

Целое уравнение и его корни

Подготовила:

учитель математики

МОУ сош №30 имени А.И.Колдунова

Кутоманова Е.М.

2010-2011 учебный год

Определение

Целым уравнением с одной переменной называется уравнение, левая и правая части которого – целые выражения.

Например:

$$x^2 + 2x - 6 = 0,$$

$$x^4 + x^6 = x^2 - x^3,$$

$$\frac{1}{3}(x+1) - \frac{1}{5}(x^2 - x + 6) = 2x^2, \text{ т.п.}$$

Определение

Если уравнение с одной переменной записано в виде $P(x)=0$, $P(x)$ – многочлен стандартного вида, то степень этого многочлена называют степенью уравнения.

Например:

$x^3+2x^2-2x-1=0$ – уравнение 3-ей степени;

$x^6-3x^3-2=0$ – уравнение 6-ой степени.

$ax+b=0$ – линейное уравнение;

$ax^2+bx+c=0$ – квадратное уравнение.

Алгоритмы решения таких уравнений нам известны.

$$1) 5x - 10,5 = 0,$$

$$5x = 10,5,$$

$$x = 2,1.$$

Ответ: 2,1.

$$2) x^2 - 6x + 5 = 0,$$

$$D_1 = 9 - 5 = 4,$$

$$x = 3 \pm 2,$$

$$x_1 = 5, x_2 = 1.$$

Ответ: 1 и 5.

Определение.

Уравнение вида $ax^4+bx^2+c=0$, являющееся квадратным относительно x^2 , называется биквадратным.

Например.

1) $x^4-6x^2+5=0$,
пусть $x^2=y$, тогда
 $y^2-6y+5=0$,
 $D_1=9-5=4$,
 $y=3\pm 2$,
 $y_1=5, y_2=1$,
 $x^2=1, x=\pm 1$,
 $x^2=5, x=\pm\sqrt{5}$.
Ответ: $\pm 1; \pm\sqrt{5}$.

2) $x^4+4x^2-5=0$;
пусть $x^2=y$, тогда
 $y^2+4y-5=0$;
 $D_1=4+5=9$;
 $y=-2\pm 3$;
 $y_1=1; y_2=-5$;
 $x^2=1; x=\pm 1$;
 $x^2=-5$; корней нет.
Ответ: ± 1 .

Уравнения, решаемые путём введения новой переменной.

Например

$$(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)=120;$$

пусть $x^2-5x+4=y$, тогда

$$y(y+2)=120;$$

$$y^2+2y-120=0;$$

$$D_1=1+120=121;$$

$$y=-1\pm 11;$$

$$y_1=10; y_2=-12.$$

Если $y=-10$, то

$$x^2-5x+4=10;$$

$$x^2-5x-6=0;$$

$$D=25+24=49,$$

$$x=(5\pm 7):2;$$

$$x_1=6; x_2=-1.$$

Если $y=-12$, то

$$x^2-5x+4=-12;$$

$$x^2-5x+16=0;$$

$D=25-64<0$, значит,
корней нет.

Ответ: -1 и 6.

Решение уравнений, применяя разложение на множители.

Например:

$$1. y^3 - 4y^2 = 0,$$

$$y^2(y - 4) = 0.$$

$$y = 0 \text{ или } y - 4 = 0,$$

$$y = 4.$$

Ответ: 0 и 4.

*Вынесение
множителя за
скобки.*

$$2. 3x^3 + x^2 + 18x + 6 = 0, \quad x^2$$

$$(3x + 1) + 6(3x + 1) = 0,$$

$$(3x + 1)(x^2 + 6) = 0,$$

$$3x + 1 = 0 \text{ или } x^2 + 6 = 0,$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

корней нет.

Ответ: $-\frac{1}{3}$.

*Разложение на множители
способом группировки.*