

# прогрессии

*МБОУ Полх-Майданская сош  
учитель физики и  
математики Козина Т.И.*



# ОСНОВНЫЕ ЦЕЛИ:

- **Формирование:** понятий последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, умений работать с формулами. Формирование умений видеть связь математики с жизнью.
- **Развитие** у учащихся познавательного интереса, памяти, речи, мышления, внимания, навыков самостоятельной работы, умения проводить аналогию, сравнивать.
- **Воспитание** у учащихся ответственности, добросовестности, дисциплины, самостоятельности, навыков общения со сверстниками, интерес к истории математики, инициативу и творчество.

# Требования к математической подготовке

Учащиеся должны знать: определение арифметической, геометрической, бесконечно убывающей геометрической прогрессий, формулы  $n$ -го члена, суммы  $n$ -первых членов прогрессий, знать, что такое числовая последовательность и способы её задания.

Учащиеся должны уметь: распознавать арифметическую и геометрическую прогрессии, применять формулы  $n$ -го члена, суммы  $n$ -первых членов прогрессий к решению задач.

# Числовая последовательность

*Числовая последовательность - одно из основных понятий математики.*

*В математике изучаются бесконечные числовые последовательности:*

*$a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; \dots a_n; \dots$*

*Число  $a_1$  называют первым членом последовательности,  $a_2$  называют вторым членом последовательности и т.д.  $a_n$  называют  $n$ -м членом последовательности.*

# Прогрессии



*Глиняная табличка из Древнего Вавилона (VI век до нашей эры)*

Прогрессии как частные виды последовательностей встречаются в древних египетских папирусах и в клинописных табличках вавилонян.

# Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Прогрессии	Арифметическая	Геометрическая
Определение	$a_{n+1} = a_n + d$	$b_{n+1} = b_n q$
Формула $n$ -го члена.	$a_n = a_1 + d(n - 1)$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Сумма $n$ -первых членов	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$	$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$
Свойство	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$

***Зная эти формулы,  
можно решить много  
интересных задач  
исторического,  
литературного и  
практического  
содержания.***







# *Старинные задачи через века и страны.*



# Прогрессии в древности

- Задачи на прогрессии – сии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства, строительство, размежевание земельных наделов.



# Древний Египет

- Задача из египетского папируса Ахмеса: «Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 человеками, разность же между каждым человеком и его соседом равна одной восьмой меры.



$$a = \frac{s}{n} - (n-1) \frac{d}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

# Германия



*Карл Гаусс  
(1777-1855).*

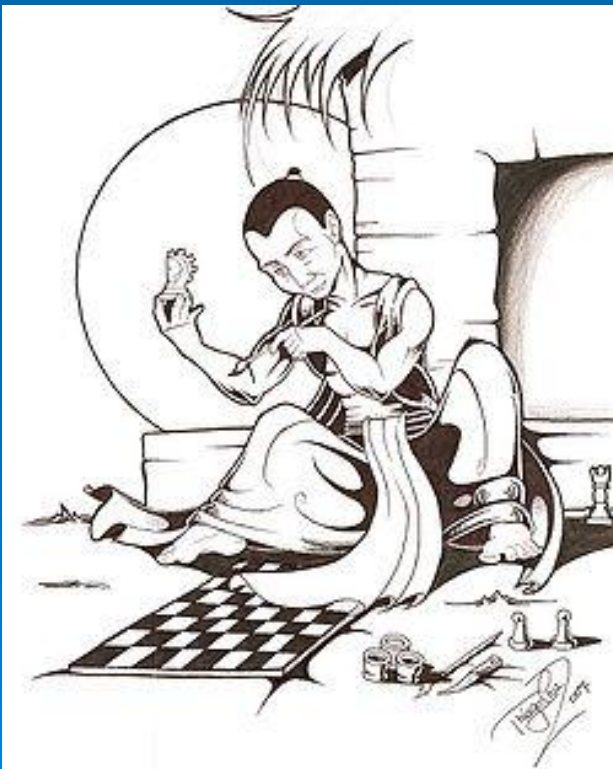
*Нашёл моментально  
сумму всех натураль-  
ных чисел от 1 до 100  
будучи ещё учеником  
начальной школы.*

*Решение:  $1+2+3+4+\dots+$   
 $99+100=(1+100)+(2+99)+$   
 $(3+98)+\dots=101*50=5050$*

756	853	1024	3040	4095	8883	16320	32768		128
680	1314	3638	5244	816	20	40	80		
160	320	670	1340	2680	5360	10720	21440		
40	80	160	320	640	1280	2560	5120		

# Задача-легенда

Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку.



Сета, издеваясь над царём, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 зерно, за вторую 2 зерна, за третью 4 зерна и т.д. Обрадованный царь посмеялся над Сетой, и приказал выдать ему такую награду. Решение : Геометрическая прогрессия  $1; 2; 4; 8; \dots$   $b_1=1; q=2; n=64. S_{64}=?$

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

# *Прогрессии в нашей жизни.*



# Прогрессии в литературе

- А.С Пушкин «Евгений Онегин».
- ....Не мог он ямба от хорея,  
□ Как мы не бились отличить.....
- **Ямб**-это стихотворный размер с ударением на чётных слогах **2;4;6;8**
- Номер ударных слогов образуют арифметическую прогрессию.
- **Хорей**-это стихотворный размер с ударением на нечётных слогах стиха.
- Номер ударных слогов образуют арифметическую прогрессию:**1;3;5;7**



**Ямб:**

**«Мой дядя самых честных  
правил...»**

**Арифметическая прогрессия**

**2;4;6;8;.....**

**Хорей: «Я пропал как зверь в  
загоне .» Б.Л.Пастернак.**

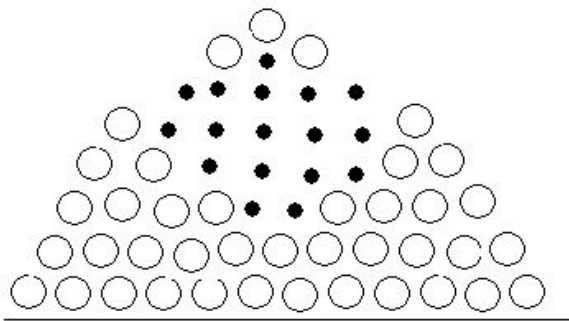
**Арифметическая прогрессия:**

**1;3;5;7;...**



# Строительство

- При хранении брёвен строевого леса, их укладывают так, как показано на рисунке.



Дано: арифметическая прогрессия:  $a_1 = 12, a_2 = 11, a_n = 1$

Найти:  $S_n$  - ?

Сколько брёвен находится в одной кладке, если в её основании положить 12 брёвен

Решение:  $a_1 = 12; a_2 = 11; a_n = 1$   
 $d = 1; a_n = a_1 + (n-1)d; n = 12.$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

;  $S_{12} = 78.$

# Прогрессии в биологии

- В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две. Указать количество бактерий, рождённых одной бактерией за 7 минут. Решение: Геометрическая прогрессия  $b_1=1; q=2; n=7$ .

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S_7 = 127.$$



# Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

- Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей, если модуль её знаменателя меньше единицы.
- Суммой бесконечно убывающей геометрической прогрессии называют число, к которому стремится сумма её первых  $n$  членов при  $n \rightarrow \infty$ .

$$S = \frac{b_1}{1 - q} \quad |q| < 1$$

**Спасибо**

**за внимание**