\ x \geq -2,5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2+36x-4x^2-20x=0, \\ x \geq -2,5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+16x=0, \\ x \geq -2,5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=-3\frac{1}{5}, \end{array} \right. \\ x \geq -2,5; \end{cases} \Leftrightarrow x=0.$$

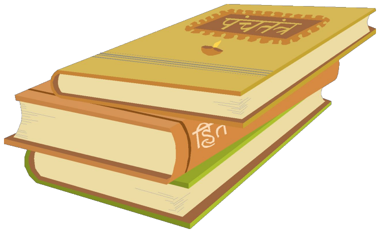
$$\sqrt{36+5x|x+3|}=x+6 \Leftrightarrow \begin{cases}36+5x|x+3|=(x+6)^2,\\ x+6\ge 0;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}36+5x|x+3|=x^2+12x+36,\\ x\ge -6;\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}5x|x+3|=x^2+12x,\\ x\ge -6;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+3\ge 0,\\ 5x(x+3)=x^2+12x,\end{cases}\\ \begin{cases}x+3\le 0,\\ 5x(-x-3)=x^2+12x,\end{cases}\end{array}\right.\\ x\ge -6;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge -3,\\ 5x^2+15x-x^2-12x=0,\end{cases}\\ \begin{cases}x\le -3,\\ -5x^2-15x-x^2-12x=0,\end{cases}\end{array}\right.\\ x\ge -6;\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge -3,\\ 4x^2+3x=0,\end{cases}\\ \begin{cases}x\le -3,\\ -6x^2-27x=0,\end{cases}\end{array}\right.\\ x\ge -6;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge -3,\\ \left[\begin{array}{l}x=0,\\ x=-\dfrac{3}{4},\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}x\le -3,\\ \left[\begin{array}{l}x=0,\\ x=-4,5,\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right.\\ x\ge -6;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=0,\\ x=-\dfrac{3}{4},\end{array}\right.\\ x=-4,5.\end{cases}$$

Иррациональные уравнения, содержащие модуль.

- В силу того, что $x \geq -6$ модуль $|x+3|$ раскрывается двузначно.
- Ответ: -4,5; -0,75; 0.



Замена модуля.

$$(x^2-1)^2-7|x^2-1|-18=0 \Leftrightarrow |x^2-1|^2-7|x^2-1|-18=0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^2-1|=t, \\ t\ge 0, \\ t^2-7t-18=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^2-1|=t, \\ t\ge 0, \\ \left[\begin{array}{l} t=9, \\ t=-2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x^2-1|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1=9, \\ x^2-1=-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=10, \\ x^2=-8 \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{10}, \\ x=-\sqrt{10}. \end{array}\right.$$

Îòâåò $:-\sqrt{10};\sqrt{10}.$

Уравнения, содержащие несколько модулей.
(Решаемые с помощью метода интервалов)

$$10.\ |x-1|+|x-2|=x+3$$

- 1.Найдём значения х, при которых значения выражений, стоящих под знаком модуля, равны 0:

х -1 = 0 при х = 1.

х – 2=0 при х = 2.

- 2. Эти значения разбивают ОДЗ на промежутки:

$$(-\infty;1),\ [1;2],\ (2;\infty).$$

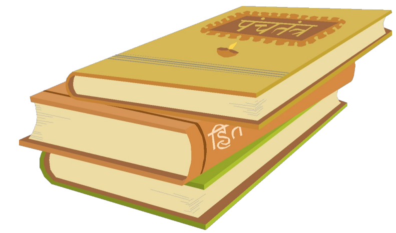
- 3.Запишем на каждом из промежутков данное уравнение без знаков модуля.
- Получим совокупность систем.

Уравнение, содержащее несколько модулей.

- Метод интервалов

$$|x-1|+|x-2|=x+3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<1, \\ -(x-1)-(x-2)=x+3, \end{cases} \\ \begin{cases} 1\le x\le 2, \\ (x-1)-(x-2)=x+3, \end{cases} \\ \begin{cases} x>2, \\ (x-1)+(x-2)=x+3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<1, \\ -x+1-x+2=x+3, \end{cases} \\ \begin{cases} 1\le x\le 2, \\ x-1-x+2=x+3, \end{cases} \\ \begin{cases} x>2, \\ x-1+x-2=x+3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<1, \\ -3x=0, \end{cases} \\ \begin{cases} 1\le x\le 2, \\ x=-2, \end{cases} \\ \begin{cases} x>2, \\ x=6 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=6. \end{array}\right.$$

Îòâåò : 0;6.



Слайды из презентации учащихся

1.Простейшее уравнение,

содержащее модуль, где b>0:

$$|f(x)| = b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = b, \\ f(x) = -b. \end{array}\right.$$

2.Уравнение более общего вида, содержащее модуль:

$$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{array}\right. \end{cases}$$

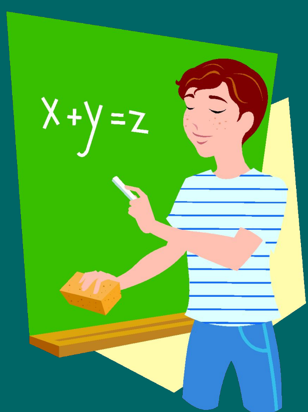
Уравнение вида $f(|g(x)|) = b$

- **По определению модуля**

$$f(|g(x)|) = b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(g(x)) = b, \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(-g(x)) = b. \end{cases} \end{array}\right.$$

Уравнения, приводимые к уравнениям, содержащим модуль.

- 1



$$\sqrt{f^2(x)} = b \Leftrightarrow \left|f(x)\right| = b$$

$$\log_a f^2(x) = b \Leftrightarrow 2\log_a \left|f(x)\right| = b$$

Уравнения, содержащие несколько модулей

и те, которые не сводятся к виду $|f(x)| = g(x)$ решаются с помощью метода интервалов:

1.Найдём значения х, при которых значение выражений, стоящих под знаком модуля, равны нулю.
2.Найденные значения х разбивают ОДЗ на промежутки.
3.Запишем на каждом из промежутков уравнение без знаков модуля. Получим совокупность систем.

Всего доброго, Вам!

Спасибо за урок!