

# Обобщение материала по теме: «Методы решения уравнений»

11 класс по учебнику А.Г. Мордкович

**Результат учения равен  
произведению способности на  
старательность.  
Если старательность равна нулю,  
то и все произведение равно нулю.  
А способности есть у каждого.**



**Уравнение**

```
graph TD; A([Уравнение]) --> B([Определение]); A --> C([Область допустимых значений]); A --> D([Корень уравнения]);
```

**Определение**

**Область  
допустимых  
значений**

**Корень  
уравнения**

**Устно.**  
**Решить уравнение.**

$$10^{x+1} = 0,1$$

$$\sin x \cos x = 1$$

$$\log_2(2x - 1) = \log_2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$$

$$\operatorname{lg}(2x + 1) = \operatorname{lg} x$$

# ОТВЕТЫ:

---

1)  $x = -2$ ;

2) решений нет;

3)  $x = 1$ ;

4) нет корней;

**Найти область допустимых значений уравнений.**

$$\sqrt{2+x} = \sqrt{4-x^2}$$

$$\sqrt[5]{x-7} = \sqrt[5]{x^2-x-6} + 3$$

$$\ln(4x-3)^2 = 4$$

$$\log_5(5x-15) = \log_{x-5} 5$$

# ОТВЕТЫ:

---

- 1)  $-2 \leq X \leq 2$ ;
- 2) любое число;
- 3) любое число, кроме  $\frac{3}{4}$ ;
- 4)  $x > 5$ , кроме 6.





*Определить методы решения уравнений:*

- 1)  $3^{2-5x} = 3^{\sqrt{x^2-4x}}$ ;
- 2)  $(1/3)^x = \sqrt{x} + 4$ .
- 3)  $(2x^4+1)^5 = (1-x^3)^5$ ;
- 4)  $\lg \frac{1}{x} = \lg(2x-7)$ ;
- 5)  $\cos(3x-1) = \cos(3-9x)$ ;
- 6)  $x \cdot 4^{2x-1} + 16 \cdot 4^{2x-1} = 0$ ;
- 7)  $\sqrt{7-x} = \sqrt{5x+1}$ ;
- 8)  $(2-x)\log_5(x-3)+2 = x$ ;
- 9)  $\sqrt[5]{x} - \sqrt[10]{x} - 2 = 0$ ;
- 10)  $\cos^2 x - 5\cos x - 3 = 0$ ;
- 11)  $2^x = \sin x$ ;
- 12)  $\sqrt[3]{7-x} = \sqrt[3]{5x+1}$ ;

# ОТВЕТЫ:

---

- 1) Замена уравнения  $h(f(x)) = h(g(x))$ , уравнением  $f(x) = g(x)$ .
- 2) Функционально-графический.
- 3) Замена уравнения  $h(f(x)) = h(g(x))$ , уравнением  $f(x) = g(x)$ .
- 4) Замена уравнения  $h(f(x)) = h(g(x))$ , уравнением  $f(x) = g(x)$ .
- 5) Перенести правый член уравнения в левую с противоположным знаком, преобразовать левую часть с помощью формул тригонометрии.
- 6) Метод разложения на множители.
- 7) Замена уравнения  $h(f(x)) = h(g(x))$ , уравнением  $f(x) = g(x)$ .
- 8) Метод разложения на множители.
- 9) Метод введения новой переменной.
- 10) Метод введения новой переменной.
- 11) Функционально-графический.
- 12) Замена уравнения  $h(f(x)) = h(g(x))$ , уравнением  $f(x) = g(x)$ .

самостоятельная работа.

**I уровень.**

**Вариант №1.**

**Решите уравнения.**

1.  $8 \cdot 2^{4x} + x \cdot 2^{4x} = 0$
2.  $\log_4(4x + 23) - \log_4 5 = \log_4 x$
3.  $4 \sin^2 x + 4 = 17 \sin x$
4.  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 4$

**II уровень.**

**Вариант №1.**

**Решите уравнения.**

1.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{(3x-7)(2-x)+1} = 8^{x^2}$
2.  $\log_3^2(x+15)^4 = 16 \log_3(x+15)$
3.  $2x^2 \sin x - 8 \sin x + 4 = x^2$
4.  $125 \cdot 0,25^x = (x+1)^3$

**I уровень.**

**Вариант №2.**

**Решите уравнения.**

1.  $3^{x+1} + 15 \cdot 3^x = 2$
2.  $\log_9(4x + 3) - \log_9 17 = \log_9 x$
3.  $2 \cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0$
4.  $2^x = 6 - x$

**II уровень.**

**Вариант №2.**

**Решите уравнения.**

1.  $\left(\frac{1}{5}\right)^{(3x-2)(4-x)-5} = 25^{x^2}$
2.  $\log_2^2 x^2 = 16 \log_2(8x) - 60$
3.  $2x^2 \cos x + 9 = 18 \cos x + x^2$
4.  $40 \cdot 0,04^x = (2x + 1)^3$

**Ответы.**  
**I уровень.**  
**Вариант №1**

№1	№2	№3	№4
-8	23	$(-1)^k \arcsin \frac{1}{4} + \pi k, k \in Z$	-1

**Вариант №2**

№1	№2	№3	№4
-2	3	$\boxtimes \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$	2

**II уровень.**  
**Вариант №1.**

№1	№2	№3	№4
1	-14; -12.	$\pm 2, (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$	1,5

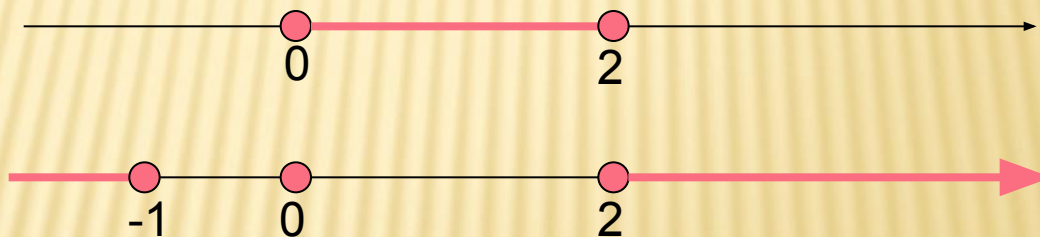
**Вариант №2.**

№1	№2	№3	№4
1; 13	2; 8	$\pm 3, \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$	0,5

# Нестандартные уравнения.

$$1. \sqrt[4]{x(2-x)} + \sqrt[3]{x^4(2-x)^7(x+3)^5} + \sqrt[6]{(x-2)(x+1)x^2} + \sqrt[5]{(x+6)(x+2)} = 2$$

Решение. ОДЗ. 
$$\begin{cases} x(2-x) \geq 0; \\ (x-2)(x+1)x^2 \geq 0. \end{cases}$$



ОДЗ этого уравнения состоит из двух чисел  $x=2$  и  $x=0$ .

Подставив данные значения в исходное уравнение получим,  $x=2$  корень данного уравнения.

Ответ: 2

$$2. \sqrt{x^3 + 2x^2 - x - 2} + \log_2^2(x^3 + x^2 + 5) = 0.$$

Решение.

Так как левая часть является суммой двух неотрицательных слагаемых, то

$$\begin{cases} \sqrt{x^3 + 2x^2 - x - 2} = 0; \\ x^3 + x^2 + 5 = 1. \end{cases}$$

Решаем первое уравнение системы.

$$x^2(x+2) - (x+2) = 0,$$

$$(x+2)(x^2-1) = 0,$$

$$x_1 = -2; x_2 = -1; x_3 = 1.$$

Подставляем найденные значения во второе уравнение системы.

$$\text{Если } x = -2, \text{ то } -8 + 2 + 5 = 1.$$

$$\text{Если } x = -1, \text{ то } -1 + 1 + 5 \neq 1.$$

$$\text{Если } x = 1, \text{ то } 1 + 1 + 5 \neq 1.$$

Ответ: -2.

Найдите целочисленный корень уравнения:

$$1. \frac{\log_2(7+6x-x^2) - \log_2(x-2)}{10x-24-x^2} = 2$$

$$2. \frac{\log_{12}(6+5x-x^2)}{x^2-9x+20} = 2^{\sqrt{x-2}}$$

Ответ: 1) 5; 2) 3.



***Итог урока:***

***Норма оценок:***

**Менее 3-х баллов- оценка 2**

**3-5 баллов- оценка 3**

**6-8 баллов- оценка 4**

**9 и более- оценка 5**